

[苏] S. A. 卡普兰 V. N. 齐托维奇 著

# 等离子体天体物理

中国科学院图书馆

基本藏书

科

社

672567

# 等离子体天体物理

[苏] S. A. 卡普兰 V. N. 齐托维奇 著

章振大 李晓卿 译

科 学 出 版 社

1982

## 内 容 简 介

等离子体天体物理是研究在宇宙条件下等离子体特征过程的一门新学科。本书系统地论述等离子体天体物理理论,从微观角度叙述宇宙条件下各种等离子体过程的相互转换,提出了解决天体物理中涉及等离子体过程的重要问题以及新发现现象的途径。书中着重阐明现象的物理图象。全书共分四章,第一章简要介绍等离子体湍动理论的基本概念;后三章介绍等离子体湍动理论在各种有代表性天体中的应用,其中第二章应用于太阳偶发射电辐射,第三章应用于星系核、射电星系和类星体,最后一章则应用强磁场中相对论等离子体湍动理论阐明脉冲星的辐射。

本书可供天体物理、等离子体物理、受控热核反应、激光物理、气体放电等方面的教学人员和科研人员以及研究生参考。

S. A. Kaplan V. N. Tsytovich  
PLASMA ASTROPHYSICS  
Pergamon, 1973

## 等离子体天体物理

〔苏〕S. A. 卡普兰 V. N. 齐托维奇 著

章振大 李晓卿 译

责任编辑 方开文

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院开封印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1982年6月第一版	开本: 787×1092 1/32
1982年8月第一次印刷	印张: 12 7/8
印数: 0001—2,200	字数: 290,000

统一书号: 13031·1960

本社书号: 2660·13-5

定价: 2.00 元

## 序 言

最近二十年来, 等离子体现象已用来解释天体物理效应 (Ginzburg, 1946; Shklovskii, 1946; Schlüter and Bierman, 1950; Alfvén, 1950; Spitzer, 1956; Piddington, 1954; Ginzburg and Zheleznyakov, 1959; 等等). 然而, 只是在最近几年才具有足够可靠地应用等离子体物理的理论和实验研究结果所必需的前提. 这与等离子体现象的相对复杂性和多种多样性有关. 只有在等离子体物理已达到一定水平时, 才能把它用于天体物理.

只是从 1961—1962 年开始, 等离子体物理才有了重要的实验和理论研究 (Vedenov, Velikhov and Sagdeev, 1961, 1962; Kadomtsev, 1965; Drummond and Pines, 1962; 等等). 从各种会议录可找到实验研究发展的评述 (参见参考文献列出的目录). 随后几年是实验和理论研究的活跃时期, 促进了一系列可能的实际应用 (如热核反应或加速粒子的新途径). 这种研究导致建立了集体等离子体过程物理的现代形式. 利用牢固确定的事实, 而不是用根据不足的假设, 使理论结果与许多实验室研究结果定性和定量符合, 是分析天体物理中等离子体现象的基础.

在等离子体物理中, 已能够从分析各个现象逐渐转变为求解一些自治问题, 其中利用几个基本参量就能表示集体等离子体过程的各种表现. 一方面已研究过等离子体湍动谱 (Kadomtsev and Petviashvili, 1963; Pikel'ner and Tsytovich, 1969a; Sharp and Hamberger, 1970); 另一方面,



有一些人研究过在天体物理上很重要的粒子加速过程 (Tsytovich, 1966a; Kadomtsev and Tsytovich, 1970; Tverskoï, 1968; Wentzel, 1971), 其他人探讨过粒子的辐射 (Gaïlitis and Tsytovich, 1964a; Kaplan and Tsytovich, 1969a; Tsytovich and Chikhachev, 1969, 1971)

因此,把自治问题的解与天体物理的观测结果结合起来,就可能得到关于各种天体物理对象等离子体过程性质的足够可靠的结论.当然,随着理论的发展和观测资料的积累,这些结论将会更加准确.甚至在专心从事等离子体实验室研究的实验家中,对天体物理的兴趣都正在迅速增加,更不用说大多数理论家,对他们来说,天体物理是应用理论概念的广阔领域.

由于缺少便于直接应用于天体物理的阐述十分复杂的等离子体现代理论的书籍或详细的评述,妨碍了天体物理学家对这些问题的当然兴趣.因此,本书的出版可认为是合宜的.它主要是根据我们原来的研究写出,因而不能认为是对天体物理中的等离子体现象给出了完整的介绍,尽管我们已力图把这领域的最重要方面都包括进去.

本书作者之一(V. N. 齐托维奇)是物理学家,自 1962 年以来,他主要研究等离子体中的非线性过程和等离子体湍动,在不同方面将理论用于解释天体物理现象.另一作者(S. A. 卡普兰)是天体物理学家,他主要从事研究把物理学新方法应用于理论天体物理.从 1966 年以来,我们俩合作解决了若干天体物理问题,在这些问题中,集体等离子体过程(例如,相对论电子和离子的辐射,湍动等离子体中电磁辐射的散射理论和脉冲星等离子体辐射机制等)起了基本的作用.

我们认为,写书的任务是将相当复杂的课题用尽可能易懂的形式予以介绍,而对不同现象物理性质的定性描述及其

数学表述又不失去严格性和普遍性。本书不只试图供天体物理学家使用。快粒子与等离子体相互作用的理论问题，它们的辐射以及等离子体在强磁场中的行为等，对实验室研究等离子体也是很重要的。

本书第一章用比较基础但物理上严格的方式，采用作者之一提出的并在其它专著中更详细阐述过(Tsytoovich, 1970, 1971a, 1972b)的元激发方法，给出集体等离子体过程和等离子体湍动性质的一般概念。实质上这一章是作为其它三章的入门，而后者构成本书的主要内容，并用来对太阳(第二章)、星系核和类星体之类天体(第三章)以及脉冲星(第四章)的等离子体过程作具体分析。考虑到将来理论的可能应用和可能的天体物理新发现，作者试图不依赖于具体估计写出这几章的普遍理论部分。为了同样目的，在附录中给出了不同过程的概率的细表(包括它们的应用方法说明)，其中我们也以方便形式给出本书没有直接应用到的概率。

在编写第二至第四章时，我们觉得需要进行大量的计算，而这些章不仅包含对观测资料可能解释的原始分析，而且还有新的理论结果。当然，观测资料的解释只反映作者的看法，尽管也讨论了其它的可能性。然而，这种讨论很可能是不完全的，因此，我们向这些研究人员表示歉意，由于各种原因(限制本书篇幅也是原因之一)，他们的一些结果没有反映进去。全书由我们俩共同编写。齐托维奇承担了编写第三、第四章和附表特别重要的一些新的理论计算，附录内的表也是他编的。本书内容曾由作者与苏联列别捷夫(Lebedev)物理研究所、高尔基射电物理研究所、什登堡(Shternberg)天文研究所、杜布纳(Dubna)核研究所、宇宙研究所以及列宁格勒大学天体物理系的同事们讨论过多次，谨向他们表示深切谢意。本书作者之一(V. N. 齐托维奇)1970年在英国

牛津(也在剑桥和焦德雷尔斑克)逗留期间有机会参加了有关等离子体天体物理许多问题的讨论会,他非常感谢这些讨论会的参加者,特别是特哈尔(ter Haar)教授.在写作本书时已考虑到这些讨论会的结果.尤其是,作为脉冲星脉冲辐射形成机制的辐射挤压概念的发展(Tsyтович, Buckee and ter Haar, 1970a, b),使本书作者能对很强磁场中极端相对论等离子体的性质及其辐射机制(它是第四章论述的基础)作更详细的说明.

本书的内容是依据齐托维奇在苏联国立莫斯科大学(1968至1971年)、宇宙研究所(1971年)以及卡普兰在苏联国立高尔基大学(1968至1971年)的讲课内容而写成的.

我们深切感谢皮克涅尔(S. B. Pikel'ner)(他仔细阅读本书,并提出了许多有益建议,这些建议在本书最后定稿时已加以考虑)和金兹堡(V. L. Ginzburg)、卡顿采夫(B. B. Kadomtsev)、奥泽尔诺伊(L. M. Ozernoĭ)、苏沃罗夫(E. V. Suvorov)以及特拉赫坚格茨(V. Yu. Trakhtengerts)等(他们读了手稿,并提出一些重要和有益的意见),也深切感谢佩特鲁欣(N. S. Petrukhin)、科兹洛娃(S. I. Kozlova)、穆拉什金娜(K. B. Murashkina)、费多特金娜(M. L. Fedotkina)在完成手稿中所给予的帮助.

编辑雷德尼克(V. I. Rydник)对本书作了许多改进,我们也向他表示深切谢意.

S. A. 卡普兰  
V. N. 齐托维奇

# 目 录

绪论.....	1
1. 宇宙条件下等离子体过程作用的概述 .....	1
2. 等离子体天体物理与实验室等离子体物理的 差别有多大?.....	4
3. 等离子体湍动天体物理 .....	5
4. 等离子体天体物理问题的论述和本书的 内容 .....	9
第一章 等离子体湍动物理.....	14
§ 1 等离子体湍动的频率和波 .....	14
§ 1.1 等离子体过程的特征频率.....	14
§ 1.2 等离子体中集体(激发的)波类型(模式).....	19
§ 2 等离子体中波的辐射和吸收机制 .....	33
§ 2.1 等离子体湍动中能谱密度和波粒数.....	34
§ 2.2 等离子体中波的自发辐射机制.....	36
§ 2.3 等离子体中波的受激辐射和吸收.....	44
§ 3 等离子体中非线性波相互作用 .....	49
§ 3.1 等离子体中热离子和电子引起的波的非线性 散射.....	50
§ 3.2 等离子体中波的衰变和合成.....	61
§ 4 等离子体湍动的性质, 能谱和激发.....	68
§ 4.1 朗缪尔波(纵等离子激元)湍动.....	74
§ 4.2 离子声湍动和反常等离子体电阻率.....	86
§ 4.3 磁流体动力学等离子体湍动.....	91
§ 4.4 等离子体湍动激发和等离子体不稳定性.....	93

§ 5 等离子体湍动场中带电粒子和电磁辐射的	
扩散 .....	99
§ 5.1 等离子体中快粒子的加速 .....	99
§ 5.2 湍动等离子体中电磁波的散射 .....	109
§ 5.3 高频电磁辐射通过湍动等离子体传播时的	
放大 .....	114
§ 5.4 一些非线性的电磁辐射转移方程 .....	116
§ 6 等离子体湍动的实验室研究和宇宙等离子	
体现象的可能实验室模拟 .....	117
§ 6.1 湍动等离子体中粒子加速的一些实验资料 .....	119
§ 6.2 反常等离子体电阻率 .....	123
§ 6.3 等离子体湍动辐射 .....	130
§ 6.4 宇宙等离子体现象的实验室模拟 .....	132
第二章 太阳偶发射电辐射 (非相对论等离子体中	
湍动过程) .....	135
§ 7 太阳偶发射电辐射的观测资料 .....	135
§ 7.1 太阳外层大气电子密度和温度分布 .....	136
§ 7.2 色球耀斑 .....	137
§ 7.3 速漂射电爆发 (III, V 和 U 型爆发) .....	139
§ 7.4 慢漂或稳定射电爆发 (II, IV 和 I 型爆发,	
噪暴) .....	145
§ 7.5 太阳的雷达观测 .....	151
§ 8 束不稳定性引起的纵和横等离子激元湍动的	
激发 .....	152
§ 8.1 准线性的束弛豫 .....	152
§ 8.2 非线性束稳定化 .....	156
§ 8.3 纵和横等离子激元湍动 .....	163
§ 8.4 射电辐射从湍动区的出射 .....	169
§ 8.5 磁场对纵和横等离子激元湍动的影响 .....	170
§ 9 离子声湍动的电磁辐射 .....	174

§ 9.1	激波中的快电子 .....	175
§ 9.2	磁场梯度区在等离子体频率处的辐射 (激波) .....	179
§ 9.3	磁阱中离子声湍动引起的粒子积累 .....	182
§ 10	太阳射电爆发理论的讨论 .....	183
§ 10.1	III, V 和 U 型射电爆发 .....	184
§ 10.2	II 型射电爆发 .....	190
§ 10.3	“长命”稳定爆发的解释 .....	193
§ 10.4	雷达观测资料的解释 .....	195
§ 10.5	色球耀斑中粒子的加速 .....	196

### 第三章 星系核、射电星系、类星体(混杂极端相对论

	电子的等离子体湍动过程) .....	199
§ 11	星系核、射电星系和类星体观测资料的 简述 .....	199
§ 11.1	星系核的特性 .....	199
§ 11.2	星系核活动, 类星体 .....	201
§ 11.3	射电星系, 爆发和它们的射电谱 .....	206
§ 12	等离子体中极端相对论粒子的辐射 .....	210
§ 12.1	相对论粒子的分布函数 .....	210
§ 12.2	电磁波和朗缪尔波的自发同步加速辐射 .....	213
§ 12.3	相对论粒子产生的朗缪尔波及阿尔文波的契 连科夫辐射 .....	219
§ 12.4	相对论电子受激辐射及再吸收 .....	222
§ 12.5	各向异性分布和相对论粒子引起的波的激发 .....	231
§ 12.6	相对论粒子不稳定性的稳定化 .....	234
§ 13	极端相对论粒子的等离子体和康普顿辐射 机制 .....	238
§ 13.1	散射过程的守恒律分析 .....	238
§ 13.2	相对论离子引起的电磁波及朗缪尔波的非线 性散射 .....	242

§ 13.3	相对论电子对电磁波和朗缪尔波的康普顿 散射 .....	244
§ 13.4	在朗缪尔波及电磁波康普顿散射中所产生的 电磁辐射的放大和稳定化 .....	251
§ 13.5	湍动等离子体的电磁辐射偏振 .....	258
§ 13.6	湍动等离子体中相对论电子和离子的韧致 辐射机制 .....	263
§ 14	相对论电子的等离子体湍动反应堆 .....	264
§ 14.1	湍动反应堆中的电磁辐射谱 .....	265
§ 14.2	由于吸收电磁辐射而引起的电子加速 .....	270
§ 14.3	等离子体反应堆中幂律能量分布函数的形成 ...	273
§ 15	星系核, 射电星系和类星体电磁辐射的 解释 .....	279
§ 15.1	宇宙源射电辐射的同步加速机制解释 .....	279
§ 15.2	强射电源辐射的等离子体解释 .....	283
§ 15.3	星系中心的红外辐射源和等离子体湍动反应 堆直接辐射的可能性 .....	286
§ 15.4	星系际和星系空间中相对论电子束和爆发辐 射的解释 .....	288
第四章	脉冲星辐射(强磁场中相对论等离子体的湍动 过程) .....	292
§ 16	有关脉冲星的观测资料 .....	292
§ 16.1	脉冲星的射电辐射 .....	293
§ 16.2	蟹状星云中的脉冲星 .....	298
§ 17	强磁场中相对论等离子体 .....	301
§ 17.1	不存在磁场时极端相对论等离子体的色散 关系 .....	302
§ 17.2	不存在磁场时极端相对论等离子体中的非线 性相互作用 .....	305
§ 17.3	甚强磁场中极端相对论等离子体的色散	

关系 .....	307
§ 17.4 强磁场极端相对论等离子体中阿尔文波不稳定性 .....	314
§ 17.5 强磁场极端相对论等离子体中波的非线性相互作用 .....	318
§ 18 强磁场中极端相对论等离子体的辐射 .....	320
§ 18.1 甚强磁场中的辐射机制 .....	321
§ 18.2 谱发射系数 .....	326
§ 18.3 再吸收系数 .....	328
§ 18.4 粒子朝向磁力线运动的辐射挤压 .....	331
§ 19 相对论等离子体中的湍动反应堆 .....	332
§ 19.1 弱磁场相对论等离子体中的湍动反应堆 .....	333
§ 19.2 强磁场光学密相对论等离子体中的谱辐射强度 .....	335
§ 19.3 吸收电磁辐射而引起的粒子加速 .....	336
§ 19.4 强磁场相对论等离子体中的湍动反应堆 .....	339
§ 20 脉冲星辐射的解释 .....	342
§ 20.1 旋转能量向近脉冲星周围空间的转移和此空间的性质 .....	344
§ 20.2 脉冲星辐射的同步加速假说 .....	350
§ 20.3 弱磁场中辐射的康普顿机制假说 .....	353
§ 20.4 强磁场等离子体的回旋加速和磁阻尼辐射假说 .....	355
§ 20.5 脉冲星和超新星壳层的活动 .....	359
结束语(等离子体天体物理进一步发展问题) .....	361
1. 等离子体天体物理中未解决的问题 .....	361
2. 宇宙线谱的问题 .....	362
附录(等离子体过程的平均概率表) .....	366
参考文献 .....	386



# 绪 论

## 1. 宇宙条件下等离子体过程作用的概述

众所周知,宇宙就是等离子体。宇宙中只有极小部分物质是固态,而处于液态的则更是微不足道。当然,并非气体都是等离子体,但在宇宙条件下,甚至中性氢区或冷星大气(其中电离原子数小于中性原子数的千分之一),都显示出等离子体性质。

甚至在等离子体的概念尚未提出之前,天体物理学家就研究过等离子体[1929年朗缪尔(Langmuir)在描述气体放电管里物质的性质时就提出了“等离子体”这一名词]。确实,天体物理发展的最重要时期之一,是1921年米尔恩(Milne)根据气体电离度与温度关系的分析(萨哈公式)建立了恒星大气理论,它能够解释恒星光谱的主要特征。1939年斯特龙根(Strömgren)发现,在星际介质中存在着中性氢(HI)和电离氢(HII)的不同区域,对整个星际气体物理和恒星演化理论都是十分重要的成果。这只是许多例子中的两个而已。

然而,在把宇宙中的物质当作等离子体时,直到最近,天体物理学家只是探讨了其物理的一个方面。让我们来说明这一点。

在最广泛的意义上说,天体物理的主要问题是分析天体的光谱。的确,若我们不考虑行星际介质(目前已用空间探测器对它进行了深入细致的实验研究),以及行星[在不久将来将通过在它们表面直接的测量(对月球,金星和火星已实现)来研究],则所有其它天体物理对象(恒星,星云,星系,类星体

和脉冲星等), 只能通过它们的辐射谱(包括光学和射电波段, X 射线, 紫外和红外辐射等)的分析和解释来从事研究. 有些(尽管比较少)信息还可由粒子辐射(宇宙线和中微子)而获得.

因此, 天体物理的主要任务是解释光谱. 为了进行这项工作, 必须首先知道理论上的辐射机制, 其次要能确定辐射电磁波系统本身的状态. 长期以来, 尤其只有光学天文学的时候, 在天体物理中仅研究原子发出的光辐射. 当时就出现了“以原子理论为基础的天体物理”这一术语. 天体物理和原子物理之间的关系是相辅相成的: 天体物理不仅广泛地应用了原子物理学的理论和实验结果, 而且它本身也提供了许多资料帮助了解原子过程(例如, 在亚稳态和禁戒跃迁的研究方面). 在那时等离子体物理的作用是很小的: 它只是用来估计原子的电离度和测定自由电子的浓度.

在四十年代末和五十年代初, 射电天文学开始蓬勃地发展. 原子物理对射电频谱的解释起的作用不大: 人们只用它分析观测到的一些射电谱线(氢, 羟基, 水和甲醛等线). 首先发现了韧致辐射机制: 当电子通过离子附近加速和减速时就发出辐射, 这在天体物理上常常被称为自由-自由跃迁辐射; 也产生磁韧致辐射(在非相对论电子情况下, 称为回旋加速辐射, 而在相对论电子情况下, 称为同步加速辐射). 这里等离子体物理的作用就更大了: 等离子体状态决定了由这些机制产生辐射的条件和射电波传播的条件.

然而, 仅有韧致辐射机制还不能满足射电天文学的需要. 太阳偶发射电辐射的研究, 尤其是六十年代强大射电源(射电星系, 类星体和脉冲星)的发现, 要求物理学“发明”有效的辐射机制, 它能迅速地把不同形式的能量转换为电磁波. 此外, 在宇宙条件下相对论粒子的加速, 显然不是一种罕见的现象, 而是有规律地发生和时常遇到的过程. 这里人们对等离子体

物理的要求大为增加。在分析天体的光谱时，我们必须考虑极为深刻的等离子体性质。

等离子体与通常气体的本质差别，不仅在于等离子体是由离子和电子组成，而不是只由中性原子组成；重要的是，由于库伦力是长程的，而且轻的电子是可动的，在等离子体中起着基本作用的是集体过程，也即振荡与波。在通常气体中，我们只研究实际上与电磁辐射无关的声波，或甚低频阿尔文(Alfvén)波。而在等离子体中，存在着各种形式谱的几种类型的波，它们以某种方式与电磁场，因而也与电磁辐射相联系。特别重要的是所谓无碰撞等离子体情况，其中电子的平均自由程远大于集体现象的特征尺度。正是在这种情况下，等离子体的振荡和波的性质才充分显示出来。如果我们记住许多天体的谱(尤其是在射电波段)是在无碰撞等离子体中形成的，那么，显然等离子体现象在解释这些谱中应起很大作用。

因此我们可以说，出现了“以等离子体理论为基础的天体物理”。当然，这里我们应当期望，天体物理与等离子体物理之间的联系将对双方有利：天体物理不仅采用实验家和理论家由“地球上”等离子体所得到的资料，而它本身也必然会得出一般对等离子体物理说来有重要意义的新结果。进一步讲，尽管原子物理从天体物理得到的要比它给予天体物理的少些，但是，等离子体物理从天体物理获得的却比它给予天体物理的要多得多。天体物理向等离子体物理提出了新的课题，并且为它找到了一些问题的具体应用，而这些问题在初期被认为是纯理论性的。我们认为，天体物理对等离子体物理的巨大意义是引进“等离子体天体物理”这一名词，用来作为物理学和天体物理的一个分支，它能解决其本身的特殊类型的问题。

## 2. 等离子体天体物理与实验室等离子体物理的差别有多大?

在实验室等离子体物理的研究中,人们通常是涉及小尺度的系统.因此在实验室装置内的等离子体对足够高频的电磁辐射几乎常常是透明的.换句话说,实验室等离子体对这些频率是光学薄.当然,它产生很强的电磁波(例如,近于等离子体频率处),但甚至它们也不能被等离子体本身所吸收.

等离子体天体物理中情况相反.等离子体系统的尺度是巨大的,它们的光学厚度可能很大.这意味着包含在等离子体内能量相当大部分会变为较高频的电磁辐射.在宇宙等离子体中,高频电磁波能够激发强的等离子体湍动,或者相反,它会导致湍动的较大耗散.因而等离子体天体物理不同于实验室等离子体物理的第一点是它同辐射发生相当强的相互作用.

等离子体中的波把其能量转移给带电粒子,从而能使它们加速.这些过程在实验室条件下是经常观测到的,但由于仪器的大小有限,难以获得高能的粒子.例如,若粒子的拉莫尔(Larmor)半径大于仪器的尺寸,粒子离开加速系统并碰到仪器壁时,一般就消耗了能量.宇宙等离子体系统的尺度是如此之巨大,使得甚至具有较低初始能量的带电粒子,也可能被加速到极端相对论能量.因此,等离子体天体物理与实验室等离子体物理的差别也在于它对快速的和相对论的粒子(宇宙线)起着相当大的作用,在宇宙等离子体中,它们的加速是发生在这种等离子体中集体过程的必然结果.在这里讨论的许多现象中,宇宙线常常起着重要的作用.

最后,还有第三种差别.在等离子体的所有实验室研究中,它的不均匀性和约束(用壁或磁场)起了很大的作用.这种不均匀性导致出现新型波(如漂移波)和新型的不稳定性,

后者很大地妨碍了等离子体物理基本问题的解决——热核装置的建造。另一方面,可认为宇宙等离子体是几乎均匀的:特征长度(超过这长度其参数就改变)比集体过程的特征长度大好多个量级。宇宙等离子体也没有截然的边界。因此均匀等离子体的理论模型适合于宇宙等离子体要比实验室等离子体好得多。

这里所提到的等离子体天体物理的三个特性,使得它与一般等离子体物理,也与天体物理两者是如此显著不同,因此按照我们的看法,提出“等离子体天体物理”这一名词是有道理的。

### 3. 等离子体湍动天体物理

很难规定等离子体天体物理所研究的或将研究的全部问题的范围。例如,涉及到研究电磁波在宇宙等离子体中传播的许多问题也可包括在等离子体天体物理里。它也可包含天体的稳定和不稳定位形的研究,以及甚至在不同条件下电离度的分析。这些问题远没有同样完整地解决,在一本书里试图讨论它们是没有意思的。

我们将限于探讨等离子体天体物理的一个问题,我们认为它是最有意思和最重要的,因为正是在这个问题上能最大限度地显示出最深刻的等离子体性质。这里我们指的是等离子体湍动天体物理。

等离子体是一个有非常多自由度的系统。特别是,这导致存在着具有各种频率和波数的大量不同类型的等离子体波。众所周知,任何系统中的能量常常倾向于在所有可能的自由度上多少是均匀的分布。这意味着,若等离子体使相当多的能量在一个窄频区内以某种强波激发形式出现,则波与波间的相互作用必然导致能量按所有可能的模式和频率重新

分布。这种波与波的相互作用在这里相当于气体中的碰撞作用。

在等离子体中，一种或几种模式波在一个宽的频率和波数范围被激发，这种等离子体状态称为等离子体湍动。激发态被湍动能源维持着。

宇宙等离子体可处于宁静和湍动两种状态。后者是在等离子体受到强烈的外界不稳定作用下发生的。强辐射流或它的突然爆发，快粒子流，气体爆发或激波等可作为这种不稳定作用的例子。这样的过程在宇宙中经常发生。

对宁静等离子体我们并不感兴趣。这种等离子体的辐射与普通的热气体类似，即没有强的辐射源。这种等离子体中也不可能发生粒子的加速。

我们也不是对所有湍动等离子体都感兴趣。人们可把等离子体中的湍动分为两类，它们在某种程度上是相互独立的，即高频的、本征等离子体湍动和低频的所谓流体动力学（或磁流体力学）湍动。后一种类型湍动对于不可压缩的亚声流来说，它是旋涡运动，而对于超声流来说，则是频率远小于平均碰撞频率的波（尤其是激波）的分布状态。这些运动的尺度（波长）相当于整个系统的尺度。所以，通常流体动力学湍动决定了在宇宙条件下天体物理对象的结构，形态，能量值和运动。

本征等离子体湍动是一种等离子体激发态，它具有许多各种类型的等离子体波，它们的频率远高于碰撞频率。这些波的波长比天体物理对象的特征尺度小好多个量级，而它们的能量密度比等离子体的热能和动能密度或者小很多，或者与它们同量级。因此，本征等离子体湍动对天体的结构和运动的影响比流体动力学湍动小得多。在这种情况下，重要的是其它的东西。

小尺度等离子体湍动决定了最强的等离子体电磁辐射和等离子体对粒子的加速(直到极端相对论能量)。这是它的主要性质。本征等离子体湍动对天体动力学,以及对流体动力学湍动的间接影响与被加速粒子的能量可同其它形式的能量相比拟有联系,也与当等离子体处于湍动状态(具有反常电阻率,反常粘滞性和热导率以及湍动加热)时等离子体性质发生变化有关。我们关心的是本征等离子体湍动天体物理,它探讨等离子体的特殊辐射机制,高频电磁波与等离子体波的相互作用,由等离子体中的波引起粒子加速,以及反常的耗散效应等。

通常,流体动力学湍动与等离子体湍动的联系是不紧密的:相应的运动尺度相差太大了。然而,就是这么一种联系在许多情况下也可能是很重要的。具有陡波阵面(激波)的流体动力学湍动能很有效地产生高频等离子体湍动。低频声波可与等离子体波相互作用。尽管我们不探讨流体动力学湍动,但我们将考虑这种相互作用。

本书的主要目的是阐明在湍动等离子体中,辐射的产生问题和粒子的加速问题。这就是我们称之为等离子体天体物理的原因。当然,为此我们也必须了解等离子体湍动物理,分析等离子体波的激发和衰减,以及探讨不同类型波之间能量的转换。

可能,目前确实尚不能确定在宇宙发生的所有过程的总图象中,等离子体湍动所起作用究竟有多大。但不能排除它在许多老的问题中起重要的作用。这里我们只对这一点作一些概述。

正如我们已指出的,在解释强源的辐射谱时,人们通常首先采用同步加速假说:认为辐射是由于相对论电子在磁场中运动而发生的。然后,电子的浓度和能谱,以及磁场的强度和

方向选择到使整个图象内部自洽，并使辐射强度与观测资料相一致。

然而，这种分析不能认为已给出了现象的理论解释。为了解释所观测到的辐射强度，需要知道相对论电子的来源并确定它们的能谱以及浓度等，这些仍与许多其它问题一样还没有得到解决。磁场的强度和结构也是假定的，并没有作出解释。脉冲星例子表明，快电子源并非是一个不重要的问题，由于在那里这些粒子是在几分之一秒内损失能量，因此在那时强有力的加速机制应当起作用。

当然，我们并不怀疑在宇宙条件下同步加速辐射机制的重要性。我们只想指出，天体物理学家通常是怎样从事他们的观测资料分析，以及这里甚至在最简单的情况下还有许多未解决的问题。

本书我们将从等离子体湍动起很大作用这一假设出发，它在许多情况下决定着相对论粒子的能谱，浓度和强射电辐射。可看出在这种单一假设的范围内，许多天体物理现象能得到解释。借助于它可解释粒子的加速和它们的辐射，按照我们的意见，至少从探索的观点看来，这是有很大好处的。

在一系列情况下，等离子体辐射机制能十分成功地与同步加速机制竞争。但甚至当它们被降到次要地位时，等离子体的粒子加速保证了同步加速机制相对论电子的充分补充，因此在这里等离子体湍动假设也是前进了一步。

显然，等离子体湍动对宇宙线来源的分析也是重要的。如前所述，从能量平衡观点看来，至今这个问题已得到解决。例如，已肯定超新星爆发所释放出的能量足以加速许多粒子，而它们是解释银河系相对论电子的浓度所必需的。然而，基本上还没有给出能使这些粒子加速的物理机制的分析。等离子体湍动的假设能给出这种分析，特别是能说明为了使这种



加速确实能发生，以及为了能获得宇宙线的几乎是普遍幂律谱(谱指数为 $\gamma=2.5-2.7$ )所必需的具体条件(等离子体密度, 辐射能级, 湍动脉冲强度等等)(参见第三章)。

最后, 我们还想指出一点. 天文学中最新的发现(如类星体和脉冲星)是把宇宙等离子体的部分粒子加速到相对论能量的证据, 这是很普遍的现象. 在这方面已指出这里违反了热力学第二定律. 初看起来, 这里没有把能量变为热的能量耗散, 而是相反, 有一部分能量转移给快粒子并进一步加速它们. 这似乎是能量变为更有条理的形式. 当然, 这里并不与热力学第二定律相矛盾, 整个难题可解释如下,

如果能量转移给等离子体, 归根到底它必须耗散并变为热. 当然, 熵将增加. 如果能量耗散只取决于碰撞, 则在稀薄等离子体中熵缓慢增加. 等离子体湍动激发使能量耗散急剧地增加, 因而使熵很迅速地增加. 同时, 系统主要部分的熵迅速增加就可能使系统的小部分的熵减小——当然, 在这种条件下系统的总熵是增加的. 这导致一部分粒子可能迅速的加速.

一般说来, 依靠系统的较大区域熵的明显和迅速增加而使小区域的熵减小, 这是宇宙条件下任何机构, 特别是生命和文明的基本特征.

这样, 等离子体湍动中粒子的加速是不同类型的等离子体波能量快速耗散的结果. 因此, 等离子体湍动天体物理与物理学和宇宙学中的最普遍的和深奥的问题都有关系.

#### 4. 等离子体天体物理问题的论述和本书的内容

在着手写本书时(在很大程度上是根据作者自身的研究工作), 我们觉得必需讨论等离子体湍动现代理论的物理基础. 一般地说, 读者很难得到范围很广的杂志和至今还

很少的专著文献，人们感兴趣的并不在于等离子体理论的发展，而是把它的结果用于物理学和天体物理学的其它领域。

因此，在本书第一章，在不失去物理严密性的基础上，尽可能对等离子体湍动过程的现代理论作基本的说明。诚然，我们把重点放在天体物理学家最感兴趣的那些问题，而对湍动等离子体物理过程的基础，则按尽可能一般的形式进行讨论。在本章的末尾，扼要定性地叙述湍动等离子体的一些实验研究结果，作为例子说明并强调也是等离子体天体物理基础的理论概念。

为了使基本的特性很清楚，在本章里通常我们给出各种公式的近似的和粗略的(估计性的)推导。然而，最终的表达式常常是写出它们的准确形式。等离子体理论提供了许多表达式，它们以一般形式描述发生在湍动等离子体中的不同过程(Kadomtsev, 1965; Karpman, 1968; Kadomtsev and Karpman, 1971; Tsytovich, 1971a)。这些公式许多可以简化(例如按角度变化平均)。无论在本书的正文还是在附录里，我们常常给出不同过程的概率的这些简化(但不是近似)公式。我们希望，读者应用这些公式将比在引出的文献所得到的原始一般结果更为方便。

当在天体物理中应用湍动等离子体的理论结果时，必须记住下列各点。在研究“地球”等离子体物理的问题时，我们可把它分为几部分。例如，我们能对一个给定的朗缪尔湍动谱密度估计电磁波辐射，或假设所有其它参量不变而计算粒子的加速。但是，天体物理中很少有可能把一般问题这样分解开来。粒子的加速不仅决定于湍动谱，而后者也取决于被加速粒子的能量分布。电磁波能够产生等离子体湍动，然后它们又被同一湍动所散射。

因此在等离子体天体物理中，我们必须阐明并解决在一个给定问题里，考虑所有现象相互联系的所谓自洽问题。当然，这大大使相应的问题的数学描述复杂化，但仍完全可能进行定性的分析，和在许多情况下也是比较完善的定量分析（在天体物理精度范围之内）。

由此可得出结论，我们寻求的等离子体天体物理自洽问题的解不是它们的一般形式，而是考虑到实际的天体物理对象和它们具有的条件，确实存在一个特殊“天体物理的”困难：我们没有观测到产生现象的清晰图象所必需的资料，也没有观测到基本的特征，而只能用现有的观测手段进行测量。通常在这种情况下，我们看到的是次要的细节，而主要的则逃离我们了，用一句意义最完整的话来说：“我们见树不见林”。显然，在这些条件下，当能够获得更重要的资料时，许多理论就站不住脚了。这是许多（如果不是全部的话）天体物理问题的结局。然而必须考虑到，如果一个理论的创立没有内部矛盾的话，甚至若这个理论所解释的现象实际上变得更加复杂，它还是有一定的天体物理和物理价值的。

因此似乎可以把问题表达如下：从某一天体物理对象的已知物理条件出发，根据等离子体湍动有可能创立一个没有内部矛盾的自洽理论，它能描述我们感兴趣的现象，并解释基本的观测资料吗？可能，它不能成功地解释所有已知的观测资料。如果遇到明显的矛盾，理论就必须废弃。然而，如果没有这种矛盾，可能，不能解释的观测资料在能够累积新资料并改进理论之后，仍可在同一理论的范围内加以解释。

为了适用于等离子体天体物理的不同问题，我们把本书分成若干章，这取决于湍动过程已发展的等离子体的物理性质。

在本书第二章,我们讨论非相对论等离子体,其中有快速过热的,而非相对论粒子的小量混杂。这里等离子体湍动是由这些粒子流,或诸如激波的大尺度运动造成的;或者由在诸如中性线附近磁场梯度的外力作用下,区域的迅速压缩所形成。在湍动已发展的等离子体中,粒子的加速也是可能的,但我们主要对频率接近于等离子体频率的电磁辐射的产生感兴趣。这些问题的研究与太阳偶发射电辐射的解释有直接的关系,它反映在这一章的标题里。

在第三章,我们讨论非相对论等离子体,其中混杂着大量的极端相对论电子。这种等离子体的湍动特性在产生高频电磁辐射以及粒子加速机制中起着重要的作用。在这种介质的等离子体“反应堆”中,形成了宇宙条件下特征的幂律粒子能量分布,并产生了强大的辐射。这种反应堆可能存在于象类星体或星系核这类天体中,这也反映在本章的标题里。这些天体的一个特征是在发射粒子时也产生强大的射电辐射。

在强磁场中发现的完全相对论等离子体具有特殊的性质,并由于脉冲星的发现而引起对它的兴趣。显然,在这种等离子体中,我们也发现有等离子体湍动反应堆产生,这将在第四章讨论。

每一章都有类似的结构。在一章的开头,我们给出观测资料的总结,这使我们能决定被研究天体发生等离子体湍动的物理条件的性质。然后有一些“理论的”节,在其中我们定性地和有时定量地探讨适用于这些天体条件的等离子体湍动的性质。最后,在结束时我们讨论了所研究现象的不同模型,以及从正反两方面讨论主要的不同解释。我们并不自认为我们的解释是最完善的。对我们来说最重要的事情是:利用现代的等离子体湍动理论,并把它用于一些

观测到的天体物理资料，以便构成一个内部自洽的物理图象。

在本书的末尾，我们讨论老的，但至今仍未完全解决的宇宙线起源问题；我们也指出进一步发展等离子体天体物理的可能途径。

# 第一章 等离子体湍动物理

在这一章里，我们论述等离子体湍动理论中某些一般性问题。一些专门分析“地球上”等离子体的理论已得到了发展，然而，它的许多方法和结果可以直接用到等离子体天体物理上。但是，我们将特别强调有关电磁辐射的问题，它在天体物理中起着非常重要的作用，我们将仅从一般理论中挑选对今后分析最为必需的那些部分。虽然我们也给出一些切合宇宙条件的数值估计，但并不去研究实际的天体物理对象。

## § 1 等离子体湍动的频率和波

### § 1.1 等离子体过程的特征频率

众所周知，表征等离子体中集体过程的基本参量是电子等离子体或朗缪尔频率

$$\omega_{pe} = \left( \frac{4\pi e^2 n_e}{m_e} \right)^{1/2} = 5.65 \times 10^4 n_e^{1/2} \text{ 秒}^{-1}, \quad (1.1)$$

式中  $e$  和  $m_e$  是电子的电荷及质量，而  $n_e$  是电子密度，以厘米<sup>-3</sup> 为单位。我们也可定义离子等离子体频率为

$$\omega_{pi} = \left( \frac{4\pi Z^2 e^2 n_i}{m_i} \right)^{1/2}, \quad (1.2)$$

式中  $Ze$  是离子的电荷。在宇宙等离子体中，离子通常是指质子。那么， $Z=1$ ， $m_i=1840 m_e$ ，由于氢元素密度远大于所有其它元素总和的密度，我们可取  $n_i \approx n_e$ 。这样，就有

$$\omega_{pi} \approx \omega_{pe} (m_e/m_i)^{1/2} \approx \omega_{pe}/43.$$

在宇宙条件下,自由电子密度在很宽的范围内变化,因而等离子体频率也很不相同。如果快粒子的密度很小,那么大部分较重要的集体等离子体过程将发生在近于 $\omega_{pe}$ 的频率处,而且在该频率处将产生最强的等离子体辐射。因此把 $\omega_{pe}$ 同在天体物理中观测到的电磁辐射的频带相比较是方便的。

不太热的恒星(表面温度低于8000 K)具有色球——一个延伸的外层,它的电子密度为每立方厘米 $10^{10}$ — $10^{14}$ 。因而在色球中,就有 $\omega_{pe} \approx 6 \times 10^9$ — $6 \times 10^{11}$  秒 $^{-1}$ ,它相应于厘米或毫米射电波段,用现代射电天文学的方法很容易观测到。太阳色球属于这种类型的天体,其射电辐射已经研究得非常详细。

色球上面是太阳的最外层——日冕。迄今我们只对太阳观测了冕。这里随着高度的增加,电子密度从 $3 \times 10^8$  厘米 $^{-3}$ 降到很小的数值。平均估值可取为 $n_e \approx 10^8$ — $10^6$  厘米 $^{-3}$ ,因此 $\omega_{pe} \approx 6 \times 10^8$ — $6 \times 10^7$  秒 $^{-1}$ 。这些频率属于充分研究过的米波段。这就是为什么日冕成为等离子体天体物理第一个研究对象的原因。虽则其它恒星的色球和冕只是最近才观测到,但是这些天体中的条件也能从理论上估计出来。况且,必须指出,已有可能观测鲸鱼 UV 型星的射电爆发,它们显然是在这种天体的冕中产生的。

类似的密度( $n_e \approx 10^8$ — $10^6$  厘米 $^{-3}$ )也出现在类星体以及也许还在星系中心区,然而由于存在着大量快粒子,高频辐射在这里起着非常重要的作用。

在行星际、星际、尤其是星系际空间,电子密度非常低。星际空间的大部分区域, $n_e \approx 0.02$  厘米 $^{-3}$ ,即是

$$\omega_{pe} \approx 10^4 \text{ 秒}^{-1},$$

相应的射电波长为180公里。这种辐射很容易被星际空间本

身所吸收, 因此不可能用观测方法研究它. 在星系际空间, 对电子密度的估值, 我们可取  $n_e \approx 10^{-4} - 10^{-5}$  厘米 $^{-3}$ , 因而

$$\omega_{pe} \approx 6 \times 10^2 - 2 \times 10^2 \text{ 秒}^{-1}.$$

从等离子体湍动天体物理的观点看, 我们必须考虑很宽的等离子体频率范围  $\omega_{pe} \approx 10^2 - 10^{12}$  秒 $^{-1}$ , 当然, 并非整个频区都同样重要.

宇宙介质是处于磁场中的等离子体. 很难找到一个天体物理领域, 在那里磁场不起某种作用. 磁场对等离子体湍动的影响可用电子回旋频率

$$\omega_{He} = eH/m_e c = 1.76 \times 10^7 H \text{ 秒}^{-1} \quad (1.3)$$

和离子回旋频率

$$\omega_{Hi} = ZeH/m_i c \quad (1.4)$$

来表征. 这里  $c$  是光速,  $H$  是外磁场强度, 以奥斯特为单位. 为了估计磁场对等离子体湍动的影响, 我们必须把  $\omega_{He}$  及  $\omega_{Hi}$  与湍动的特征频率相比较. 让我们比较  $\omega_{He}$  和  $\omega_{pe}$ .

在太阳和其它大多数恒星表面, 磁场小于 100 奥斯特. 相应的回旋频率是  $\omega_{He} \approx 10^9$  秒 $^{-1}$ . 然而, 在活动期太阳表面上存在着甚强磁场区(太阳黑子), 强度达到  $4 \times 10^3$  奥斯特, 从而  $\omega_{He} \approx 10^{11}$  秒 $^{-1}$ . 此外, 我们知道存在着所谓磁星, 在它的大部分表面磁场强度高达  $10^4$  奥斯特. 在这里, 回旋频率

$$\omega_{He} \approx 2 \times 10^{11} \text{ 秒}^{-1}.$$

人们通常认为, 色球的磁场强度小于  $10^2$  奥斯特, 而在日冕则小于 10 奥斯特, 但在黑子上空, 磁场就要强一些. 回旋频率总是明显小于等离子体频率. 然而我们将看到, 在某些情况下, 磁场对等离子体湍动的影响可能是重要的.

在星际空间中, 磁场变化不十分大. 平均为

$$H \approx 3 \times 10^{-6} - 6 \times 10^{-6} \text{ 奥斯特.}$$

因此,  $\omega_{He} \approx 10^2$  秒 $^{-1}$ , 与朗缪尔频率相比, 它是很低的.



在类星体和星系核中，也存在磁场，但它的强度还不知道。按照某些估计，在它们的外部区域

$$H \approx 10^{-4} - 10^{-3} \text{ 奥斯特.}$$

若如此，则回旋频率就远小于等离子体频率。另一方面，在脉冲星附近，磁场可能极强：在它们表面磁场强度可达到约  $10^{12}$  奥斯特。相应的回旋频率  $\omega_{He} \approx 10^{19} \text{ 秒}^{-1}$ ，它甚至已属于 X 射线波段了。这样的等离子体有很特殊的性质。

因此，在宇宙等离子体中通常总存在不等式  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ 。有时也遇到  $\omega_{He} \gtrsim \omega_{pe}$ ， $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$  的情况是很特殊的，但明显地它仅出现在异常条件下（脉冲星）。我们指出，磁场对地球磁层中的等离子体湍动有很强烈的影响，但这个问题已经超出了本书的范围（例如参见文献：Kennel and Petschek, 1966; Trakhtengerts, 1968, 1970, 1971）。

对于离子振荡，除脉冲星外，在宇宙条件下不等式  $\omega_{pi} \gg \omega_{Hi}$  实际上总是满足的。因此，对频率小于  $\omega_{Hi}$  的甚低频等离子体湍动，磁场起着很大作用。虽然，这些频率位于天体物理观测到的辐射频带之外，但这种湍动的许多后果仍然是很重要的。

等离子体过程的另一些特征参量是粒子的热速度（电子—— $v_{Te}$ ，离子—— $v_{Ti}$ ）和特征声速  $v_s$ ：

$$v_{Te} = \left( \frac{T_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad v_{Ti} = \left( \frac{T_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad v_s = \left( \frac{\xi_e T_e + \xi_i T_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.5)$$

式中  $T_e$  和  $T_i$  是电子及离子气体的温度，以能量为单位。在无碰撞等离子体中， $\xi_e = 1$ ， $\xi_i = 0$ ；而在频繁碰撞区，

$$\xi_e = \xi_i = 5/3.$$

在湍动等离子体中，我们常常必须区分  $T_e$  和  $T_i$ ，因为电子和离子按不同方式被加热。在宇宙介质中，通常  $T_e = T_i$ ，我们

将它称为等温等离子体。在宇宙条件下，由于电子的湍动加热，特别在激波波阵面和其它湍动区中，也相当经常遇到  $T_e \gg T_i$  情形。确定  $v_e$  是我们以后所需要的。

宇宙条件下的电子和离子温度虽不同，但我们可以区分冷等离子体区（恒星大气和色球，星际介质，类星体外区），此处  $T_e \approx 10^4 \text{ K}$ （ $\sim 1$  电子伏或  $10^{-12}$  尔格），以及热等离子体区（日冕），该处温度  $T_e \approx 10^6 - 10^7 \text{ K}$ （ $\sim 10^2 - 10^3$  电子伏或  $10^{-10} - 10^{-9}$  尔格）。第一种情况的电子热速度

$$v_{Te} \approx 3 \times 10^7 \text{ 厘米/秒},$$

第二种情况为  $v_{Te} \approx 3 \times 10^8 - 10^9$  厘米/秒。中间情况很少出现。星际气体稠密区的温度虽很低，但自由电子密度也很小，以致气体的等离子体特性常常并不显示出来。也能遇到甚高的温度，我们可称这样的等离子体为近相对论的 ( $T_e \approx m_e c^2$ ) 或极端相对论的 ( $T_e \gg m_e c^2$ )。以后我们将详细研究极端相对论等离子体（第四章），但在本章，仅限于研究  $T_e \ll m_e c^2$  情形。

确定等离子体集体性质的一个重参量是德拜半径

$$\begin{aligned} d_e &= \frac{v_{Te}}{\omega_{pe}} = \left( \frac{T_e}{4\pi e^2 n_e} \right)^{1/2} = 7 \left( \frac{T_e(\text{K})}{n_e(\text{厘米}^{-3})} \right)^{1/2}, \\ d_i &= \frac{v_{Ti}}{\omega_{pi}} = \left( \frac{T_i}{T_e} \right)^{1/2} \cdot d_e. \end{aligned} \quad (1.6)$$

众所周知，在通常等离子体中，等离子体准中性（即是正电荷和负电荷密度相等）的偏离被局限在量级为  $d_e^3$  的体积中。

在恒星大气中，德拜半径很小 ( $d_e \approx 10^{-3}$  厘米)。在日冕和类星体内，它较大些 ( $d_e \approx 0.1 - 1$  厘米)；而在星际空间，它甚至更大 ( $d_e \approx 10^2 - 10^3$  厘米)。下面我们将常涉及到德拜半径的数值。

我们还需要所谓德拜数这样的参量：

$$N_D = n_e d_e^3. \quad (1.7)$$

在宇宙条件下,  $N_D$  总是比 1 大几个量级 (从恒星表面的  $10^2$  到日冕的  $10^8$  以及星际空间的  $10^9$ ).

一方面, 不等式  $N_D \gg 1$  意味着在准中性发生偏离的区域有许多自由电子; 另一方面, 这个条件等效于  $e^2 n_e^{1/3} \ll T_e$ , 这表示等离子体中电荷间库伦相互作用的平均能量远小于它们的动能.

另一些特征参量是电子与电子或离子的碰撞频率

$$\nu_e = \frac{A_e}{3(2\pi)^{3/2}} \frac{\omega_{pe}}{N_D} \approx \frac{\omega_{pe}}{N_D}, \quad (1.8)$$

或离子相互碰撞频率

$$\nu_i = \frac{A_i}{3(2\pi)^{3/2}} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} \frac{\omega_{pi}}{N_D} \approx \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} \nu_e, \quad (1.9)$$

式中  $A_e$  和  $A_i$  是所谓的库伦对数, 它与密度  $n_e$  和  $n_i$  以及温度  $T_e$  和  $T_i$  呈对数依赖关系 [例如,  $A_e = \ln(4\pi N_D)$ ]. 在宇宙等离子体中, 这些量变化的范围介于 20 到 30 之间. 通常人们遇到的数值是  $A \approx 30$ . 下面我们将略去这种对数依赖关系, 对于  $\nu_e$  和  $\nu_i$  采用方程 (1.8) 和 (1.9) 右端, 这对研究天体物理中的等离子体湍动来说, 它是足够精确的.

## § 1.2 等离子体中集体(激发的)波类型(模式)

等离子体内各种类型寻常模式波的研究课题也许是现今等离子体物理中探索得最多和最详细的部分. 由于有许多特征频率和多种可能的偏振波, 使总的图象变得很复杂. 我们不能详述等离子体中波的所有特性, 而这也不需要. 对于分析等离子体湍动, 特别是对于等离子体天体物理, 我们只需要清楚地确定这些波的基本特征和它们的参量变化范围. 我们将在下面用公式和图解给出这些资料. 更详细的讨论可参阅

如下作者的书和评述: 金兹堡 (Ginzburg, 1970), 斯蒂克斯 (Stix, 1962), 沙弗拉诺夫 (Shafranov, 1967), 金兹堡和鲁哈泽 (Ginzburg and Rukhadze, 1970) 以及阿希赫泽尔, 阿希赫泽尔, 波洛文, 西坦科和斯捷潘诺夫 (Akhiezer, Akhiezer, Polovin, Sitenko and Stepanov, 1967).

我们可用下列参量来表征任何一种波:

(i) 色散关系  $\omega = \omega(\mathbf{k})$ , 即是波频率  $\omega$  和波矢量  $\mathbf{k}$  之间的关系. 波矢量的方向垂直于波阵面, 其数值等于波数

$$k = 2\pi/\lambda,$$

式中  $\lambda$  是波长.

(ii) 波的相速度  $v_p = \omega/k$  和群速度  $\mathbf{v}_g = d\omega/d\mathbf{k}$ . 相速度方向平行于波矢量  $\mathbf{k}$ ; 而群速度是函数  $\omega(\mathbf{k})$  的梯度, 它确定了波内能量转移的数值和方向.

(iii) 波的衰减(或增长)率  $\gamma$ . 量  $\gamma^{-1}$  表征波幅减小(或增大) $e$  倍所需的时间.

(iv) 参量  $\omega$ ,  $k$ ,  $v_p$ ,  $v_g$  所处的范围. 它们一方面取决于  $\omega$  和  $\mathbf{k}$  可能存在的关系的条件, 另一方面也决定于能量应有较小吸收的需要. 若吸收很强, 则这些波实际上就不存在.

(v) 波的偏振. 在等离子体中波可以是横向的(电场矢量垂直于波传播方向), 也可以是纵向的(电场矢量平行于矢量  $\mathbf{k}$ ) 或更为复杂的. 横偏振可以是直线的, 圆的或椭圆的. 为了分析波的相互作用和吸收, 横波与纵波之间的区分是重要的.

我们必须考虑到湍动等离子体中的波具有特殊的性质, 这与它们的强相互作用有关, 结果在某种程度上就丧失了频率和波数之间联系的单一性. 因而色散关系仅有近似的性质. 然而, 若相互作用的特征时间比波的周期长得多, 则对这

些波我们就可以采用通常的色散关系。为了强调湍动波与寻常线性波之间的物理差异，我们将前者称为等离激元。下面仅限于采用简化的色散关系就足够了。

我们将按频率减小的次序来研究等离子体中的这些波。

1. 高频电磁波 (用上标  $t$  表示)。我们认为这些波是通常的电磁辐射，它们的频率大大超过所有等离子体的特征频率 ( $\omega^t \gg \omega_{pe}$ ,  $\omega^t \gg \omega_{He}$  等)。对天体物理问题采用准纵向传播的最简单色散关系就够了：

$$\omega^t(\mathbf{k}) = \left[ \frac{\omega_{pe}^2}{1 \pm (\omega_{He}/\omega^t) \cos \vartheta} + c^2 k^2 \right]^{1/2} \quad (1.10)$$

式中  $\vartheta$  是波矢量  $\mathbf{k}$  与磁场  $\mathbf{H}$  的夹角。相速度和群速度与光速  $c$  略有不同，而且  $v_p \gg c$  及  $v_g \leq c$ 。  $v_p v_g = c^2$  亦是一个有用的关系，当  $\omega_{He} = 0$  时，它准确成立。

这些波的偏振很强烈地依赖于磁场的数值（也就是很强烈地取决于  $\omega_{pe}$  与  $\omega_{He}$  的比值）和波传播的方向。偏振的图象比较复杂，但下列各点是很重要的。若波数满足不等式

$$k \ll \left[ \frac{\omega_{He} \omega_{pe}}{2 |\cos \vartheta|} \right]^{1/2} \frac{\sin^2 \vartheta}{c}, \quad (1.11)$$

则二个独立的高频圆偏振横电磁波将在等离子体中传播。其中一个波的电场矢量绕波传播的方向转动，转动角速度等于波频率，而方向与给定磁场中正电荷转动的相同。这种波称为寻常波，以“o”表示，它的色散关系决定于式(1.10)，取正号。第二种波（标志为“e”）电场矢量的转动方向与给定磁场中电子转动的相同，在色散关系(1.10)中取负号，这种波称为非常波。寻常波和非常波的速度接近于光速，但由于这些波在宇宙介质中通过的路程很长，二种速度之间的差别就显得很大。

非常波(当在  $\mathbf{H}$  方向传播时)比寻常波稍为迟后。它导

致把两种波的转动偏振矢量加在一起所得到的偏振矢量转动变慢，也就是引起周知的法拉第效应。法拉第效应在天体物理中起着重要的作用，它使我们能由观测资料求出磁场的方向。这种效应在等离子体里电磁波传播理论中作了详细研究，这里不讨论它。我们只给出当波通过距离  $R$  时偏振面转动角度  $\psi(R)$  数量的公式：

$$\psi(R) = \frac{2\omega}{c^2} |v_p^{(\omega)} - v_p^{(\omega)}| R = \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{He}}{c\omega^2} R \cos \vartheta. \quad (1.12)$$

当考虑磁场的影响时，相速度和群速度的方向矢量也不同，但它们之间的角度很小，因而对于我们往后分析没有什么重要性。

等离子体中任何波（其中也包括电磁波）的一个十分重要特性是它的衰减率，即特征时间倒数的量，而波强度在经过这时间之后减小  $e$  倍。用具有相应指标的符号  $\gamma$  表示衰减率；对于吸收，这个量为负（当波产生时，其增长率是正的，也用符号  $\gamma$  表示）。在物理学，尤其在天体物理中常常采用吸收系数  $\mu$ ，它是距离的倒数，而波强度在经过此距离后减小  $e$  倍。衰减率  $\gamma$  和吸收系数  $\mu$  有如下关系：

$$\mu = -\gamma/v_g. \quad (1.13)$$

即使由于衰减率中不引进群速度（而它对不同频率的波是不同的），采用它来代替吸收系数也是方便的。其次，把  $\gamma$  与波频率和等离子体湍动其它参量作比较也很方便。

自然，只有当  $\gamma \ll \omega$  时波才存在。波的  $Q$  因子即量  $\omega/\gamma$  越大，它存在时间就越长，越可能与其它波相互作用。

高频电磁波吸收的主要机制，是当电子与其它电子或离子碰撞时波内电子振荡的阻尼。因此有

$$\gamma^i = -\nu_e \left[ \frac{\omega_{pe}}{\omega^i \pm \omega_{He} \cos \vartheta} \right]^2 \approx -\left( \frac{\omega_{pe}}{\omega^i} \right)^2 \frac{\omega_{pe}}{N_D}. \quad (1.14)$$

然而,众所周知,还有其它吸收电磁波的机制,下面将进行研究(这些波转变为其它类型的等离子体波,同步加速吸收,等等)。这里只提到其中一种,即回旋加速吸收。若电磁波频率是回旋频率的倍数,即若  $\omega^t = s\omega_{He}$ , 式中  $s=1, 2, 3\cdots$  是整数,由于外磁场中波内电子运动的阻尼,会发生强烈吸收。衰减率是波方向复杂的函数:特别是对  $s \geq 2$  的电磁波,当严格沿着磁力线传播时,它等于零,对垂直于磁场传播的波情况亦如此。我们指出,对于不太大的  $s$ (例如  $s=1$  到 4)和  $\theta \neq 0$  或  $\frac{\pi}{2}$ , 在热等离子体中这种衰减相当大。对  $\omega \approx \omega_{He}$  的非常波存在着最有效的回旋加速吸收,其中电子与波同相转动。恰好在太阳偶发射电辐射中观测到这种效应。

这样,电磁波频率从量级为  $\omega_{pe}$ (无论  $\omega_{pe} > \omega_{He}$  还是  $\omega_{pe} < \omega_{He}$ )延伸到无穷大,在频率  $s\omega_{He}$  处可能有中断。

2. 横等离激元(用上标  $p$  表示)。对频率十分近于  $\omega_{pe}$  的电磁波分别研究是很方便的,从物理观点来看也是适宜的。我们称这些波为横等离激元。当  $\omega_{He} \ll \omega_{pe}$  时,它们的色散关系为

$$\omega^p(k) = [\omega_{pe}^2 + c^2 k^2]^{1/2} \approx \omega_{pe} + c^2 k^2 / 2\omega_{pe}. \quad (1.15)$$

当  $k \ll \omega_{pe}/c$  时可采用后一等式。

相速度和群速度等于

$$v_p = \frac{\omega^p}{k} \approx \frac{\omega_{pe}}{k} \gg c, \quad v_g = \frac{c^2 k}{\omega_{pe}} = \frac{c^2}{v_p} \ll c. \quad (1.16)$$

横等离激元的偏振特性与高频电磁波相同,但在强等离子体湍动条件下,这些等离激元的偏振迅速混杂起来,故常常不必区分寻常波和非常波(但有时这是很重要的,参见 § 8)。当由于碰撞而发生衰减时,利用式(1.14)也可计算横等离激元的吸收。

换句话说，横等离子激元与高频电磁波的主要差别在于它们的相速度远大于光速，而它们的群速度则远小于光速。这表示横等离子激元稳固地“滞留”在等离子体湍动激元区，因而受到比较强烈的吸收。它们与纵等离子激元的比较强地非线性耦合也很重要。

3. 纵等离子激元(用上标  $l$  表示)，这是周知的静电朗缪尔等离子体波<sup>1)</sup>。在这种情况下电场矢量沿着波传播的方向。这些波与通常声波一样，电子密度的扰动表现为压缩和稀疏。它们与声波的差别在于这种扰动不是通过粒子的碰撞，而是经由电场传播的。若  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ，纵等离子激元的色散关系为

$$\omega^l(k) = [\omega_{pe}^2 + 3v_{Te}^2 k^2]^{1/2} \approx \omega_{pe} + \frac{3v_{Te}^2 k^2}{2\omega_{pe}}, \quad (1.17)$$

式中第二项总是比第一项小。

相速度和群速度决定于公式：

$$v_p = \frac{\omega^l}{k} \approx \frac{\omega_{pe}}{k}, \quad v_g = \frac{3v_{Te}^2 k}{\omega_{pe}} \approx \frac{3v_{Te}^2}{v_p}. \quad (1.18)$$

纵等离子激元的碰撞吸收也可用式(1.14)描述，而因为这里  $\omega^l \approx \omega_{pe}$ ，故可简单取

$$\gamma^l = -\nu_e = -\frac{\omega_{pe}}{N_D}. \quad (1.19)$$

朗缪尔波也可由其它机制，尤其是由同步加速和回旋加速机制所吸收。我们将在 § 12 讨论同步加速吸收，而当比值  $\omega_{pe}/\omega_{He}$  接近于比较小的整数时，回旋加速吸收只在相当少数情况下才是重要的。

一般对于纵波，尤其对于朗缪尔波还有一种很有效的能量吸收机制，就是朗道阻尼。下节我们将更详细地研究这种现象的物理性质。这里我们给出在没有磁场的等离子体中纵波的朗道阻尼率的公式

1) 皮尼斯(Pines, 1956)对这些波引用“等离子激元”这个词。



$$\frac{\gamma^i}{\omega_{pe}} = -\left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2} \frac{1}{(kd_e)^3} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(3 + \frac{1}{(kd_e)^2}\right)\right\}, \quad (1.20)$$

并指出其最重要的结果。若等离激元的波长可与德拜半径 ( $k \sim 1/d_e$ ) 相比拟, 则它们将受到很强阻尼, 这时完全谈不上它们的存在。然而, 若  $k \ll 1/d_e$ , 则纵等离激元的阻尼是指数减小。我们认为,  $k < 1/d_e$  的纵等离激元实际上不存在朗道阻尼, 而  $k > 1/3d_e$  的等离激元按同样原则实际上可说是不存在的。由此也可得出, 纵等离激元的相速度大于  $3v_{Te}$ , 它们的群速度小于  $v_{Te}$ 。

必须强调对以后讨论很重要的事实: 等离子体波的相速度可在很宽的范围变化, 即从  $3v_{Te}$  (在某些情况下甚至从很接近于  $v_{Te}$  值) 到十分大的数值 (特别是可能远大于光速)。纵等离激元的群速度通常十分小, 远小于电子热速度。因此, 纵等离激元总是停留在等离子体湍动区, 而几乎不能超出此范围。着重指出, 对于同一频率, 纵等离激元的群速度是远小于横等离激元的 (当然, 这是指非相对论等离子体情况:  $v_{Te} \ll c$ )。

4. 回旋频率等离激元 (用上标  $h$  表示)。至此我们忽略了磁场对等离子体共振性质的影响, 甚至当  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$  时, 这样做也未必正确。此外, 天体物理中已知有  $\omega_{pe}$  与  $\omega_{He}$  同量级和甚至  $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$  的情况。特征频率接近于  $\omega_{He}$  的波称为回旋频率等离激元。

尽管在考虑磁场时, 等离子体波的色散关系比较繁杂, 我们还要把它写出来 (Gershman, 1953):

$$\omega^4 - \omega^2(\omega_{pe}^2 + \omega_{He}^2) + \omega_{pe}^2 \omega_{He}^2 \cos^2 \vartheta = \omega_{pe}^2 R\left(\frac{\omega_{He}^2}{\omega^2}, \vartheta\right) v_{Te}^2 k^2, \quad (1.21)$$

式中无量纲自变量  $u = \omega_{He}^2/\omega^2$  和角度  $\vartheta$  的无量纲函数  $R(u, \vartheta)$  可写为

$$R(u, \vartheta) = \frac{3}{1-4u} \sin^4 \vartheta + \left[ 1 + \frac{5-u}{(1-u)^2} \right] \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta + 3(1-u) \cos^4 \vartheta. \quad (1.22)$$

只限于讨论一些特殊情况. 当  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$  时, 我们有

$$\omega^l(\mathbf{k}) = [\omega_{pe}^2 + \omega_{He}^2 \sin^2 \vartheta + 3v_{Te}^2 k^2]^{1/2}, \quad (1.23)$$

$$\omega^h(\mathbf{k}) = \left[ \omega_{He}^2 \cos^2 \vartheta - \frac{\omega_{He}^4}{\omega_{pe}^2} \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta - R\left(\frac{1}{\cos^2 \vartheta}, \vartheta\right) v_{Te}^2 k^2 \right]^{1/2}, \quad (1.24)$$

其中第一式表明, 简单地用  $\omega_{pe}^2 + \omega_{He}^2 \sin^2 \vartheta$  代替  $\omega_{pe}^2$ , 就可对上述有关纵等离子激元的所有讨论作出考虑磁场时的“修正”.

在强磁场中当  $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$  时有

$$\omega^h(\mathbf{k}) = \left[ \omega_{He}^2 + \omega_{pe}^2 \sin^2 \vartheta + \frac{4\omega_{He}^2}{\omega_{pe}^2} v_{Te}^2 k^2 \cot^2 \vartheta \right]^{1/2}, \quad (1.25)$$

$$\omega^l(\mathbf{k}) = [\omega_{pe}^2 + 3v_{Te}^2 k^2]^{1/2} |\cos \vartheta|. \quad (1.26)$$

方程(1.23)到(1.26)有许多共同之处, 这使我们在许多情况下, 至少能定性地估计磁场对湍动等离子体中许多过程的影响. 例如, 下面我们将看到, 分析守恒定律有很大的价值, 它使我们能确定各种过程的概率. 为此只需知道计算相速度和群速度的色散关系. 这里, 相速度可能很不相同, 但总是大于  $3v_{Te}$ , 因为朗道阻尼对这里所讨论的各类型波都起作用, 尽管其程度各不相同, 所有群速度都是很小的 (Gershman, 1960).

这些波的碰撞阻尼率常常为  $\nu_e = \omega_{pe}/N_D$  量级. 回旋频率等离激元的回旋加速阻尼在  $k \ll \omega_{He}/v_{Te}$  时是指数地减小, 而对严格沿着磁场传播的等离激元则完全等于零.

具有色散关系(1.21)的所有波都是纵向的, 它们的电场沿着波矢量(其中也包括强磁场中的回旋频率等离激元).

5. 哨声波(用上标  $w$  表示). 频率  $\omega_{pe} > \omega > \omega_{He} |\cos \vartheta|$

(在  $\omega_{pe} > \omega_{He}$  情况下)的波不可能在等离子体中传播. 在上一小节我们讨论了频率  $\omega \approx \omega_{He} |\cos \vartheta|$  的波. 当频率更低时, 就出现一种几乎是横波的新型波, 其频率范围为  $\omega_{He} |\cos \vartheta| > \omega > \omega_{Hi} |\cos \vartheta|$ . 这种波称为哨声波, 它们以低频哨声形式首先在地球大气中被观测到, 并在无线电通讯中产生了干扰. 在应用于固态等离子体时, 这种波称为螺旋波.

哨声波的性质类似于高频横电磁波. 这里不是二种波而是一种波, 当哨声波矢量与磁场方向之间交角很锐 ( $0 < \vartheta < \pi/2$ ) 时, 它相当于非常波, 而当哨声波方向是另一种形式 ( $\pi/2 < \vartheta < \pi$ ) 时, 则相当于寻常波.

在靠近频率 ( $\omega \approx \omega_{He} |\cos \vartheta|$ ) 上限, 哨声波直接过渡到等离子体波, 其色散关系为式(1.24); 而靠近下限

$$\omega \approx \omega_{Hi} |\cos \vartheta|$$

时, 它们就过渡到磁声波(参见下面).

哨声波的色散关系为

$$\omega^w(\mathbf{k}) = \frac{\omega_{He} |\cos \vartheta|}{\omega_{pe}^2 + c^2 k^2} c^2 k^2 \approx \frac{\omega_{He} |\cos \vartheta|}{\omega_{pe}^2} c^2 k^2. \quad (1.27)$$

当  $\omega \ll \omega_{He}$  时, 后一等式成立. 由于哨声波的频带受到限制, 可得出它们的波数和相速度也受到限制:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_{pi}}{c [|\cos \vartheta|]^{1/2}} < k < \frac{\omega_{pe}}{c}, \\ \frac{\omega_{Hi}}{\omega_{pi}} c < v_p = \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}^2} |\cos \vartheta| c^2 k < \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} c. \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

哨声波的相速度总是小于光速. 它们的群速度为其相速度的二倍(在  $\omega_{pe} \gg ck$  时). 重要的是哨声波群速度的方向比相速度更靠近磁场的方向. 若用  $\varphi$  表示相速度与群速度之间交角, 则

$$\tan(\vartheta - \varphi) = \frac{1}{2} \tan \vartheta,$$

换句话说, 可以认为哨声波基本上沿着磁场方向 (在二个方向) 转移能量. 同时必须指出, 只有在  $\vartheta=0$ , 也在  $\varphi=0$  时, 哨声波才是严格的横波, 而在其它情况下其偏振特性很复杂. 但当不等式 (1.28) 成立时, 电场分量与外磁场成直角. 象所有的等离子体波一样, 哨声波也由于电子-离子碰撞而衰减. 它们的衰减率为  $\gamma^w/\omega^w = -\omega_{pe}(1+\cos^2\vartheta)/\omega_{He}|\cos\vartheta|N_D$ . 哨声波电场纵向分量的存在导致可用下式描述的朗道阻尼:

$$\gamma^w = -\left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2} \frac{\omega_{Te}^2 c^2 k^3}{\omega_{pe}^2} \sin^2\vartheta |\cos\vartheta| \times \exp\left[-\frac{\omega_{He}^2 c^4 k^2}{2\omega_{pe}^4 v_{Te}^2}\right]. \quad (1.29)$$

当波数和频率满足不等式

$$k \gg \frac{\omega_{pe}^2 v_{Te}}{\omega_{He} c^2}, \quad \omega > \omega_{He} |\cos\vartheta| \frac{v_s^2}{v_A^2} \quad (1.30)$$

时, 哨声波的衰减是指数地减小, 式中  $v_A = c(\omega_{Hi}/\omega_{pi})$  称为阿尔文速度. 当  $\cos\vartheta \approx 1$  时, 只有在  $v_A \gg v_s$  时才指数地减小. 不过, 即使对于不满足不等式 (1.30) 的频率, 哨声波的衰减也相当小:

$$\frac{\gamma^w}{\omega^w} = -\frac{v_s}{v_A} \left[ \frac{\pi}{8} \frac{\omega^w \sin^4\vartheta}{\omega_{He} |\cos\vartheta|} \right]^{1/2}. \quad (1.31)$$

至此所讨论的等离子体波通常称为高频波. 它们的特征是: 在这些波内主要是电子在振荡. 电子和离子都参与振荡的第二群波称为低频波. 然而, 不应忘记这些波的频率还是远高于碰撞频率的.

6. 离子声波 (用上标  $s$  表示). 众所周知, 由压缩和稀疏构成的纵声波可在任何气体中传播. 若这种波的传播与在碰撞时粒子之间的动量转移有关, 则这种波的频率应小于碰撞频率, 即  $\omega \ll \nu_i \approx (T_e/T_i)^{3/2} \omega_{pi}/N_D$ . 这种波在通常气体和电离等离子体中都存在. 但在后者, 动量也可通过电场从一种

粒子转移到另一种粒子。这里不存在上述关于波频率的限制，因此声波（即离子声波）在频率远大于  $\nu_i$  的等离子体中可能存在。离子声波的色散关系为

$$\omega^s(k) = \frac{v_s k}{[1 + (kd_e)^2]^{1/2}} + \frac{3v_{Ti}^2 k^2}{2\omega_{pi}}, \quad (1.32)$$

式中当  $T_e \gg T_i$  时， $v_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ 。正如下面将看到的，这个不等式的满足是离子声波的存在所必需的。若  $k \ll 1/d_e$ ，则离子声波的相速度和群速度相同并且是固定的，即与波数无关。

离子声波的高端频率被条件  $\omega^s \leq \omega_{pi}$  所限制，离子声波的低端频率也有一个界限。首先指出，在频率  $\omega^s \approx \omega_{Hi}$  处，离子声波受到很强的离子回旋加速吸收。因此，离子声波分支大约在  $\omega^s \approx \omega_{Hi}$  处中断。然而甚至在更低频，离子声波可能再次出现，称为慢磁声波（磁化的声波），其色散关系为

$$\omega^{ms}(k) = v_s k |\cos \vartheta|. \quad (1.33)$$

只有在  $v_A = c\omega_{Hi}/\omega_{pi} \gg v_s$  时，这种波才能发生。当频率进一步减小时，就出现频率  $\omega < \nu_i = (T_e/T_i)^{3/2} \omega_{pi}/N_D$  的碰撞声波（上标为 cs）。当  $\nu_i > \omega^{cs} > (m_e/m_i)^{1/2} \nu_i [\xi_e = 1, \xi_i = 5/3; \text{参见式(1.5)}]$  时，它们的色散关系为

$$\omega^{cs}(k) = \left[ \frac{5}{3} + \frac{T_e}{T_i} \right]^{1/2} v_{Ti} k, \quad (1.34)$$

这里可能保持着电子和离子的温度不相等。在更低频区，电子和离子的温度相等，波变为正常声波，其色散关系为

$$\omega^s(k) = (10/3)^{1/2} v_{Ti} k.$$

所有声波都由于离子碰撞而衰减。当  $\omega^s \geq \nu_i$  时，衰减率为  $\gamma^s \approx -0.6\nu_i (T_i/T_e)$ 。在  $\nu_i > \omega^{cs} > (m_e/m_i)^{1/2} \nu_i$  频段，衰减率也减小， $\gamma^s \approx -(m_e/m_i)^{1/2} \nu_i$ 。最后，在甚低频区，当

$$\omega^s \ll (m_e/m_i)^{1/2} \nu_i$$

时,我们可得

$$\gamma^{cs} \approx - \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \frac{(\omega^{cs})^2}{\nu_i}. \quad (1.35)$$

这里衰减率随频率减小而很快地减小. 我们指出, 当通过“等温化”频率  $\sim (m_e/m_i)^{1/2} \nu_i$  时, 衰减率是连续变化的.

纵离子声波受到更强的朗道阻尼. 低频波的朗道阻尼率由两部分即电子 ( $\gamma_e^s$ ) 和离子 ( $\gamma_i^s$ ) 部分所组成. 对  $\omega^s \gg \omega_{Hi}$ , 离子声波的朗道阻尼可由如下阻尼率表征:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^s &= \gamma_e^s + \gamma_i^s, \quad \gamma_e^s/\omega^s = - [\pi m_e/8m_i]^{1/2}, \\ \frac{\gamma_i^s}{\omega^s} &= - \left( \frac{\pi}{8} \right)^{1/2} \left( \frac{v_s}{v_{Ti}} \right)^3 \exp[-v_s^2/2v_{Ti}^2] \\ &= - \left( \frac{\pi}{8} \right)^{1/2} \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} e^{-T_e/2T_i}. \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

电子朗道阻尼常常很强烈地限制着离子声波列的长度, 它不能超过  $(8m_i/\pi m_e)^{1/2} \approx 70$  个波长, 当然, 如果这时没有波的激励才如此. 若  $v_s \gg v_{Ti}$ , 即当  $T_e \gg T_i$  时, 离子阻尼是指数地减小.

碰撞声波 ( $\omega^{cs} < \nu_i$ ) 没有朗道阻尼. 有趣的是当通过频率

$$\omega^{cs} \approx \nu_i$$

时, 朗道阻尼与碰撞阻尼同量级 [ $\gamma^{cs} \approx - (m_e/m_i)^{1/2} \nu_i$ ]. 对于甚低频波, 只剩下阻尼式 (1.35).

慢磁声波受到相同的电子朗道阻尼, 其阻尼率为

$$\frac{\gamma^{ms}}{\omega^{ms}} = - \left[ \frac{\pi m_e}{8m_i} \right]^{1/2}. \quad (1.37)$$

简单地说, 除了  $\omega^{cs} \ll (m_e/m_i)^{1/2} \nu_i$  的甚低频声波以外, 所有离子声波和离子等离子体波都受到相当强的吸收, 同样地, 它可能导致等离子体的快速加热. 我们指出, 因为首先是电子被加热, 当离子声波耗散时, 它们就产生了适于其存在的条件, 即电子和离子温度的差别.

这里对可能波数范围的限制与吸收无关 (不象在朗缪尔

波情况那样), 但因相速度略微变化, 却对频率有相应的限制。当  $\omega \lesssim \omega_{pi}$  时, 波数的上限

$$k < \frac{\omega_{pi}}{v_{Ti}} \approx \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{1/2} d_e^{-1},$$

稍为大于纵等离子激元上限。离子声波的频率下限严格地受  $\omega_{Hi}$  限制。因此  $k > \omega_{Hi}/v_s$ 。对于慢磁声波类似地可得

$$k < \omega_{Hi}/v_s.$$

7. 阿尔文波和快磁声波 (分别用上标  $a$  和  $m$  表示)。这些波的频率远小于  $\omega_{Hi}$ 。在  $\omega_{Hi} \ll v_i$  时, 这些波可由磁流体动力学得知。然而, 若  $\omega_{Hi} \gg v_i$ , 也存在类似的无碰撞波。

阿尔文波的色散关系为

$$\omega^a(k) = \frac{v_A k |\cos \vartheta|}{[1 + v_A^2/c^2]^{1/2}} \approx v_A k |\cos \vartheta|. \quad (1.38)$$

这里  $v_s \ll v_A \ll c$ , 式中  $v_A$  是上述的阿尔文速度,

$$v_A = \frac{\omega_{Hi}}{\omega_{pi}} c = \frac{H}{[4\pi m_i n_i]^{1/2}}. \quad (1.39)$$

对于  $\omega \ll \omega_{Hi}$  和  $v_s \ll v_A \ll c$ , 快磁声波的色散关系为

$$\omega^m(k) = k [v_A^2 + v_s^2 \sin^2 \vartheta]^{1/2} \approx v_A k, \quad (1.40)$$

而对于  $|\omega - \omega_{Hi}| \ll \omega_{Hi}$ , 则有

$$\omega^m(k) = \omega_{Hi} + \frac{v_s^2 k^2 \sin^2 \vartheta}{2\omega_{Hi}}. \quad (1.41)$$

阿尔文波和磁声波的相速度分别等于  $v_A \cos \vartheta$  (在  $v_A \ll c$  时) 和  $v_A$ , 而群速度在两种情况都相同并等于  $v_A$ 。阿尔文波的群速度方向常常与磁场方向相同。这些波沿磁场转移能量, 与哨声波类似。

阿尔文波和磁声波的波数相当小:

$$k < \frac{\omega_{Hi}}{v_A} = \frac{\omega_{pi}}{c}. \quad (1.42)$$

象所有纵声波一样,磁声波也受到朗道阻尼,但有较小的相对阻尼率:

$$\frac{\gamma^m}{\omega^m} = - \left( \frac{\pi m_e}{8 m_i} \right)^{1/2} \frac{v_s}{v_A} \frac{\sin^2 \vartheta}{|\cos \vartheta|}. \quad (1.43)$$

阿尔文波的朗道阻尼显然更小:

$$\gamma^a = \gamma^m (\omega^a / \omega_{Hi})^2 \ll \gamma^m. \quad (1.44)$$

阿尔文波的衰减随频率的减小而减小。这表示如果其它条件都相同,阿尔文波损失能量比所有其它低频波小。诚然,毕竟不能认为阿尔文波在很小  $\omega^a$  范围内完全没有衰减。首先,下面我们将看到,它们的能量可能转移给磁声波,然后作为磁声波而发生衰减;其次,在离子彼此间的碰撞中,阿尔文波也可

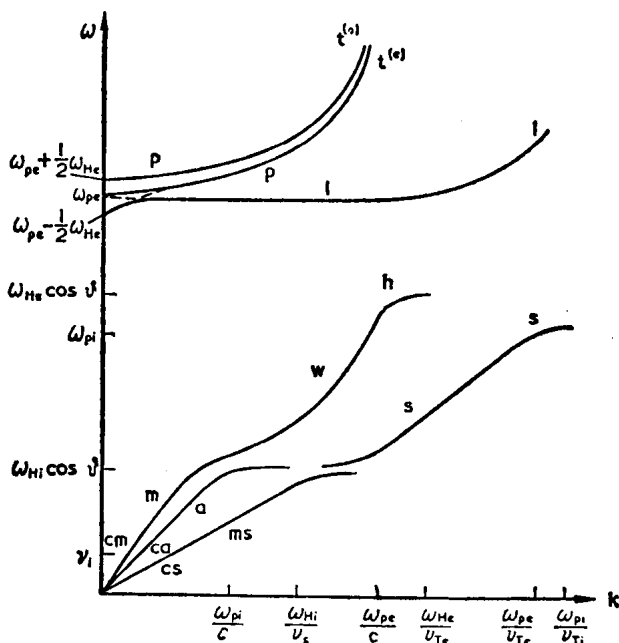


图1 在弱磁场( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ , 而  $v_A > v_s$ )的等离子体中,不同波的色散曲线的定性变化。曲线用色散关系中的上标注明。



能被吸收,其衰减率对于无碰撞波量级为  $\gamma^a \approx \nu_i (m_e/m_i)^{1/2*}$ , 而对于碰撞波则为

$$\gamma^a \approx \gamma^{ca} \approx \nu_i \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\omega_{Hi}^2} \quad \text{当 } v_A < v_{Ti} (m_i/m_e)^{1/4} \text{ 时,}$$

$$\gamma^a \approx \gamma^{ca} \approx \nu_e \frac{k^2 c^2}{\omega_{pe}^2} \quad \text{当 } v_A > v_{Ti} (m_i/m_e)^{1/4} \text{ 时.}$$

图 1 给出了所有色散关系的综合图, 而图 2 则是在  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$  情况下的衰减率.

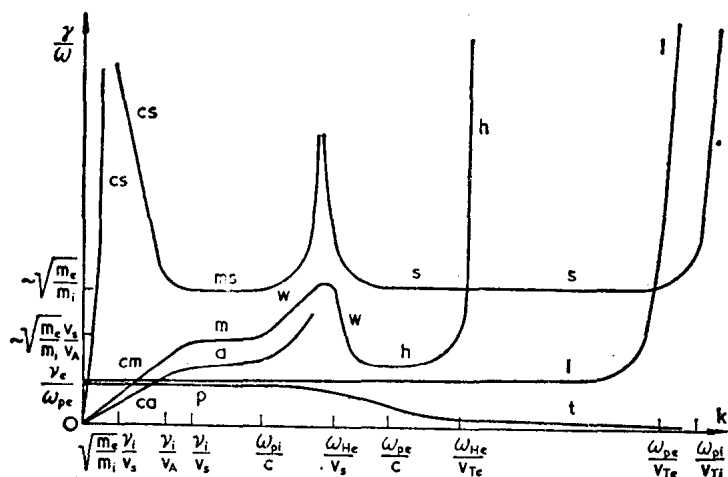


图 2 等离子体中不同波的相对衰减率的定性变化.

曲线用色散关系中的上标注明

## § 2 等离子体中波的辐射和吸收机制

为了分析等离子体湍动, 首先必须知道等离子体中所有可能波型的辐射和吸收机制, 以及它们相互作用的机制.

\* 英译本这里漏译, 现在我们参照俄文版补充译出. ——译者注

本节将论述第一个问题,而下一节将研究波的相互作用。然而,我们首先必须熟悉描述湍动的方法,也就是必须熟悉能谱密度和波粒数的定义。

## § 2.1 等离子体湍动中能谱密度和波粒数

我们将用带有相应上标的  $W_k$  (如  $W_k^l$ ,  $W_k^t$ ,  $W_k^a$ ) 来表示坐标空间单位体积里和波数空间单位体积里给定类型波的能量值。这些波的总能量密度(坐标空间每单位体积)为

$$W = \int W_k d^3 \mathbf{k} = \int W_k dk_x dk_y dk_z. \quad (2.1)$$

也可用每单位相体积的波粒数(number of waves)来代替量  $W_k$ :

$$N_k = \frac{(2\pi)^3 W_k}{\omega(\mathbf{k})}. \quad (2.2)$$

因子  $(2\pi)^3$  来源于相空间归一化条件。波粒数是这些波的能量密度(即  $W_k$ )除以单个波粒的能量[即用量子语言来说,除以量  $\hbar\omega(\mathbf{k})$ , 其中  $\hbar$  为普朗克常数]。

等离子体中波的研究是经典物理学的一部分,因此一般说来,普朗克常数的出现是不必要的。这表示普朗克常数在所有最终公式中应当去掉,即使我们在所有中间阶段曾用到它。为了不引进这个无用的量,取波能量简单等于  $\omega$ , 波动量等于  $\mathbf{k}$ , 而不取它们实际的量即  $\hbar\omega$  和  $\hbar\mathbf{k}$ 。若我们记住,事实上不是式(2.2)而是公式  $N_k = (2\pi)^3 W_k / \hbar\omega$ , 则容易看出,  $N_k$  是一个无量纲量,确实它决定了坐标空间单位体积和波数空间单位体积的波粒数。

我们常常假设等离子体湍动是各向同性的,即设置  $W_k$  只决定于波数值。然后按波矢量方向对式(2.1)积分可得

$$W = \int W_k dk = 4\pi \int W_k k^2 dk, \quad (2.3)$$

我们称量  $W_k$  为等离子体波的能谱密度。这是等离子体湍动的主要特性之一。由式(2.3)和(2.2)可得

$$W_k = \frac{k^2 \omega(k)}{2\pi^2} N_k. \quad (2.4)$$

在式(2.3)和(2.4)中能谱密度是按单位波数计算的。同样也可用每单位频率来计算:

$$W_\omega = W_k \frac{dk}{d\omega} = \frac{W_k}{v_g(k)}, \quad (2.5)$$

式中  $v_g(k)$  是波的群速度。在天体物理中通常采用每单位频率能谱密度。对于高频电磁波, 在  $v_g(k) = c$  时, 采用  $W_k$  或  $W_\omega$  都是同样方便的。在等离子体波情况下, 情况就不同了。例如, 我们在 § 1 看到, 在纵等离子激元情况下, 波数变化的范围远大于频率变化的范围。尽管频率与波数是单一地联系着, 但毕竟考虑到对  $k$  的限制比对  $\omega$  的限制简单些。因此在等离子体湍动中采用量  $W_k$  比  $W_\omega$  更加方便, 虽然我们再次强调指出, 它们之间是单一地联系着。

实测天体物理中通常是测量每单位频率的电磁辐射流  $F_\omega$ 。若这种辐射源是在已知立体角  $\Omega$  情况下观测的, 则我们也可以定义分光强度  $I_\omega = F_\omega / \Omega$ , 它是单位时间通过单位面积在单位频率间隔辐射到给定方向单位立体角的能量。以后, 假设  $\Omega$  已知, 我们将计算这个量并与观测资料作比较。

显然, 对于各向同性电磁辐射有

$$W_\omega^t = \int I_\omega \frac{d\Omega}{v_g^t} = \frac{4\pi I_\omega}{v_g^t}. \quad (2.6)$$

由此可得出以后常常要用到的公式:

$$I_\omega = W_\omega^t / 4\pi. \quad (2.7)$$

所有等离子体波, 因此也包括电磁波, 常常在任何热动平衡等离子体中被辐射和吸收。它们按频率和波数的分布以通用的普朗克公式来描述(按照上述, 普朗克常数在公式中不出

现). 每单位相体积的波粒数为

$$N_k = \frac{1}{e^{\omega/T} - 1} \approx \frac{T}{\omega(\mathbf{k})}, \quad (2.8)$$

式中  $T$  是以能量单位表示的平衡等离子体的温度, 其中已假设  $T \gg \omega$ .

天体物理中常引用射电辐射有效温度  $T_{\text{eff}}(\lambda)$  的概念. 这个特征量也可推广到等离子体湍动的所有波中. 在各向同性情况下, 按式(2.4)可写出:

$$T_{\text{eff}} = \frac{2\pi^2}{k^2} W_k. \quad (2.9)$$

若等离子体中湍动充分发展, 则对于这种湍动已被激发的那些波,  $T_{\text{eff}} \gg T$ .

对于高频电磁波, 式(2.9)变为

$$T_{\text{eff}}(\lambda) = \pi \lambda^2 I_\omega, \quad (2.10)$$

式中  $\lambda = 2\pi/k$  是波长. 这里已考虑到电磁波有二个偏振态.

以后我们将利用这里所引出的等离子体湍动的许多特征量. 为了更加准确的计算, 必须知道  $W_k$ , 但在许多情况下为了粗略估计, 只能简单地限于量  $W$ .

等离子体波的能量密度可与气体热能密度相比拟. 若  $W \ll n_e T_e$ , 称为弱湍动, 这种情况将是我们研究的课题. 在  $W \approx n_e T_e$  情况, 称为强湍动. 在这种情况下, 不同类型的波发生很强的相互作用, 在时间大约为  $1/\omega_{pe}$  (对于天体物理这是可忽略的) 之后, 等离子体波的能量就快速地耗散(湍动加热), 等离子体又再次回到  $W \ll n_e T_e$  的状态. 除非我们作意思相反的说明, 否则一般认为后一条件是满足的.

## § 2.2 等离子体中波的自发辐射机制

若具备合适的条件, 等离子体中各种类型的波都可由这

个或那个机制辐射出来。

目前我们暂不考虑原子的机制，即原子中两个束缚态之间和束缚-自由态之间量子跃迁时，电磁量子的发射和吸收。在一些特殊情况下，这些机制对等离子体天体物理具有一定的价值，然而这里我们不加以讨论(Kaplan, Kleiman, and Oiringel', 1972)

当电子受到减速或加速时，产生电磁波的所谓韧致辐射机制是众所周知的。在宇宙条件下，重离子的加速和减速不大有效。在天体物理上有二个韧致辐射机制很重要：当电子与离子碰撞和电子在外磁场中以弯曲的螺旋轨道运动时，它们受到加速和减速（回旋加速辐射和由相对论电子引起的同步加速辐射）。

严格说来，韧致辐射机制也相应于由电子引起的电磁波散射。所散射的波是由于电子在入射波场的作用下，受到加速或减速而辐射的。我们必须将汤姆逊效应和康普顿效应区别开来，前者是入射波和散射波的频率相同，而只改变波矢量的方向；后者是散射波的频率与入射波的不同（增高或减小）。其它等离子体波也可通过这些机制（具有某种效率）辐射出来。

然而，还有与韧致辐射机制不同的另一种机制，它对等离子体中波的辐射更加有效。遗憾的是，这种辐射机制（所谓契连科夫效应<sup>1)</sup>）在宇宙等离子体条件下常常不能直接产生电磁波。在这种等离子体中，只能辐射相速度小于或等于粒子速度因而比光速小的波。另一方面，为了通过这种机制产生

---

1) 瓦维洛夫(Vavilov)和契连科夫(Cherenkov)从实验上发现这种辐射机制，而塔姆(Tamm)和弗兰克(Frank)(1937)从理论上加以解释。这种机制（在苏联）称为瓦维洛夫-契连科夫效应。然而目前传统说法是“契连科夫辐射”和“契连科夫辐射机制”。

辐射, 粒子不需要被加速: 粒子以恒定速度作直线运动也能辐射——因此称它为非韧致辐射机制。这种机制的要点如下。一运动电荷使等离子体极化, 异号电荷相吸, 同号电荷相斥。若等离子体中电荷密度扰动传播的相速度小于外电荷运动的速度, 则等离子体极化决不能赶上电荷从而使它同电荷分开。这导致用于极化等离子体的能量辐射出来。

由此得出, 以速度  $v$  运动的粒子能辐射相速度  $v_p \leq v$  的一切波。只有沿着波传播方向的粒子速度分量等于波相速度 (Tamm and Frank, 1937)

$$v_p = v \cos \vartheta, \quad \omega = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \quad (2.11)$$

的那些波才被辐射。在这种情况下, 粒子有很长时间与波处于共振中。

如果其它条件都相同, 单位频率契连科夫辐射机制的功率可与韧致辐射机制的功率相比拟, 即可与当粒子以和发射契连科夫辐射粒子相同的速度运动时受到加速或减速而发出的功率相比拟。然而, 契连科夫辐射机制的优点在于: 辐射可一直持续到粒子运动的全部时间内, 而不仅仅在粒子间稀少碰撞期间或波量子被电子散射(这种情况十分少有)时期内才发出辐射。其次, 电子和离子以相同的功率产生契连科夫辐射。因此, 对于等离子体湍动激发, 和对于等离子体中发生的许多过程(如粒子加速)来说, 这种非韧致辐射机制是特别重要的, 当等离子体中有许多相速度很小的波时尤其如此。

这里分析过的一种辐射机制所激发的等离子体波, 它们能通过非线性相互作用(我们将在下一节研究它)转换为各种频率的横电磁波。因此, 归根到底, 契连科夫机制也能产生电磁辐射。

以后我们将详细探讨等离子体湍动区中电磁波的产生。对于可与电磁波的通常韧致辐射过程相竞争的那些过程, 我

们将称它们为等离子体(电磁的)辐射机制。多普勒位移也能使频率产生相当大的改变。

在研究实际的天体物理对象时,我们将研究由不同机制产生各种类型波的辐射的各种各样情况,而现在我们将讨论一些普遍的性质。我们引进单位时间单位波数体积单一波辐射概率  $u_k$  的概念。在一般情况下,这个量与辐射的方向有关。以后如有可能,我们将按角度变量对辐射概率进行平均。在这种情况下,以及在一般各向同性辐射时,我们可利用概率  $u_k$  把辐射功率  $P_k$  (即单位时间单位波数由一个粒子所发射的能量值)表示如下:

$$P_k = \frac{k^2 \omega(k)}{2\pi^2} u_k. \quad (2.12)$$

我们可利用这个公式由辐射概率决定辐射功率,或者相反,如果辐射功率已知,由它来求出概率。然而,我们首先指出,可以对辐射概率给出量级的估计(在附录中可找到更准确的公式):

$$u_k = 2\pi^2 \frac{e^2 v^2}{[\omega(k)]^2}, \quad (2.13)$$

式中  $v$  是辐射粒子的特征速度,  $\omega(k)$  为辐射频率。

需要对估式(2.13)作一些说明。一般说来,辐射概率由几个不同的参量决定。例如,偶极辐射概率决定于粒子的加速,契连科夫辐射概率与粒子速度有关,磁轭致辐射概率取决于谐波数等等。在每种情况下,利用辐射理论方法可求出概率  $u_k$  的准确表达式。然而,为了粗略估计,或为了弄清复杂关系的物理含义,常常希望能给出正确量级的简单估计。例如,可由写出偶极辐射的式(2.12),并设加速度等于  $v\omega(k)$  来求出式(2.13)。而且,式(2.13)对于象同步加速或契连科夫辐射的其它辐射机制也近似成立,只是必须考虑对能反映有关辐射机制特性的几何的和时间的因素进行平均。下面在一

些具体的例子中,我们将指出如何来这样做,以后我们将常常把准确的、但经常不很直观的公式与式(2.13)作比较。

现在我们给出对等离子体天体物理十分重要的一些辐射机制的  $u_k$  的公式。

1. 电子-离子碰撞中的热韧致辐射。这是一个周知的,在很宽频率和波数范围的电磁波和等离子体波的辐射机制。按单个热电子计算的,平均辐射概率的准确公式为如下形式:

$$u_k = \frac{A_e}{3(2\pi)^{1/2}} \frac{e^2 v_{Te}^2}{\omega^3} \frac{\omega_{pe}}{\omega N_D} \\ = \frac{2\pi}{3} \left( \frac{ev_{Te}}{\omega} \right)^2 \frac{\nu_e}{\omega}, \quad (2.14)$$

式中  $A_e$  是库伦对数。式(2.14)与(2.13)差一个平均因子  $\nu_e/\omega$ 。事实上,电子在频率  $\omega$  辐射的时间大约为  $1/\omega$ , 而碰撞的特征时间约为  $1/\nu_e$ 。由此得出,当按时间平均仅属于直接加速和减速时刻的辐射概率(2.13)时,应当乘上因子  $\nu_e/\omega$ 。必须再次强调指出,式(2.14)不仅决定电磁波,而且还决定等离子体中任何其它波的辐射概率。

2. 基波  $\omega = \omega_{He}$  的回旋加速辐射。若非相对论电子在磁场中沿着螺旋轨迹以速度分量  $v_{\parallel}$  和  $v_{\perp}$  运动,它就在频率  $\omega = \omega_{He}/(1 - v_{\parallel}/v_p)$  发出辐射。在有热电子的等离子体中,这会产生中心在频率  $\omega_{He}$  附近、宽为

$$\Delta\omega \approx 2\omega_{He}(v_{\parallel}/v_p) \approx 2\omega_{He}(v_{Te}/v_p)$$

的辐射带。在对热电子的回旋加速辐射概率平均之后可得

$$u_k = \pi^2 \frac{e^2 v_{Te}^2}{\omega_{He}^2} \frac{v_p}{v_{Te}}. \quad (2.15)$$

显然,式(2.15)与(2.13)是一致的。因子  $v_p/v_{Te}$  是与辐射集中窄频段有关。

3. 相对论电子引起的同步加速辐射。众所周知,由极大辐射在频率



$$\omega = 0.3 \omega_{He} \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \quad (2.16)$$

的同步加速机制可辐射宽的电磁波谱，式中  $\varepsilon$  为相对论电子的能量。如同其它机制的情况一样，同步加速辐射也能以等离子体波的形式出现。在 § 12 我们将详细讨论同步加速辐射，而这里只给出在极大即在频率 (2.16) 处电磁波辐射概率的公式：

$$u_k = 1.6\pi \frac{e^2 c^2}{\omega^2} \frac{\omega_{He}}{\omega} \approx 210 \frac{e^2 c^2}{\omega_{He}^2} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^6. \quad (2.17)$$

因子  $\omega_{He}/\omega$  的出现与下列事实有关：一个极端相对论电子的同步加速辐射，在任何给定时间都集中在沿着瞬时粒子速度方向的窄立体角  $\sim \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2$  里。当把发射系数按所有角度即按  $d\Omega/4\pi$  平均时，必须将辐射概率乘以

$$\left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \approx \frac{\omega_{He}}{\omega},$$

即乘以瞬时电子辐射所占的相对立体角。

4. 自由电子引起的汤姆逊散射。一个电磁波入射到一个电子上，将使电子以其频率  $\omega$  振荡，这导致相同频率的电磁波的再辐射，但方向不同。其它等离子体波也以相同的方式散射；而且在这种散射过程中，它们可以从一种模式等离子体波变为频率相同的另一模式波。例如，当纵等离子激元被散射时，它可以变为横波，或者离子声波可变成哨声波。在下一节我们将详细地研究这种转换。

纵和横等离子激元以及高频电磁波的汤姆逊散射概率决定于公式

$$u_k = \frac{2(2\pi)^3}{3} \frac{e^4}{m_e^2} \frac{W_\omega}{\omega^3} = \frac{\pi}{3} \frac{\omega_{pe}^4}{n_e^2 \omega^3} W_\omega, \quad (2.18)$$

式中  $W_\omega$  是散射辐射的谱密度， $\omega = \omega(k)$  是入射和散射辐射的频率。

人们也可把式(2.18)化为式(2.13). 事实上, 令  $E$  为入射波的电场, 那时电子在这种场中获得速度  $v = eE/m_e\omega$ . 场  $E$  是通过关系式  $W_\omega = E^2/4\pi\omega$  与  $W_\omega$  联系的. 因此, 受入射波作用的电子的速度平方为

$$v^2 = \frac{e^2}{m_e^2} \frac{4\pi W_\omega}{\omega}. \quad (2.19)$$

把式(2.19)代入式(2.13)并乘上一个按方向平均的因子  $2/3$ , 可得式(2.18). 这里所给出的汤姆逊散射概率的推导, 使我们了解等离子体中波与波非线性相互作用的意义.

5. 相对论电子引起的康普顿散射. 严格说来, “康普顿效应”是波被自由电子(可能是静止的)散射时, 频率发生量子变化的名称. 然而, 在天体物理上, 一旦入射波的频率满足不等式

$$\omega' \ll \frac{2m_e c^2}{\hbar} \frac{m_e c^2}{\varepsilon}, \quad (2.20)$$

量子散射效应是不重要的.

在天体物理上, 现在传统采用康普顿效应这个词来描述被相对论电子引起的电磁波散射(由于多普勒效应造成频率变化). 这里散射波的频率可能远大于或远小于入射波频率. 在第一种情况:

$$\omega = \frac{\omega'}{1 - (v/c)} \approx 2\omega' \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2, \quad (2.21)$$

能量来自散射电子; 而在第二种情况:

$$\omega = \omega' \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \approx \frac{\omega'}{2} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2, \quad (2.22)$$

入射波把能量给予电子.

常常称式(2.22)情况为正康普顿效应, 而式(2.21)情况为逆康普顿效应. 然而, 这个名词和“正”与“逆”效应的区分从物理内容来看都不正确. 尽管如此, 对由于多普勒效应引起频率明显变化的所有情况, 这里我们仍保留康普顿散射这

个词,但不采用“正”和“逆”这个词。

各种类型的等离子体波都可能产生康普顿散射,而频率发生明显变化的情况表示,这里一种等离子体波转换为另一种波的条件是容易满足的。例如,当离子声波被相对论电子散射时就可能变成朗缪尔波,或直接变为电磁波,反之亦然。

现在我们写出由相对论电子引起康普顿散射的概率公式。准确的公式是相当复杂的,因为在康普顿散射过程中,对于给定频率  $\omega'$  的入射辐射,在大约式(2.21)至(2.22)表示的频段内产生很宽的辐射谱。

在 § 13 我们将详细地研究康普顿散射。这里只给出电磁波康普顿散射概率的公式:

$$\begin{aligned} u_k &= \frac{2(2\pi)^3}{3} \frac{e^4}{m_e^2} \frac{W'_{\omega'}}{\omega^2 \omega'} \frac{\omega'}{\omega} \\ &= \frac{2(2\pi)^3}{3} \frac{e^4}{m_e^2} \frac{W'_{\omega'}}{\omega^3}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

式(2.23)与(2.18)的差别同这样的事实有关,即必须考虑散射辐射是集中在立体角  $(m_e c^2/\varepsilon)^2 \approx \omega'/\omega$  内,如同式(2.17)所做的一样(加进因子  $\omega_{He}/\omega$ )。

6. 契连科夫辐射。这种机制产生辐射的概率强烈地决定于角度变量以及粒子速度与波相速度的比值。在附录里,我们以表的形式给出按角度平均的各种波的辐射概率。这里只给出按角度平均的纵等离子激元辐射概率:

$$\begin{aligned} v_k &= 2\pi^2 \frac{e^2 \omega_{pe}}{k^3 v} = 2\pi^2 \frac{e^2 v^2}{\omega_{pe}^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{kv} \right)^3 \\ &= 2\pi^2 \frac{e^2 v^2}{\omega_{pe}^2} \left( \frac{v_p}{v} \right)^3. \end{aligned} \quad (2.24)$$

我们必须记住,契连科夫辐射的条件  $\omega_{pe} = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \leq kv$  必须满足。严格沿粒子运动方向的辐射(这里  $\omega_{pe} = kv$ )具有极大的概率。在 § 12 我们将探讨阿尔文波的契连科夫辐射的情况。

## § 2.3 等离子体中波的受激辐射和吸收

众所周知,自发过程经常伴随着受激(或感应)过程,它导致波的吸收或受激波的辐射。我们用契连科夫辐射的例子来说明受激过程。这里,吸收不是别的,而是上一节讨论过的朗道阻尼。若有一个等离子体波,和一个以速度略小于波相速度并沿着波的波矢量运动的带电粒子,则带电粒子将在(例如说)波振幅极大附近停留相当长的时间,渐渐地带电粒子开始滞后,因而可以说,波的电磁场将“推”它并把其能量给了它。若带电粒子运动得比波相速度稍为快些,则带电粒子将“推”着波并增大其振幅,若运动较慢的带电粒子数大于较快的带电粒子数(在相同的速度范围),则其总效应是波能量被吸收,这就是朗道阻尼。波振幅的增大相应于受激辐射,它与自发辐射的差别在于,等离子体中存在着具有与辐射波相同参量的波,这些波激励着与单位相体积的波粒数(已出现于等离子体中)成正比的辐射过程。

按照众所周知的处理爱因斯坦系数的方法,除了自发辐射概率  $u_k$  以外,还必须引进感应辐射和感应吸收的概率,它们等于  $N_k u_k$ , 其中  $N_k$  仍是单位相体积的波粒数。感应辐射和吸收之间的平衡依赖于能级分布,即在我们的情况,依赖于辐射粒子的动量分布函数

$$n = \int f_p \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} = \int f_p \frac{dp_x dp_y dp_z}{(2\pi)^3}, \quad (2.25)$$

式中  $f_p$  是单位相体积辐射粒子的密度,  $n$  为单位坐标空间体积(厘米<sup>-3</sup>)粒子的密度。若  $f_p$  仅仅依赖于动量  $p$  的绝对值,而不依赖其方向(通常就是这样),则我们可引进动量绝对值分布函数  $f_p$  或能量分布函数  $f_\epsilon$ 。于是我们有

$$f_p = \frac{4\pi p^2}{(2\pi)^3} f_p, \quad n = \int f_p dp. \quad (2.26)$$

对于极端相对论粒子, 能量  $\varepsilon = cp$ , 因而

$$f_{\varepsilon} = \frac{4\pi\varepsilon^2}{(2\pi)^3} f_p, \quad n = \int f_{\varepsilon} d\varepsilon. \quad (2.27)$$

现在给出一些重要的定义. 量

$$J_k = \int P_k f_p \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = \frac{k^2\omega}{2\pi^2} \int u_k f_p \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \quad (2.28)$$

称为单位体积单位波数间隔波的自发发射系数.

在一般情况下, 发射系数是对单位相体积  $\frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}$  而言, 于是我们有 [注意,  $\int J_k dk = \int J_k \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}$ ]

$$J_k = J_{k, \phi} = \omega(\mathbf{k}) \int u_k f_p \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (2.29)$$

若辐射是各向同性的 (在等离子体天体物理中通常就是这样, 至少可作为一级近似), 则量 (2.28) 和 (2.29) 由简单的关系

$$J_k = J_{k, \phi} = \frac{2\pi^2}{k^2} J_k \quad (2.30)$$

联系着.

若考虑到感应过程, 必须用方程

$$Q_k = Q_{k, \phi} = \omega(\mathbf{k}) \int u_k [f_p + N_k (f_p - f_{p-k})] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \quad (2.31)$$

来代替式 (2.29), 式中  $Q_{k, \phi}$  是总功率 (辐射和吸收之间的平衡). 这里已考虑到粒子辐射和吸收波时的动量守恒定律:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} - \mathbf{k}.$$

因为对于等离子体中的波和粒子, 常常是  $k \ll p$ , 由式 (2.31) 可得

$$Q_{k, \eta} = J_{k, \phi} + \omega N_k \int u_k \left( \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} \right) \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (2.32)$$

若在粒子相体积的任何地方, 量  $[\mathbf{k} \cdot (\partial f_p / \partial \mathbf{p})]$  都是负

的,例如对于麦克斯韦分布事实就如此,则式(2.32)右边第二项也是负的,它描述波的吸收或如同天体物理中常说的再吸收。然而,若分布函数是各向异性的,或若对平衡函数有另一些偏离(通常这种偏离是很小的),则在某一相体积元里,可能出现条件 $[\mathbf{k} \cdot (\partial f_p / \partial \mathbf{p})] > 0$ 。那么式(2.32)右边整个第二项也可能变成正的。于是受激辐射将占优势并发生放大,即出现相应的波的脉降效应。

受激吸收和受激辐射可分别用衰减率和增长率来描述,它们决定于公式

$$\gamma(\mathbf{k}) = \int u_k \left( \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} \right) \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (2.33)$$

若粒子的分布函数只决定于它们的能量,对于契连科夫辐射,我们可得

$$\left( \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} \right) = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) \frac{\partial f_p}{\partial \varepsilon} = \omega \frac{\partial f_p}{\partial \varepsilon}. \quad (2.34)$$

严格说来,式(2.33)和(2.34)只有当磁场对由粒子所引起的波的辐射过程的影响可忽略时才能应用。在契连科夫辐射的特殊情况下,对此要求波长远小于拉莫尔半径。然而,倘若把 $u_k$ 理解为对所有角度和粒子轨迹平均的辐射概率,则当把式(2.34)代入(2.33)时,我们也可在更普遍的情况下应用式(2.33)。

知道了 $u_k$ 和粒子动量分布函数,我们就容易计算吸收系数和增长率。特别是,在具有电子和离子的麦克斯韦速度分布的等离子体中(可能 $T_e \neq T_i$ ),可得电子气体的衰减率:

$$\frac{\gamma(\mathbf{k})}{\omega(\mathbf{k})} = - \int \frac{u_k f_p}{T_e} \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} = - \frac{2\pi^2}{k^2 \omega} \frac{J_k}{T_e}, \quad (2.35)$$

对离子气体也有类似公式。若现在把前面给出的辐射概率公式代入这公式,我们就可获得在§1给出的衰减率。特别是,把契连科夫辐射概率代入式(2.35),并利用条件(2.11)和麦克

斯韦分布函数,可得出描述朗道阻尼的公式.

对于每一种非麦克斯韦速度分布的具体情况,必须分别进行研究.但也可得到某些一般的估计.例如,假定平均速度为  $v_0$  和速度弥散为  $\Delta v_0 \ll v_0$  的弱电子束通过主等离子体,束中总电子密度  $n_*$  远小于主等离子体的电子密度  $n_e$ . 若  $v_0 \gg v_{Te}$ , 那么在沿着束速度分量的分布函数中有一“驼峰”.在“驼峰”内侧  $\partial f_p / \partial \varepsilon > 0$ , 倘若有相速度大于  $v_0 - \Delta v_0$  的波,那里就产生有利于等离子体波受激激发的条件.对于以相速度在  $v_0 - \Delta v_0$  与  $v_0$  之间沿着束运动的波,将出现最大的增长率.

让我们对朗缪尔波进行估计.把式(2.24)和(2.34)代入式(2.33)可得

$$\frac{\gamma^l(k)}{\omega_{pe}} = 2\pi^2 \frac{e^2 \omega_{pe}}{k^3} \int \frac{1}{v} \frac{\partial f_p}{\partial \varepsilon} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}. \quad (2.36)$$

式(2.36)中的积分估值为  $n_*/m_e(\Delta v_0)^2 v_0$ , 其中  $m_e(\Delta v_0)^2$  是束粒子的能量弥散(束“温度”).若还考虑  $\omega_{pe}/k \approx v_0$ , 则由式(2.36)可得

$$\frac{\gamma^l}{\omega_{pe}} \approx \frac{\pi}{2} \left( \frac{v_0}{\Delta v_0} \right)^2 \frac{n_*}{n_e}. \quad (2.37)$$

以后将经常遇到由电子束不稳定性引起的增长率这一重要公式.我们也可类似地计算其它波的增长率.

让我们转而讨论式(2.32).假设功率  $Q_k = (k^2/2\pi^2) Q_{k,s}$  使相应的相体积里的波粒数增加.于是我们可得

$$Q_k = \frac{dW_k}{dt} = J_k + \gamma(k) W_k. \quad (2.38)$$

对于波的增长和衰减情况,此方程有不同的解.首先讨论衰减的情况( $\gamma < 0$ ).

假设在温度为  $T$  的等离子体中,有一初始的等离子体波能谱密度  $W_k(0)$ .由于辐射和吸收过程的结果,在经过时

间  $t$  之后, 能谱密度就改变到量

$$W_k(t) = \left[ \frac{J_k}{|\gamma(k)|} - W_k(0) \right] (1 - e^{-|\gamma(k)|t}) + W_k(0), \quad (2.39)$$

这可从式(2.38)(它相应于各向同性情况)得出. 在光学厚等离子体中, 经过足够长时间( $|\gamma|t \gg 1$ )之后, 就建立起一个“稳定的”等离子体波能密度的热能级[与式(2.9)相比]:

$$W_k = \frac{J_k}{|\gamma(k)|} = \frac{k^2 T}{2\pi^2}, \quad (2.40)$$

它与初始能级无关.

热等离子体波的总能量密度由下式给出:

$$W_T = \int_0^{k_{\max}} W_k dk = \frac{k_{\max}^3 T}{6\pi^2}, \quad (2.41)$$

式中  $k_{\max}$  是极大容许波数. 对于朗缪尔波,  $k_{\max}$  由条件

$$\gamma^l \approx \omega_{pe}$$

决定, 即  $k_{\max} \approx 1/d_e$ . 于是我们有

$$W_T^l \approx \frac{T_e}{6\pi^2 d_e^3} \approx \frac{n_e T_e}{6\pi^2 N_D}. \quad (2.42)$$

同样对于离子声波可得  $k_{\max} \approx \omega_{pi}/v_{Ti}$ , 并可求出它们的热能密度

$$W_T^s \approx \frac{T_i}{6\pi^2 d_i^3} \approx W_T^l \left( \frac{T_e}{T_i} \right)^{1/2}. \quad (2.43)$$

对于哨声波和阿尔文波,  $k_{\max}$  值十分小, 因此这些类型的热等离子体波能密度不大.

在增长情况( $\gamma > 0$ ), 等离子体波的能量密度随时间指数式地增长. 式(2.38)的解有如下形式:

$$W_k = \frac{J_k}{\gamma(k)} (e^{\gamma t} - 1) + W_k(0) e^{\gamma t}. \quad (2.44)$$

然而, 这只有当忽略非线性相互作用时才成立. 另一方面, 这里等离子体波能密度远大于热能密度, 这是很重要的.



### § 3 等离子体中非线性波相互作用

等离子体中波的相互作用有许多结果, 它们对等离子体天体物理是很重要的. 例如, 它们把能量从不能观测到的谱区转移到可探测到的谱区. 等离子体中最易激发的是朗缪尔波, 它们常常有最大的能量密度. 然而, 它们不能从等离子体内的其发源区传出来. 非线性相互作用把它们的能量转移给横波, 这种波能自由地离开等离子体. 通过等离子体波的相互作用, 能量从一个波数区转移到另一波数区, 在该处等离子体波与快粒子强烈地相互作用, 从而有少量粒子被加速到很高能量.

在本节我们将叙述等离子体中波相互作用理论的物理基础, 并给出一些在以后分析中要用到的公式. 在后面的章节, 我们将探讨与非线性波相互作用有关的其它关系式.

在阐述理论时, 我们将限于定性的不严格的描述, 并以最简单形式写出适当的公式, 然而这对我们的研究目的已足够了. 读者可在已刊行的许多书籍和评述中找到理论的细节和详细计算的方法 (Vedenov, Velikhov and Sagdeev, 1961, 1962; Vedenov, 1967; Kadomtsev, 1965; Galeev, Karpman and Sagdeev, 1965; Gorbunov and Silin, 1965; Kovrizhnykh, 1966; Tsytovich and Shvartsburg, 1967; Tsytovich, 1970, 1971a, 1972b; Kaplan and Tsytovich, 1969a; Pustovalov and Silin, 1972; Kadomtsev and Petviashvili, 1963; Gailitis and Tsytovich, 1964a). 我们再次强调指出, 本节叙述内容应该认为仅是所列文献中可找到的更加严格分析的初步.

### § 3.1 等离子体中热离子和电子引起的波的非线性散射

等离子体波的相互作用有二种基本类型。尽管两者的详细公式十分复杂,但它们的物理图象却是简单的。然而,考虑到这些公式在天体物理中的可能应用和所具有的准确度,这里我们对波相互作用的概率给出简化(即按角度平均)表达式的基本推导,这对以后的计算完全足够了。

第一种非线性相互作用实质上是汤姆逊或康普顿散射。在上一节我们看到,当出现自由电子散射时,波的频率和方向就会变化。我们还指出,波的类型也可能改变。这就是等离子体中同类或不同类波之间的相互作用。特殊的情况是,在考虑低频波的散射时,不能把等离子体中的热电子当作自由的:在体积  $\lambda^3 \approx (2\pi/k)^3$  里常常有许多等离子体电子。若散射的是光学频区的波(波长远小于电子间距离),它们就迫使每个电子独立地振动。在频率(例如说)为  $\omega_{pe}$  的等离子体波被散射时,每个波都能使许多电子相干地振动。因此,当探讨等离子体波的转换时,必须考虑由电子密度起伏引起的散射。同样,等离子体中热粒子自身的运动也造成起伏。这些研究可能给出下列直观的图象(更严格的论据参见 Tsytovich, 1970)。

让我们考虑一个随便选择的热带电等离子体粒子。在它周围形成一个极化云。若它是一个离子,它就吸引附近电子并排斥离子。结果在离子周围形成一个过剩负电荷的电子“包层”。这个“包层”的大小约为德拜半径。它随离子运动。若等离子体波入射在“包层”上,波被散射并形成其它等离子体波(它可能是电磁波)。这种过程称为非线性散射。由密度起伏引起的散射等价于由“裹着包层”的电荷造成的散射。这里必须注意到,在极化区(“包层”)里,有使所研究的电子和离

子耦合的相当强电场,因此在散射过程中,电子的位移立即影响到离子的运动。所以在散射过程中,由于离子能量变化而使波能改变。一个热电子也会形成类似的“包层”,但具有过剩的正电荷。然而,现在散射的图象更加复杂。一个入射的等离子体波(例如,朗缪尔波)不仅使“包层”振荡,而且也使“中心”电子振荡。“包层”和电子两者辐射出次(散射)波,但因为它们的电荷异号,两辐射波彼此反相。因此两个散射波常常相消,这相当于不存在散射。在大多数情况下,由电子及其“包层”引起朗缪尔波散射比离子“包层”的散射弱得多。若电子能量大约是相对论能量,或等离子体波的相速度如此之大,使得“包层”和电子所激发波的反相性质被破坏时,这种抵消效应就较弱(对于相对论能量情况,这在纵波转换为横波时表现得最显著,参见文献: Gailitis and Tsytovich, 1964a)。可以证明(Tsytovich, 1970),若  $v_p > v_{Te}(m_i/m_e)^{1/2}$ , 则后一条件满足。但事实上,若考虑  $k$  的变化与  $k$  同量级的散射,则只有当

$$v_p \lesssim \left(3 \frac{m_i}{m_e}\right)^{1/5} v_{Te} \approx 6 v_{Te} \quad (3.1)$$

时,由电子引起的散射才是重要的。若相速度更大,则由离子造成的非线性散射就更重要。

所以,我们将稍为更详细地探讨由热离子“包层”引起的等离子体波的散射。令入射波的频率和波矢量等于  $\omega'$  和  $\mathbf{k}'$ , 而  $\omega$  和  $\mathbf{k}$  为散射波相应的量。因为散射波的类型与入射波不同,色散关系  $\omega'(\mathbf{k}')$  和  $\omega(\mathbf{k})$  也不同。当由“包层”,因而也由离子散射时,离子损失其部分能量即  $\varepsilon - \varepsilon'$  以及部分动量  $\mathbf{p} - \mathbf{p}'$ 。

显然,在散射过程中,波和粒子的总能量和总动量守恒定律必须满足。我们把这些条件写为

$$\varepsilon - \varepsilon' = \omega(\mathbf{k}) - \omega'(\mathbf{k}'), \quad \mathbf{k} - \mathbf{k}' = \mathbf{p} - \mathbf{p}'. \quad (3.2)$$

考虑到波  $\mathbf{k}$  的动量远小于粒子的动量  $\mathbf{p}$ , 我们有

$$\begin{aligned} \omega - \omega' &= c[(p^2 + m^2 c^2)^{1/2} - (p'^2 + m^2 c^2)^{1/2}] \\ &= c[(p^2 + m^2 c^2)^{1/2} - \{(\mathbf{p} - \mathbf{k} + \mathbf{k}')^2 + m^2 c^2\}^{1/2}] \\ &\approx [(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{v}]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

这一条件简称为守恒定律, 它使我们立即能得出几个重要的结论. 当我们分析热离子引起的散射时, 必须取  $v$  等于离子热速度  $v_{Ti}$ . 于是可得  $\omega - \omega' \approx |\mathbf{k} - \mathbf{k}'| v_{Ti}$ . 若在散射时波矢量的方向明显变化, 则  $|\mathbf{k} - \mathbf{k}'|$  就相当于  $k$  的绝对值, 以及

$$\omega - \omega' \approx k v_{Ti} \approx \omega \frac{v_{Ti}}{v_p}. \quad (3.4)$$

由于对非衰减波我们常常有  $v_p \gg v_{Ti}$ , 因此在非线性散射过程中, 波频率的变化也不大. 对于由热离子引起非线性散射的所有情况(包括波型改变的情况), 这个结论都是正确的.

知道了频率的变化, 我们可决定波矢量  $\mathbf{k}$  和  $\mathbf{k}'$  绝对值之差. 若在散射时波型不改变, 这可特别简单地做到. 于是我们有

$$\omega(k) - \omega'(k') \approx (k - k') \frac{\partial \omega}{\partial k} \approx (k - k') v_g. \quad (3.5)$$

比较式(3.4)和(3.5)可得

$$\frac{k - k'}{k} \approx \frac{v_{Ti}}{v_g}. \quad (3.6)$$

这个量可能远小于1或相当于1. 就波数而论, 我们称第一种情况为微分散射, 而称第二种情况为积分散射. 在第一种情况, 不仅频率, 而且波数的绝对值在每一散射过程都略有变化. 然而, 波矢量方向可发生显著的变化. 事实上, 条件(3.6)并未限制矢量  $\mathbf{k}$  相对于  $\mathbf{k}'$  的转动角度. 因此就角度而论, 常常出现积分散射. 然而, 当在单次散射过程中波数值也明显改变时, 也可能有按波数的积分散射情况. 对于电子

散射, 因为这时应当用另一表达式代替式(3.6), 此表达式包含的是  $v_{Te}$  而非  $v_{Ti}$ , 以及由于对朗缪尔波而言,  $v_g$  常常小于  $v_{Te}$ , 则经常遇到积分散射。

在等离子体天体物理中, 我们遇到离子引起的微分和积分散射。然而第一种情况比较简单, 我们将说明计算离子微分散射系数所得到的关系的性质, 只有以后才给出积分散射的数值公式。

在热离子“包层”引起纵等离激元非线性散射的最重要情况下, 当散射波仍然是纵等离激元时, 我们可得

$$\begin{aligned}\frac{\omega - \omega'}{\omega} &\ll \left( \frac{m_e T_i}{m_i T_e} \right)^{1/2} \frac{v_{Te}}{v_p} \\ &= \frac{1}{43} \left( \frac{T_i}{T_e} \right)^{1/2} \frac{v_{Te}}{v_p} < \frac{1}{130},\end{aligned}\quad (3.7)$$

$$\begin{aligned}\frac{k - k'}{k} &\lesssim \frac{k_*}{k} = \frac{v_p v_{Ti}}{3 v_{Te}^2} = \frac{1}{3} \left( \frac{m_e T_i}{m_i T_e} \right)^{1/2} \frac{v_p}{v_{Te}} \\ &= \frac{1}{130} \left( \frac{T_i}{T_e} \right)^{1/2} \frac{v_p}{v_{Te}}.\end{aligned}\quad (3.8)$$

由此得出, 在等温等离子体 ( $T_e = T_i$ ) 中, 由热离子引起相速度  $v_p < 130 v_{Te}$  的等离激元的散射常常是微分散射。在  $T_e \gg T_i$  非等温等离子体中, 这个条件包括了更大的波数范围。

若在热离子“包层”的散射中, 纵等离激元变为横等离激元, 则频率的改变依然不大。这里式(3.4)仍然满足。诚然, 横等离激元的波数远小于纵等离激元的波数, 这可由公式

$$\omega^2 \approx \omega_{pe} + \frac{c^2 (k_p)^2}{2 \omega_{pe}} \approx \omega_{pe} + \frac{3}{2} \frac{v_{Te}^2 k^2}{\omega_{pe}} \approx \omega^2 \quad (3.9)$$

得出。然而, 倘若我们用同一尺度来表示纵和横等离激元的波数时, 这里也能引进关于波数微分散射的概念。

譬如, 让我们选取纵等离激元的波数作为基本标度。于是纵等离激元的色散关系仍如以前:

$$\omega^1 = \omega_{pe} + 3v_{Te}^2 k^2 / 2\omega_{pe},$$

而横等离子激元的色散关系取相同形式:

$$\omega^2 = \omega_{pe} + \frac{3v_{Te}^2 k^2}{2\omega_{pe}},$$

现在横等离子激元的“约化”波数是

$$k = (c/\sqrt{3} v_{Te}) k_p.$$

在纵和横等离子激元波数的这样一种统一标度下, 微分转移的条件仍如以前, 即式(3.7)和(3.8). 我们也必须记住, 这里横波的相速度也应当用统一的标度来归化. 我们常常对不同模式采用统一波数标度, 但当然最后的结果常常可归化到实际的标度.

现在计算热离子“包层”引起非线性散射的概率. 由上述关于这种机制的物理本质可知, 在微分散射情况下, 这种效应就是离子“包层”电荷(其数值等于离子电荷量)引起的简单汤姆逊散射. 一个离子“包层”的运动与另一离子“包层”的运动无关, 因此就散射而论, 可把每一“包层”当作一个“自由电荷”. 这种电荷的有效质量等于  $m_e$ . 为了计算离子“包层”引起微分散射的概率, 可简单地采用式(2.18).

首先讨论在  $\omega \approx \omega_{pe}$  时, 纵等离子激元微分散射的情形. 用  $W_k^1/v_g$  代替  $W_\omega$ , 可得按角度平均的散射概率的公式如下:

$$\begin{aligned} u_k &= \frac{(2\pi)^3}{9(1+T_e/T_i)^2} \frac{e^4}{m_e^2} \frac{W_k^1}{\omega_{pe}^2 v_{Te}^2 k} \\ &= \frac{\pi}{18(1+T_e/T_i)^2} \frac{\omega_{pe}^2 W_k^1}{n_e^2 v_{Te}^2 k}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

这里我们利用了散射和入射波数几乎相等的条件. 当更严格考虑在非等温等离子体中电荷的屏蔽时, 会出现因子  $(1+T_e/T_i)^2$ .

由于现在辐射概率正比于  $W_k$ , 即归根到底正比于入射

波粒数，这就很便于规定单位相体积里散射和入射波的散射概率  $u_{k, k'}$ ，即

$$u_k = \int u_{k, k'} N_{k'} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3}. \quad (3.11)$$

在微分散射情况下， $u_{k, k'}$  在  $k \approx k'$  处有一个陡的极大。

这里和以后我们给出按角度平均的散射概率。这种公式比较简单，物理上也比较直观。然而，在概率平均中，过程的某些特征消失了。特别是，完整的、非平均的散射概率包含着已明显考虑到能量和动量守恒方程 (3.2) 的  $\delta$  函数因子。在平均时，即按角度积分时，这些  $\delta$  函数不存在了。因此在应用式 (3.10) 和其它类似表达式时，常常必须记住条件 (3.2) 应当满足。其次，各向异性散射在某些情况下也是很重要的。例如，在齐托维奇 (Tsytovich, 1971a) 所写的书中给出准确的非平均的公式。

因为按式 (3.10)  $u_k$  与粒子动量无关，由式 (2.28)，我们可得单位体积自发发射系数

$$\begin{aligned} J_k(l+i \longleftrightarrow l'+i') &= \frac{\omega_{pe}^3 W_k^l k}{36\pi (1+T_e/T_i)^2 n_e v_{Te}^2} \\ &= \frac{m_e \omega_{pe}^3}{36\pi (1+T_e/T_i)^2} \frac{W_k^l k}{n_e T_e}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

这里我们利用氢等离子体中离子和电子密度相等 ( $n_e = n_i$ )，以及取  $k' = k$ ，如同在处理微分散射一样。记号  $l+i \longleftrightarrow l'+i'$  是用符号表示由离子引起纵等离激元的散射，当改变离子的能量时，它就转变为另一纵等离激元。

当纵等离激元被离子“包层”自发散射时，通过类似的方式也可形成横等离激元。利用统一的波数标度，按角度平均纵等离激元变为横等离激元的微分散射概率与纵等离激元变为纵等离激元的相同散射概率没有差别。然而，在分析散射概率与角度的关系时就出现差别，显然，这与纵和横等离激

元的不同极化有关。散射过程  $l+i \longleftrightarrow l'+i'$  的概率正比于  $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}')^2$ , 而散射过程  $l+i \longleftrightarrow p'+i'$  和  $p+i \longleftrightarrow l'+i'$  的概率正比于  $|\mathbf{k} \wedge \mathbf{k}'|^2$ 。在平均时就不存在这种差别。

在我们研究微分散射过程中, 纵等离激元自发转换为横等离激元时, 就可能按统一波数标度应用式(3.10)和(3.12)。在化为横等离激元的实际波数标度时, 用

$$k_p^2 \omega_{pe}/2\pi^2 = 3v_{Te}^2 k^2 \omega_{pe}/2\pi^2 c^2$$

乘式(3.10), 于是我们可得

$$J_{kp}(l+i \longleftrightarrow p'+i') = \frac{\omega_{pe}^3}{12\pi(1+T_e/T_i)^2} \frac{W_k^i k}{n_e c^2}, \quad (3.13)$$

式中  $k = (a/\sqrt{3} \cdot v_{Te}) k_p$ 。

用类似方法可计算在微分散射过程中, 所有等离子体波的自发转换。于是必须常常首先分析守恒定律, 由此定律得出在所有由热离子引起的散射中, 频率的变化不大。因此只可能有下列的转换:  $l \longleftrightarrow l'$ ,  $p \longleftrightarrow p'$ ,  $l \longleftrightarrow p$ ,  $w \longleftrightarrow s$ ,  $a \longleftrightarrow ms$  和  $a \longleftrightarrow m$ 。

如同通常辐射过程一样, 对于包括非线性散射在内的每种散射过程, 相应地有受激散射机制, 它们的平衡可能导致辐射的吸收或放大。

在散射中, “吸收”是简单的逆过程。若在上面研究的自发射散中, 波  $\mathbf{k}'$  变为波  $\mathbf{k}$ , 而在吸收过程中, 波  $\mathbf{k}$  变为波  $\mathbf{k}'$ 。当从波  $\mathbf{k}'$  变为波  $\mathbf{k}$  是增强介质中已存在的波  $\mathbf{k}$  时, 感应辐射就是一种受激过程。在分析感应过程时, 可以采用 § 2 中在研究感应辐射和吸收过程情况下所得到过的同样关系式。

代替式(2.33), 现在我们有

$$\gamma(k) = \int u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} N_{k'} \left[ (\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} \right] \frac{d^3 \mathbf{p} d^3 \mathbf{k}'}{(2\pi)^6}, \quad (3.14)$$

式中曾利用了  $u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$  的定义(3.11)以及在散射过程中粒子动



量的改变等于  $\mathbf{k}-\mathbf{k}'$ ，代替式(2.34) 对于麦克斯韦离子分布，我们可得

$$\left[ (\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} \right] = -\frac{\omega(\mathbf{k})-\omega'(\mathbf{k}')}{T_i} f_p. \quad (3.15)$$

由式(3.14)和(3.15)，立即可得感应散射过程的基本特征。若在散射过程中频率增大 ( $\omega > \omega'$ )，则就出现吸收 ( $\gamma < 0$ )。若率频减小 ( $\omega < \omega'$ )，就出现波的感应放大 ( $\gamma > 0$ )。换句话说，在由热粒子引起的感应非线性散射过程中，能量的转移常常朝频率较低的方向进行。不论波型不改变或改变，也不论是微分还是积分散射过程，这个结论都是对的。

只有自发散射能增大波的频率；由热粒子引起感应散射常常使能量转移到频率较低的区域。然而，这个结论本质上决定于麦克斯韦粒子速度分布的假设。若等离子体中有足够大量的过热快粒子，则感应能量转移的方向可能改变。

在每次频率有所减小的散射过程中，损失了能量  $\omega - \omega'$  (尽管不太多)，它被离子所吸收。这可解释为频率  $\omega - \omega'$  和波矢量  $\mathbf{k} - \mathbf{k}'$  的虚波的朗道阻尼。在平衡等离子体中，朗道阻尼常常超过在契连科夫辐射中的放大。能量转移方向的改变相当于虚波的激发，也就相当于粒子把能量转移给虚波。显然，这种激发只有在非平衡等离子体中才有可能。

可以计算取决于式(3.14)的微分和积分散射的衰减率或增长率。首先探讨沿纵等离激元谱的微分能量转移情形。

利用在微分散射情形  $\bar{u}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$  在  $\mathbf{k} \approx \mathbf{k}'$  有一陡极大的事实，由式(3.10)和(3.11)可得按波矢量方向平均的量  $\bar{u}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$ 。这个量的方程为

$$\int \bar{u}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} d^3 \mathbf{k}' \approx \frac{\pi \omega_{pe}^3}{18(1+T_e/T_i)^2 n_e^2 v_{Te}^2 k}. \quad (3.16)$$

现在很容易计算  $\gamma^l(k)$ 。利用能量守恒定律(3.3)，当  $k \approx$

$k'$  时我们得到

$$\begin{aligned} \gamma^l(l+i \longleftrightarrow l'+i') &= \frac{n_i}{6m_i v_{Te}^2} \int \bar{u}_{k,k'} \left[ \left( \frac{k^2}{k'} + k' \right) \frac{\partial W_{k'}^l}{\partial k'} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{k^2}{k'^2} - 1 \right) W_{k'}^l \right] d^3 k' \\ &\approx \alpha^l \frac{\partial W_k^l}{\partial k}, \end{aligned} \quad (3.17)$$

这里曾引用以后讨论很重要的符号：纵等离激元谱的微分转移系数

$$\alpha^l(l+i \longleftrightarrow l'+i') = \alpha^l = \frac{\pi \omega_{pe}^3}{27(1+T_e/T_i)^2 n_0 m_i v_{Te}^4}. \quad (3.18)$$

式(3.17)表示，非线性散射的增长率决定于相邻谱间隔中等离子体波能密度分布能级之差。当  $\partial W_k / \partial k > 0$  时，条件  $\gamma^l > 0$  相当于较大能量(频率或波数)的能级过密分布。图3表示由微分转移引起朗缪尔波包演变的过程，而这种转移导致波包移向较小的等离激元波数值处。

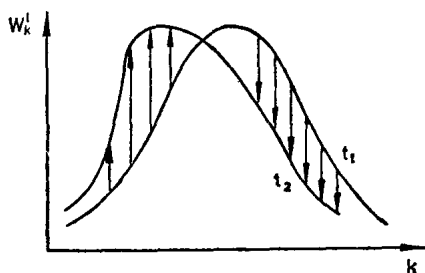


图3 朗缪尔波谱随时间( $t_2 > t_1$ )的演变。

类似地也可计算纵等离激元感应转换为横等离激元以及相反的转换。这里也保持着基本的特性：能量向频率减小的方向转移。换句话说，在散射中被吸收的纵等离激元的频率比辐射的横等离激元高些，而被吸收横等离激元的频率比辐射的纵等离激元高些。

这种转换的衰减率或增长率的计算类似于纵等离子激元谱中转移情况的计算。差别在于因为  $k_p < k_l$ , 现在

$$\omega - \omega' = \pm (3v_{Te}^2 / \omega_{pe}) k^2.$$

若采用统一“纵”波数标度, 对包含纵和横等离子激元感应转换过程我们得到

$$\gamma^p(l+i \longleftrightarrow p+i') = \alpha^l \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial k} (k W_k^l), \quad (3.19)$$

$$\gamma^l(p+i \longleftrightarrow l+i') = \alpha^l k \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{W_k^p}{k} \right). \quad (3.20)$$

量  $\gamma$  的上标“ $p$ ”和“ $l$ ”表示相应的  $\gamma$  描述横和纵等离子激元数的改变。

一旦我们采用统一的波数标度, 在这种情况下, 非线性转换系数再次与式(3.18)相同, 这一点是很重要的。我们在前面谈到的转移方向和谱能密度过密分布之间的联系, 这里也仍然是对的(然而, 这里分别要求  $k W_k^l$  或  $W_k^p/k$  过密)。

当由离子极化“包层”引起非线性散射时, 横等离子激元和电磁波可能仍变成为横电磁波。这里(在特征电磁波波数标度下)感应散射的衰减率或增长率为

$$\gamma^p(p+i \longleftrightarrow p'+i') = \frac{\pi \omega_{pe}^2}{3(1+T_e/T_i)^2 n_e m_i c^4} \frac{\partial W_{k_p}^p}{\partial k_p}. \quad (3.21)$$

严格说来, 式(3.21)只有对频率  $\omega \approx \omega_{pe}$  的横等离子激元散射的情形才是正确的。在 § 5 将分析  $\omega \gg \omega_{pe}$  的高频波的情形。

现在我们研究非线性散射的积分效应。将区分两种情形。我们探讨涉及一种波的散射过程的情形, 这时波数略有改变而波矢量发生大角度的转动。我们称这种散射为关于角度的积分散射, 尽管就波数而论它仍是微分散射。第二种情形是波矢量的方向和波数都有相当大的改变。

我们强调指出, 关于角度的非线性散射常常是积分散射。

这一事实就是为什么我们能假设等离子体湍动在多数情况下是近似各向同性的原因, 这一点具有实际的重要性.

只有在等离子体波各向同性化之后, 能量才开始沿着从高向低波数谱转移. 于是这也是波矢量方向的再分布; 然而, 在各向同性湍动中, 这种再分布没有什么意义.

一旦在转移过程中满足条件  $|k - k'| \ll k'$ , 则散射仍是微分散射. 但是当波数进一步减小时, 即当

$$k' < k_* = \frac{\omega_{pe} v_{Ti}}{3v_{Te}^2} = \frac{1}{130} \frac{1}{d_e} \left( \frac{T_i}{T_e} \right)^{1/2}, \quad (3.22)$$

就波数的变化而论, 散射变成积分散射. 量  $k_*$  是等离子体湍动的另一重要参量.

波数依旧减小, 但不是逐渐地而是很陡的跳跃式地减小. 结果积分转移导致在零波数值附近等离激元的特殊凝聚——有些类似于玻色凝聚, 尽管非线性散射的纯经典效应与玻色-爱因斯坦凝聚的纯量子效应毫无共同之处.

在计算自发和感应非线性积分散射时, 必须利用  $u_k$  的表达式(3.11). 准确的公式是相当繁复的, 在附录给出平均的公式. 利用它们可求出纵等离激元被离子散射时的自发发射系数

$$\begin{aligned} J_k(l+i \longleftrightarrow l'+i') &= \frac{k^2 \omega_{pe}}{2\pi^2} \int u_{k,k'} N_{k'} f_p \frac{d^3 k d^3 p}{(2\pi)^3} \\ &= \frac{\omega_{pe}^2}{3(2\pi)^{3/2} (1+T_e/T_i)^2 n_e v_{Ti}} \\ &\quad \times \left[ \int_0^k \left( k^2 + \frac{2}{5} k'^2 \right) W_{k'}^i \frac{dk'}{k'} \right. \\ &\quad \left. + k \int_k^\infty \left( k'^2 + \frac{2}{5} k^2 \right) W_{k'}^i \frac{dk'}{k'^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

由式(3.14)我们可得感应散射衰减率或增长率为

$$\begin{aligned} \gamma^i(l+i \longleftrightarrow l'+i') &= \frac{(2\pi)^{1/2} T_e T_i}{8(T_e + T_i)^2 n_e m_e v_{Ti}} \\ &\times \left[ \int_k^\infty (k'^2 - k^2) \left( k'^2 + \frac{2}{5} k^2 \right) W_{k'}^i \frac{dk'}{k'^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{k^3} \int_0^k (k^2 - k'^2) \left( k^2 + \frac{2}{5} k'^2 \right) W_{k'}^i dk' \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

我们已经提到, 由电子引起的散射常常是积分散射. 描述由电子引起散射的相应公式类似于式(3.23)和(3.24), 例如, 代替式(3.24)我们现在有

$$\begin{aligned} \gamma^i(l+e \longleftrightarrow l'+e') &= \frac{6\sqrt{2\pi} v_{Te}}{5m_e n_e \omega_{pe}^2} \\ &\times \left[ k^2 \int_k^\infty (k'^2 - k^2) \left( \frac{1}{3} k'^2 + \frac{4}{7} k^2 \right) W_{k'}^i \frac{dk'}{k'^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{k^3} \int_0^k (k^2 - k'^2) \left( \frac{1}{3} k^2 + \frac{4}{7} k'^2 \right) \right. \\ &\quad \left. \times W_{k'}^i k'^2 dk' \right]. \end{aligned} \quad (3.24')$$

式(3.24')只有当波数  $k$  和  $k'$  尽管十分不同, 但其绝对值都不小的情况下才正确. 若其中有一个是小的, 就出现相消, 量  $\gamma^i$  变小. 在 § 8 我们将给出增长率  $\gamma^i$  的相应公式和  $k'$  小时的判据.

在小波数相空间区, 等离激元的聚集妨碍另一种形式的非线性相互作用, 即现在将探讨的衰变相互作用.

### § 3.2 等离子体中波的衰变和合成

等离子体中波之间非线性相互作用的第二种形式也导致相同模式的波之间和不同模式波之间能量的转移. 这种过程通常称为衰变相互作用.

我们描述衰变相互作用的物理性质如下。考虑一个自由电子，它同时处在具有不同波数  $\mathbf{k}_1$  和  $\mathbf{k}_2$  以及频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的二个波电场中。每一个波使电子以其频率而振荡，因此总运动可用下式描述：

$$m_e \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = e \mathbf{E}_1 \cos[\omega_1 t - (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})] + e \mathbf{E}_2 \cos[\omega_2 t - (\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})], \quad (3.25)$$

式中  $\mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{E}_2$  是二个波的场振幅。在采用逐次近似法解这一方程时，我们在径向矢量  $\mathbf{r}$  表达式中获得了正比于  $E_1$  和  $E_2$  的项（它们描述正常散射），以及决定于场强的平方项。包含场强  $E_1$  和  $E_2$  乘积的项是特别重要的。相应于它们的运动频率是  $\omega_1 + \omega_2$  和  $\omega_1 - \omega_2$ 。显然，受激电子的这种运动也引起接踵而来的加速和减速，并导致频率  $\omega_1 + \omega_2$  和  $\omega_1 - \omega_2$  处产生波的辐射。这正是衰变相互作用或波的合成，这是一种可用电子在二个波场运动的非线性〔式(3.25)〕来解释的非线性效应。

我们不解方程(3.25)。然而，容易看出，电子速度

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$$

展开式中正比于乘积  $E_1 E_2$ ，并对  $\omega_1$  和  $\omega_2$  以及对  $k_1$  和  $k_2$  是对称的项的量级为

$$v \approx \frac{e^2}{m_e^2} \left( \frac{k_1}{\omega_1} + \frac{k_2}{\omega_2} \right) \frac{E_1 E_2}{\omega_1 \omega_2}. \quad (3.26)$$

由于没有什么理由使波  $\omega_1$  或  $\omega_2$  有任何特殊之处，故总是存在着  $v$  的对称公式。

现在进一步论述如下。在计算散射中的辐射概率〔式(2.18)〕时，我们把它与简化公式(2.13)作比较，在该式中取  $v$  为被入射波激发的电子速度，在这种情况下

$$v = eE/m_e \omega.$$

显然,倘若现在取  $v$  为刚被频率为  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的二个波激发的电子速度,就可类似的方法计算二个波合成的辐射概率.若在  $v^2$  公式中用  $W_{\omega_1}^{(1)}$  和  $W_{\omega_2}^{(2)}$  来表示量  $E_1^2$  和  $E_2^2$ ,则代替式(2.19) 我们得到

$$v^2 = \frac{e^4}{m_e^4} \left( \frac{k_1}{\omega_1} + \frac{k_2}{\omega_2} \right)^2 \frac{(4\pi)^2 W_{\omega_1}^{(1)} W_{\omega_2}^{(2)}}{\omega_1 \omega_2}. \quad (3.27)$$

把式(3.27)代入(2.13),当波  $\mathbf{k}_1$  和  $\mathbf{k}_2$  合成时,我们可得波  $\mathbf{k}$  辐射概率的下列估计:

$$u_k \approx \frac{e^6}{m_e^4} \left( \frac{k_1}{\omega_1} + \frac{k_2}{\omega_2} \right)^2 \frac{2(2\pi)^7 W_{\omega_1}^{(1)} W_{\omega_2}^{(2)}}{\omega^2 \omega_1 \omega_2} \frac{n_e}{k k_1 k_2}, \quad (3.28)$$

式中考虑到辐射过程的相干性,而引进按波数是对称的因子  $\frac{(2\pi)^3 n_e}{k k_1 k_2}$ . 实际上,由于参加产生辐射的不是被波数  $k_1$  和  $k_2$  激发的个别电子,粗略说来,而是在大小为  $\lambda^3 = (2\pi/k)^3$  的体积里的电子群,故必须将辐射概率乘以相干因子  $n_e \lambda^3$ ,或由于对称性,乘以  $(2\pi)^3 / k k_1 k_2$ .

在附录里我们给出按角度平均的衰变概率的准确公式,这里只探讨我们以后所需要的最重要的情形.

当然,参与衰变或合成过程的所有波的能量和动量守恒定律必须满足

$$\omega = \omega_1 + \omega_2, \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2. \quad (3.29)$$

由守恒定律得出,当二个纵朗缪尔波合成一个时,只能产生频率  $\omega \approx 2\omega_{pe}$  (设  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 的横(而不是纵)电磁波. 动量守恒定律对相互作用等离激元数作了限制. 假设一种等离激元波数远大于  $k = \sqrt{3} \omega_{pe}/c$ ——在合成中形成的横波数,于是,显然第二种纵等离激元的波数也应当接近于第一种等离激元的波数,二个波矢量应当几乎是反平行的——只有在这种情况下,它们的和才能给出横波的小波矢量. 因此,若

$k_1 \gg \sqrt{3} \omega_{pe}/c$ , 必须有  $k_1 \approx -k_2$ .

然而, 若一种纵等离子激元的波数远小于  $\sqrt{3} \omega_{pe}/c$ , 则第二纵等离子激元的波数应接近于横电磁波的波数, 即若

$$k_1 \ll \sqrt{3} \omega_{pe}/c,$$

我们有

$$k_2 \approx k \approx \sqrt{3} \omega_{pe}/c.$$

我们强调指出, 所形成的横波在纵等离子激元波矢量较大的方向传播.

给定频率  $\omega$  接近于  $2\omega_{pe}$  的横波的发射系数决定于纵等离子激元的谱能密度的乘积  $W_{k_1}^l W_{k_2}^l$ , 而后的波数  $k_1$  和  $k_2$  由守恒定律(3.29)决定. 单位波数或单位频率发射系数的公式具有相当复杂的形式. 我们立即写出在纵等离子激元合成时所产生的总(即对频率积分)辐射功率:

$$\begin{aligned} J(l_1 + l_2 \rightarrow t) &= \int J_\omega d\omega \\ &\approx \frac{\pi \sqrt{3}}{3} \frac{\omega_{pe}^2}{n_0 m_0 c^3} \left[ W_{\sqrt{3} \omega_{pe}/c}^l \int_0^{\sqrt{3} \omega_{pe}/c} W_{k_1}^l dk_1 \right. \\ &\quad \left. + \frac{12}{5} \int_{\sqrt{3} \omega_{pe}/c}^{k_D} (W_{k_1}^l)^2 \left( \frac{\omega_{pe}}{ck_1} \right)^2 dk_1 \right], \quad (3.30) \end{aligned}$$

式中  $W_{\sqrt{3} \omega_{pe}/c}^l$  是  $k = \sqrt{3} \omega_{pe}/c$  的纵等离子激元的谱密度值, 而  $k_D \approx 1/d_0$  是纵等离子激元的极大波数. 这里所给出的公式在使用上是方便的, 但它是近似的, 因为在  $0 < k_1 < \sqrt{3} \omega_{pe}/c$  范围内, 曾采用只对  $k_1 \ll \sqrt{3} \omega_{pe}/c$  才正确的被积函数的极限形式, 而在  $k_1 > \sqrt{3} \omega_{pe}/c$  范围内则用相应于  $k \gg \omega_{pe}/c$  的极限形式.

式(3.30)表示, 在  $k_1 \approx k_2 \approx \sqrt{3} \omega_{pe}/c$  的纵等离子激元合成时, 产生了最大辐射功率. 横辐射能量的最大部分集中在相当窄的频段:



$$\frac{\Delta\omega^t}{\omega^t} \approx 3 \frac{v_{Te}^2 k_1^2}{\omega_{pe}^2} \approx 9 \frac{v_{Te}^2}{c^2}. \quad (3.31)$$

联合式(3.30)和(3.31), 我们容易得出辐射谱功率的估值:

$$J_\omega \approx J / \Delta\omega^t.$$

二个纵等离子激元合成一个横波还相应于朗缪尔波吸收的另一机制. 二个波数范围的衰减率分别为

$$\begin{aligned} \gamma^l(l_1+l_2 \rightarrow t) &= -\beta^l \frac{W_{k_1}^l}{k_1^2} \\ &= -\frac{\pi \sqrt{3}}{5} \frac{\omega_{pe}^4}{n_e m_e c^5} \frac{W_{k_1}^l}{k_1^2}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\sqrt{3} \frac{\omega_{pe}}{c} \ll k_1 < k_D,$$

和

$$\begin{aligned} \gamma^l(l_1+l_2 \rightarrow t) &= -\frac{\pi}{4\sqrt{3}} \frac{\omega_{pe}^2}{n_e m_e c^3} W_{\sqrt{3}\omega_{pe}/c}^l, \\ 0 < k_1 &\ll \sqrt{3} \frac{\omega_{pe}}{c}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

在后一种情况, 衰减率与波数无关, 如同碰撞衰减情况一样, 因此, 只要  $k_1 \ll \omega_{pe}/c$ , 我们可用相同形式计算碰撞和辐射这二种吸收.

频率接近于  $2\omega_{pe}$  的一个电磁波逆衰变成二个纵等离子激元会导致其吸收. 这种过程只有当波的频率满足不等式

$$k_D \approx \frac{\omega_{pe}}{v_{Te}} > k_1 = \left[ \frac{\omega_{pe}(\omega - 2\omega_{pe})}{3v_{Te}^2} \right]^{1/2} \quad (3.34)$$

才可能. 由这种衰变引起的电磁波吸收率为

$$\gamma^t(t \rightarrow l_1+l_2) = -\frac{\pi}{30} \frac{\omega_{pe}^3}{n_e m_e c^2} \frac{W_{k_1}^t}{v_{Te}^2 k_1}, \quad (3.35)$$

式中  $k_1 (\gg \omega_{pe}/c)$  由式(3.34)决定.

以后我们常用另外二个重要的衰变和合成过程.

在  $T_e \gg T_i$  的非等温等离子体中, 一个纵等离子激元可能衰

变成另一纵等离子激元和一个离子声波。在逆过程中, 当纵等离子激元与离子声波合成时也产生纵等离子激元。在这些过程中纵等离子激元频率的改变小于  $\omega_{pi}$ , 即它十分小, 因此纵等离子激元的波数也略有改变。所以, 纵等离子激元与离子声波的衰变和合成过程间的平衡可用一个微分转移系数来描述, 如同在由离子引起的纵等离子激元的微分散射情况一样。当

$$k > k_*(T_e/T_i)^{1/2}$$

时我们有

$$\gamma^l(l \rightarrow l' \pm s) = \alpha^{ls} \frac{\partial W_k^l}{\partial k} = \frac{\pi \omega_{pe}^3}{27 n_e m_i v_{Te}^4} \frac{\partial W_k^l}{\partial k}. \quad (3.36)$$

我们指出, 式(3.36)中的  $\alpha^{ls}$  与式(3.18)中的  $\alpha^l$  的差别在于用 1 来代替  $(1 + T_e/T_i)^2$ 。这可说明如下: 等温等离子体中的离子声波不被激发, 因此在这种等离子体中, 沿着纵等离子激元谱的能量转移是通过热离子的非线性散射实现的。若电子温度开始超过离子温度, 非线性转移的效率就减小。然而当  $T_e \geq 3T_i$  时, 纵等离子激元的衰变能量转移就变为可能的了, 这种转移的效率比在等温等离子体中还要大(大 4 倍)。另外, 通过衰变相互作用的纵等离子激元的能量转移的性质与通过离子非线性散射的能量转移相同。

对等离子体天体物理很重要的第二种衰变过程是  $\omega \gg \omega_{pe}$  的高频电磁波的合成和衰变, 结果就形成纵等离子激元。若条件  $k_1 \ll k_i = \omega/c$  满足, 则这种过程也具有微分的特性(当考虑合成与衰变间的平衡时)。显然, 一个横电磁波衰变成一个纵等离子激元和另一横波的过程也出现于非湍动等离子体中。在这种情况下, 过程导致电磁波能量逐渐转移到低频谱区, 其速率为

$$\gamma^t(t \rightarrow t' \pm l) = \frac{2\pi^2}{3} \frac{\omega_{pe}^4}{n_e m_e c^3} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{I_\omega}{\omega} \right) = \alpha^t \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{I_\omega}{\omega} \right), \quad (3.37)$$

式中我们记住  $I_\omega$  为高频辐射的谱强度。显然, 这一过程对决定强宇宙源的电磁辐射的能级起很重要的作用。

在宇宙条件下, 其它类型的等离子体波(如哨声波或阿尔文波)也参与衰变相互作用。在下面章节我们将讨论少数几种情况, 并在附录里给出其它过程的概率。

衰变过程不限于三个等离子激元相互作用。当一个等离子激元衰变为三个其它激元, 或当二个等离子激元衰变为二个其它激元时, 四个等离子激元相互作用也是可能的。在这种情况下, 甚至有更多的不同方案, 但特别重要的是在三个等离子激元相互作用中被禁戒的那些相互作用。例如, 在三个等离子激元相互作用中, 二个纵等离子激元不能变为一个纵等离子激元, 但另一方面, 它们通过四个等离子激元相互作用可变为二个其它纵等离子激元。

四个等离子激元相互作用的计算是很繁杂的, 但用与三个等离子激元相互作用的同一方法可得出量级的估计。对朗缪尔波的四个等离子激元相互作用的发射系数的粗略估计给出

$$J_k(l+l' \longleftrightarrow l_1+l'_1) \approx 0.1 \frac{\omega_{pe}^3}{n_e^2 m_e^2 v_{Te}^6} (W_k^i)^3. \quad (3.38)$$

严格说来, 式(3.38)只有当所有四个等离子激元的波数大约相同时才正确。若等离子激元中有二个的波数远小于其它二个(例如,  $k \ll k_1$ ), 则代替式(3.38)我们得出

$$J_k(l+l' \longleftrightarrow l_1+l'_1) \approx 0.1 \frac{\omega_{pe}^2}{n_e^2 m_e^2 v_{Te}^6} \frac{k}{k_1} W_k^i (W_{k_1}^i)^2. \quad (3.39)$$

若用统一标度表示所有波数, 则纵和横等离子激元之间四个等离子激元相互作用的发射系数同一量级。

若是弱湍动  $W \ll n_e T_e$ , 则比三或四个等离子激元过程更加复杂的相互作用并不重要。在等离子体中的不同条件下, 以

及甚至在同一等离子体的不同波数区, 非线性散射和衰变相互作用的相对重要性是不同的。

我们研究二个基本的机制——非线性散射和衰变过程——它们导致同一种类型和不同类型等离子体波间的能量转移。在由快速过热粒子混合的等离子体中, 这些粒子也参与能量的转移。在第三章将研究这种情况。众所周知(例如, 参见文献: Denisov 1957; Moiseev, 1965; 以及由 Zheleznyakov 写的书, 1970a; 或 Golant and Piliya 写的评述, 1972), 在平滑不均匀介质中, 也可能发生波的相互转换。这种转换概率通常正比于  $(kR)^{-1}$ , 其中  $k$  为波数,  $R$  为不均匀性的特征大小。在一些情况下, 这种转换的概率可能更大, 约为  $(kR)^{-2/3}$ 。虽然如此, 但宇宙等离子体在大约等于波长的距离内是如此的均匀, 使得实际上在大量的应用中都忽略这一效应。

下面的强调是重要的。涉及不同等离子体波间的非线性能量转移过程是等离子体的固有性质, 与等离子体从外部获得能量的方式和数量无关。因此, 若只给出由引起湍动的外源所决定的湍动产生的功率, 并利用这里已给出的不同类型波间能量转移的系数, 我们就能(至少在原则上)勾划出整个等离子体湍动谱。下一节将研究等离子体湍动理论的基本课题。

## § 4 等离子体湍动的性质, 能谱和激发

如在实验室条件下一样, 宇宙条件下始终存在着激发不同形式等离子体波的源。另一方面, 这些波也在等离子体中被吸收。若源的功率不大(在只出现自发辐射时, 实际上常常是这种情况), 则等离子体波能密度是热起伏能级的量级, 即

至少比等离子体粒子的热能小  $N_D$  倍。

自发形成的等离子体波通常在它们被激发的相同频率和波数处被吸收。实际上没有能量沿着谱转移或者是从一种类型波转变为另一种类型波。

然而,若等离子体波辐射功率很大,特别是在有感应辐射机制(由不稳定性引起激发)时,等离子体波能强度迅速增加,并出现决定性的非线性相互作用。在窄波数区用于激发一种波的源的能量,再分布在原来等离子体波型和转变为其它等离子体波型的整个容许相空间里,就是说,产生了等离子体湍动。

显然,它与通常流体力学湍动有许多共同之处。因此我们首先简述大尺度动力学湍动的性质。

众所周知,在不可压缩流体中(或在气体中,只要运动的速度远小于声速),湍动是不同尺度的涡旋的集合。它们之间能量的再分布也与流体力学方程的非线性有联系。在研究不可压缩流体的湍动时,我们常常可如下地叙述问题。引进涡旋波数  $k$  的概念,它通过一般关系  $k=2\pi/\lambda$  与其尺度  $\lambda$  相联系;我们强调指出,尽管采用“波数”这个词,但所谈及的是涡旋运动,而不是波运动。在绝大多数具体问题中,假设湍动外源把功率为  $Q$  的能量转移给最大尺度  $\lambda_0$ (或  $k_0=2\pi/\lambda_0$ ) 的涡旋。以后能量逐渐地转移给较小的涡旋。可以说,这就产生了通过从较小到较大  $k$  的整个涡旋谱系的能流。在十分小的涡旋中,  $k_v=2\pi/\lambda_v$ , 能量由于粘性而耗散。通过涡旋谱系的能流量等于湍动源的功率,并完全决定着在  $k_0 \ll k \ll k_v$  波数区(所谓惯性区)的普适湍动能谱。量  $k_v$  取决于粘性系数,而  $k_0$  决定于介质的几何形状和湍动源的结构。普适的科尔莫戈罗夫(Kolmogorov)谱的谱能密度在波数的惯性区里等于

$$W_k = 1.3 \frac{Q^{2/3} \rho^{1/3}}{k^{5/3}}, \quad (4.1)$$

式中  $\rho$  为流体密度。增大源的功率就增加湍动能量密度(也改变惯性区),但并不改变这个区域中的谱性质。

把波数谱的相区域分为脉动形成区和脉动消失区对任何湍动(包括等离子体湍动)都是必要的。实际上,在产生等离子体波的区域中,除非有使波能离开介质的途径(对于许多等离子体波来说,由于它们的群速度小,这是不可能的),或者有一个把能量转给谱的另一部分(该处这些波被湮灭了)的机制,否则它们的吸收常常比它们的激发弱,波的强度将增至无限大。

等离子体湍动的一个特征是在等离子体中存有其本征频率。这使得不能简单地根据量纲分析来建立理论,但另一方面,它又使我们能进一步改进非线性的计算,以及发展更为完善的数学理论。应该记住,在不可压缩流体的湍动的数学理论方面还未能取得许多的进展。原则上,等离子体湍动理论的数学简化是与下列性质有关的。等离子体波有小的相对衰减率( $\gamma/\omega$ ),即波在衰减之前或在把能量转给另一波之前,一个波进行了多次振动。对于不可压缩流体的涡旋来说, $\gamma \approx \omega$ ,在它衰减或在把其能量转移给其它涡旋之前,不能进行多次转动。小参数  $\gamma/\omega$  的存在,就使得可能建立等离子体湍动的数学理论。

尽管有这种差别,动力学的和等离子体的湍动仍有许多共同之处:在宽的波数区,它们的谱可由单一参量  $Q$  决定。附带一句,对于经常希望有尽可能少的固定参量的等离子体天体物理来说,这是很重要的。

确实,在等离子体湍动的情况下,若湍动是各向同性的, $Q$  就可作为唯一的参量。在动力学湍动理论中也有类似的限

制,但在这种情况下,涡旋的各向同性是自然的结果,并为测量所证实. 等离子体湍动的各向同性问题是相当复杂的.

若无强外磁场,等离子体波由于非线性相互作用本身相当快地变为各向同性,因此,在能量从一个波转给另一波的波数区(这相当于动力学湍动的惯性区)时,可认为等离子体湍动是各向同性的. 在有强外磁场时,便出现了各向异性并且自然地维持着,尤其,若考虑到一些波择优地沿着磁场转移能量的话更是如此 (§ 1). 然而,甚至在这种情况下,非线性相互作用也常常趋向于使等离子体波的角谱变宽,因而它很难保持十分窄的程度. 然而,在有磁场的某些情况下,非线性相互作用会减弱角谱. 总而言之,为了在天体物理上进行初估,可设想各向异性不引入重大的改正. 当然,也可提出考虑各向异性的理论.

我们将看到,只引进一个参量  $Q$  就能够在没有进一步假设下,得到等离子体波的所有结果,其中也包括电磁能流. 与观测资料作比较能给出等离子体湍动的整个图象,并使我们能估计所需的  $Q$  值.

等离子体湍动的性质也决定于所激发等离子体波能量的耗散机制. 我们将区别三种湍动类型:

(a) 等离子体波的能量通过电子与离子碰撞以及由于朗道阻尼而主要耗散为热. 这种情况称为加热湍动.

(b) 等离子体波能量的相当一部分 (虽然或许不是大部分) 通过加速粒子而损失掉,这称为加速等离子体湍动.

(c) 所有类型等离子体波能量的相当大部分转变为电磁波(横等离子激元和高频辐射). 这种情况称为辐射等离子体湍动.

必须强调指出,在后两种情况下,大部分能量还是在加热等离子体时损失掉了. 甚至在沿着谱转移能量的过程中,也

不断地发生热耗散。例如，在非线性散射中，频率（因而也即波能）逐渐减小，多出的能量转移给散射粒子。

所有上述三种湍动对等离子体天体物理都是重要的，但后两种特别重要。我们指出，它们是相互联系的，因为粒子的加速增大了等离子体波转换为高频电磁波（它们比较容易离开湍动区）的可能性。

湍动的类型取决于  $Q$  值，也决定于其存在的时间。逐渐地，一种湍动可变为另一种湍动。例如，被加速的粒子积累越多，加速湍动变为辐射湍动的机会就越大。

现在让我们转而分析等离子体湍动谱。一般，在等离子体天体物理的许多问题中，知道谱能密度的完整公式是很重要的。但常常不容易得到它们，在许多情况下只限于  $W_k$  变化的定性图象，和只能对等离子体湍动的总能量作定量的估计。因此将限于探讨一般方法和描述两种或三种最简单但又是最重要的情况，关于其它谱的细节，读者可参见文献 (Kadomtsev, 1965; Tsytovich, 1971a)。

决定等离子体湍动谱的问题可简化为求谱函数  $W_k$ ，在一般情况下，它可能取决于 7 个自变量：时间  $t$ ，三个空间坐标  $\mathbf{r}$  和三个波矢量分量  $\mathbf{k}$ 。然而，在大多数等离子体天体物理问题中，并不需要进行这样详细的研究，因此可限于较少数的自变量。

当谱函数的变化比能量沿着谱转移的特征时间更慢时，稳定湍动的情况是最重要的。几乎常常可认为系统沿着一个坐标的变化最快。然而，由于等离子体波的群速度不大， $W_k$  随坐标（甚至一个坐标）的变化常常是不重要的。

正如已指出的一样，波矢量在充分发展的湍动中多少是各向同性的分布。因而可认为  $W_k$  只与波数有关。在另一种极限情况下（一维湍动）， $W_k$  也只决定于一个量。对于天体物



理问题, 经常可设  $W_k$  是单自变量(波数)的函数. 于是常常可规定空间区域、时间间隔和波矢量方向的立体角, 在这些范围内可略去  $W_k$  与其它参量的关系.

等离子体湍动理论的主要问题是建立  $W_k$  平衡方程, 它描述由于等离激元在空间和时间传播引起  $W_k$  的运动变化, 即  $dW_k/dt$  (其中  $\frac{d}{dt}$  是全微分), 以及描述等离激元的吸收和产生以及它们的非线性转换.

函数  $W_k$  随时间的总变化由我们将要写出的三项之和组成, 为了简化起见, 假设湍动在坐标空间(沿  $x$  轴)和波数空间里是一维的. 于是我们有(例如, 对纵等离激元)

$$\frac{dW_k^i}{dt} = \frac{\partial W_k^i}{\partial t} + v_g \frac{\partial W_k^i}{\partial x} - \frac{\partial \omega(k)}{\partial x} \frac{\partial W_k^i}{\partial k}. \quad (4.2)$$

式(4.2)右端第一项决定于谱密度的显含时间关系, 第二项反映等离子体波在空间的传输. 我们记住, 实际上所有等离子体波(例如, 也包括横等离激元)的群速度是很小的, 因此这一项很少需要加以考虑. 必须考虑它的判据是使  $v_g/R$  等于等离子体波的增长率或衰减率, 其中  $R$  是系统的特征大小.

我们必须比较详细地分析第三项. 众所周知, 一个单色波在不均匀介质中传播时的频率在几何光学近似下是不改变的. 例如, 对于纵等离激元, 沿着整个路程

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + 3v_{Te}^2 k^2$$

为常数. 然而, 在不均匀介质中,  $\omega_{pe}^2 \propto n_e$  和  $v_{Te}^2 \propto T_e$  两者都变化, 因此纵等离激元的波数应当改变. 假设介质只是电子密度不均匀, 由  $\omega^2$  的守恒定律我们可得

$$\frac{\partial k}{\partial x} = - \frac{\omega_{pe}}{3v_{Te}^2 k} \frac{\partial \omega_{pe}}{\partial x} = - \frac{1}{v_g} \frac{\partial \omega_{pe}}{\partial x}. \quad (4.3)$$

由于它们在不均匀的介质中传播, 因而必须对等离子体波离开给定的波数区予以考虑(结果使  $W_k^i$  减小). 式(4.2)的最

末二项积简单地决定  $W_k^i$  随坐标的总变化, 它可由显含  $x$  关系和通过波数变化的隐含关系得出. 式 (4.2) 右端第三项的符号取决于在电子密度, 因而也即在  $\omega_{pe}$  减小时波数的增加\*.

若等离子体湍动的能谱密度以单位频率计算, 则第三项当然不存在, 即

$$\frac{dW_\omega}{dt} = \frac{\partial W_\omega}{\partial t} + v_g \frac{\partial W_\omega}{\partial x}. \quad (4.4)$$

我们刚刚描述的、由于等离子体不均匀性而使波离开给定波数区的效应对于某些天体物理问题是很重要的.

等离子体湍动的运动方程式, 左边为  $dW_k/dt$ , 右边是  $W_k$  的变化, 其变化是由于通过所有可能机制 (如韧致辐射, 朗道阻尼或契连科夫辐射) 辐射和吸收这些波, 和由于沿着谱能量的转移以及波从一种波型转换为另一种波型所引起的.

在多模式湍动中, 包含有描述能量从一种模式转变为另一种模式的耦合项的方程组. 此外, 在等离子体湍动的完整方程组中, 也必须包括等离子体粒子动量分布函数的运动方程.

在许多情况下, 可忽略一些方程, 例如, 可假设主等离子体的粒子分布函数是麦克斯韦分布. 这是在只有一种或二种等离子体波被激发到很高能量密度时经常遇到的情况. 在这些情况下, 问题可大大简化. 在专用于研究具体对象的下面章节里, 我们将解决一些这种自治问题, 这里我们将探讨一些最简单的例子, 这时我们可认为粒子分布函数已给定, 而湍动只是一种或二种波的激发.

#### § 4.1 朗缪尔波 (纵等离子激元) 湍动

从等离子体天体物理的观点来看, 朗缪尔波湍动是等离

---

\* 英译本和俄文版在此均有误, 现改正. ——译者注

子体中湍动的最重要例子之一。其次，可以对纵等离激元湍动进行比较简单的分析。

我们不立即写出这个问题的完整方程。分成局部讨论它们是较直观和较简单的。

设想一些源(我们将不详细论述它们)在波数  $k_g$  值周围的小间隔  $\Delta k_g$  里激发朗缪尔波，这个量  $k_g$  称为产生湍动的波数。其次假设这些波的相速度大于  $6v_{Te}$ ，因此可略去电子引起的非线性散射，但它又比  $130 v_{Te}$  小，因而离子引起的散射是微分散射。

在朗缪尔波已被激发之后，(i) 它可由于碰撞而被吸收；(ii) 可转移至较小波数区；(iii) 变为横等离激元；(iv) 与其它纵等离激元合成而形成频率  $\sim 2\omega_{pe}$  的电磁波；(v) 进行四个等离激元的相互作用；(vi) 衰变为另一纵等离激元和一个低频波；或(vii) 被快粒子吸收并加速它。

当然，在一个问题范围内不必考虑所有这些可能性。让我们限制一下。假设介质对横等离激元是透明的，因此它们的能量密度不大，于是我们可忽略纵等离激元感应转变为横等离激元(在§ 8 将研究相反的情形)，以及自发转换常常小于由碰撞引起的衰减。我们又假设介质对快粒子也是“透明的”，于是通过加速它们而引起的损失也是不重要的。

非线性散射和四个等离激元相互作用仅在某一  $k_*$  值周围的窄波数区，其效率才可比较。在这区域之外，只需考虑非线性散射(当  $k > k_*$  时)，或基本上只考虑四个等离激元相互作用(当  $k < k_*$  时)。另外， $k_*$  的数值应与式(3.22)给出的波数  $k_*$  相当。

若  $k_s < k_* < k_g$ ，湍动谱由下列范围所决定：通过离子非线性散射的微分能量转移 ( $k_* < k < k_g$ )；通过离子散射的积分能量转移 ( $k_s < k < k_*$ )；以及四个等离激元相互作用是重要的

区域 ( $0 < k < k_s$ )。若  $k_s < k_*$ , 则通过离子散射的积分转移不是很重要的。在感应能量转移中, 纵等离激元的波数反而可能减小: 若在等离子体中,  $k < k_g$  的波被激发, 则将没有能量转移到  $k > k_g$  的谱部分。然而, 能量自发转移到这部分谱却是可能的。这里由离子引起的自发非线性散射是不重要的, 如同在每种散射过程, 波数的改变不大, 但电子的非线性散射尽管因康普顿散射的抵销而大大减弱, 由于它的积分性质, 仍可能把等离子体波的某一能级“激励”到大于  $k$  的区域。

我们将分别研究每一波数区。在  $k_g > k > k_*$  区 (假设  $k_* > k_s$ ), 主要的过程是: 非线性感应能量沿着谱转移 [其衰减率由式 (3.17) 给出], 通过合成而使等离激元消失并形成  $\omega \approx 2\omega_{pe}$  电磁波, 按假设这种波将离开湍动区 [衰减率 (3.32)] 并通过碰撞而衰减。因而在这范围内, 纵等离激元湍动的基本运动方程有下列形式:

$$\frac{dW_k^i}{dt} = Q_k^i - \nu_s W_k^i - \beta^i \left( \frac{W_k^i}{k} \right)^2 + \alpha^i W_k^i \frac{\partial W_k^i}{\partial k}. \quad (4.5)$$

这里  $Q_k^i$  是湍动源的谱功率, 我们假设这个量是给定的。 $Q_k^i$  与波数的关系通常是相当复杂的 (下面说明如何考虑它), 但它在目前并不重要。仅作如下假定就足够了:

$$\left. \begin{array}{ll} Q_k^i \neq 0 & \text{当 } k_g \leq k \leq k_g + \Delta k_g \text{ 时;} \\ Q_k^i = 0 & \text{当 } k < k_g, k_g + \Delta k_g < k \text{ 时.} \end{array} \right\} \quad (4.6)$$

现在研究方程 (4.5) 在稳定情况 ( $\frac{dW_k^i}{dt} = 0$ ) 下的解。在产生纵等离激元的谱区,  $k_g \leq k \leq k_g + \Delta k_g$ , 它们的吸收应当不大, 因为在相反情况下它们不可能产生。因此在这一区域可略去式 (4.5) 右边第二和第三项, 只保留等离子体波的激发和通过非线性相互作用使它们离开这个区域。因为漂移出现在波数较小的方向, 对于  $k > k_g + \Delta k_g$ , 可取  $W_k^i = 0$ , 暂时忽略

掉进入到大  $k$  区的自发散射.

解式(4.5)我们得到

$$W_k^l = \left[ \frac{2}{\alpha^l} \int_k^{k_0 + \Delta k_0} Q_k^l dk \right]^{1/2}. \quad (4.7)$$

这里我们利用了  $\alpha^l$  与波数无关的条件.

当  $k \approx k_0$  时, 纵等离激元能谱密度达到第一极大:

$$\begin{aligned} W_{k_0}^l &= \left[ \frac{2}{\alpha^l} \int_{k_0}^{k_0 + \Delta k_0} Q_k^l dk \right]^{1/2} = [2Q^l/\alpha^l]^{1/2} \\ &= \left( \frac{54}{\pi} \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \left( \frac{Q^l}{n_e T_e' \omega_{pe}} \right)^{1/2} \frac{v_{Te}}{\omega_{pe}} n_e T_e \\ &= \left( \frac{6}{\pi} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \left( \frac{Q^l}{n_e T_e' \omega_{pe}} \right)^{1/2} \frac{n_e T_e}{k_*} \\ &\approx 3 \left( \frac{Q^l}{n_e T_e' \omega_{pe}} \right)^{1/2} \frac{n_e T_e}{k_*}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

在最后方程中我们取  $T_e = T_i$ . 尽管在宇宙条件下, 非等温等离子体是很可能出现的, 在 § 3 我们已指出, 那时转移并不是由非线性散射, 而是由衰变过程  $l \rightarrow l' \pm s$  决定的, 并且不管怎样因子  $1 + T_e/T_i$  与 1 相差不很多.

在较小波数区  $k < k_0$ , 不再有纵等离激元产生, 但仍有吸收, 在沿波数谱进一步转移过程中, 它使  $W_k^l$  减小. 若这种吸收不强, 当  $k$  减小到  $k_* = (130d_e)^{-1}$  时, 谱  $W_k^l$  的改变不很大并接近于式(4.8). 这种简单解由利佩罗夫斯基(Liperovskii)和齐托维奇(1970)求得, 在以后将常用到.

电子与离子碰撞导致纵等离激元谱密度曲线的倾斜, 即  $W_k^l$  在达到第一极大之后便线性地减小. 实际上, 保留式(4.5)右边第二和第三项我们便得到

$$\frac{\partial W_k^l}{\partial k} = \frac{108}{\pi} m_i v_{Te} \omega_{pe} = \frac{v_e}{\alpha^l}. \quad (4.9)$$

有趣的是这一斜率值与湍动激发的参量无关. 若  $k_0 \partial W_k^l / \partial k$

远小于平滑谱的谱密度, 即若

$$\frac{Q^l}{k_g^2} \gg \frac{54}{\pi} \frac{m_i v_{Te} \omega_{pe}^2}{N_D}, \quad (4.10)$$

则纵等离激元湍动的碰撞衰减是不重要的。在相反的情况下, 湍动差不多不能发展。

通过合成和形成频率  $\sim 2\omega_{pe}$  的横波而吸收纵等离激元, 这只对小波数才是重要的——效率正比于  $k^{-2}$ 。由于与  $k$  的关系不同, 人们可区分出碰撞和辐射阻尼区。对于后者, 保留式 (4.5) 右边第三和第四项 (Tsytovich, 1969b):

$$\begin{aligned} W_k^l &= W_{k_0}^l \exp \left[ -\frac{\beta^l}{\alpha^l} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k_g} \right) \right] \\ &= W_{k_r}^l \exp \left[ -k_r \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k_g} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.11)$$

式中  $W_{k_0}^l$  决定于平滑谱, 而辐射阻尼参数为

$$k_r = \frac{\beta^l}{\alpha^l} = \frac{108\sqrt{3}}{5} \frac{m_i}{m_e} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^4 \frac{\omega_{pe}}{c}. \quad (4.12)$$

在  $k < k_r$  时, 谱突然断开并按指数地减小。在这种情况下, 较大部分纵等离激元湍动的能量不是消耗于加热, 而是用于辐射。

这里所探讨的例子可能是产生频率  $\sim 2\omega_{pe}$  的辐射能的最有效机制之一。显然, 辐射谱式 (4.11) 存在的条件是相当苛刻的。首先, 当纵等离激元的波数很大时, 即

$$k_r > \sqrt{3} \omega_{pe}/c,$$

它们就发生这种合成。把这个条件与式 (4.12) 比较, 我们可得

$$\frac{108}{5} \frac{m_i}{m_e} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^4 \gg 1. \quad (4.13)$$

其次, 合成在微分转移区应是重要的。取  $k_r \gg k_*$ , 我们可得实际上与式 (4.13) 相同的第二条件。这两个判据只有在热等离子体中才满足。特别是, 由式 (4.13) 得出, 对于等温氢

等离子体我们有

$$T_e \approx T_i \gg 3 \times 10^7 \text{ K}. \quad (4.14)$$

在日冕里不存在这种热等离子体,但却可能存在于其它天体。然而,若式(4.13)不满足,这并不意味着湍动可能不是辐射的。这简单地表示,当它们转变到积分转移区时,辐射损失不能吸收等离子体的能量。

最后,只有当能够忽略电磁波衰变成二个纵等离子激元的逆过程时,这里所研究的辐射湍动效应才可能出现。这表示湍动区的大小应相当小。等离子体湍动区大小的判据有如下形式:

$$R < v_g^i / \gamma^i(k_r) \approx c / \gamma^i(k_r),$$

式中  $\gamma^i(k_r)$  是由于电磁波衰变为纵等离子激元而引起的衰减率,对于  $k_i = k_r$ , 它由式(3.35)决定。

在实际的天体物理问题中,倘若等离子体温度很高以及湍动区的大小不太大,则等离子体湍动有一个在  $k = k_r$  折断的平滑谱。当温度较低或这区域较大时,平滑谱一直延伸到大相速度区,直到包含沿着谱转移能量的其它机制为止。当碰撞起较大作用时,谱的斜率也变得相当明显。

现在我们来研讨小波数区,并假设从  $k_s < k_*$  开始。我们将不写出运动方程,而只限于半定量地描述在这部分谱里等离子体湍动所伴随的物理现象。

由于积分转移只有当  $k \approx k_*$  时才有效,较大部分的纵等离子激元能量开始迅速转移到波数接近于零的区域。量  $W_k^i$  将增加。显然,因为四个等离子激元相互作用正比于  $(W_k^i)^3$ , 这时它们也是有效的。它们仿佛“排斥”等离子激元而使其堆垒在  $k \approx 0$  附近的很小相体积里,一直到在不为零的波数  $k_0$  处达到极大的某种谱形成为止,  $k_0$  可以说是相当于主标长 (basic scale-length)。

对于  $k < k_0$  和  $k > k_0$ , 谱都减弱. 数值计算和分析渐近解表明, 这里的纵等离子激元谱可用公式

$$\left. \begin{aligned} W_k^i &\sim k^2 && \text{当 } 0 < k < k_0 \text{ 时,} \\ W_k^i &\approx k^{-\nu} && \text{当 } k_0 < k < k_*, \quad 2.84 \leq \nu \leq 4 \text{ 时} \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

描述 (Pikel'ner and Tsytovich, 1969a; Zhidkov, Makhan'kov, Tsytovich and Khen, 1970; Liperovskii and Tsytovich, 1970), 式中对大的  $Q$ , 指数  $\nu$  接近于 2.84; 当  $Q$  减小时, 它增加到 4. 由基本估计很难决定主标长  $k_0$  和  $k_0$  周围极大处的谱密度  $W_{k_0}$  的数量. 问题在于简单公式 (3.38) 和 (3.39) 只表征四个等离子激元相互作用的量级. 当谱改变时, 这个量也明显地变化. 换句话说, 四个等离子激元相互作用仿佛“调整”所得的谱, 因而尽管能给出  $k_0$  的简单定性估计, 但  $W_{k_0}$  的估值必须由解一个复杂的自洽问题来求得.

在所研究的谱区, 可比较简单地估计出纵等离子激元的总能量密度. 由于几乎所有湍动能都从这一区域转移掉, 它或通过电子与离子碰撞转变为热 (加热湍动), 或者转变为  $\omega \approx 2\omega_{pe}$  的电磁辐射 (辐射湍动), 因而, 在这里它就被“扼杀”了. 显然, 在第一种情形我们有

$$W^i = \int_0^{k_*} W_k^i dk \approx \frac{Q^i}{\nu_e} \approx N_D \frac{Q^i}{\omega_{pe}}. \quad (4.16)$$

通常积累在这一谱区的等离子体波能量比在较大波数区多些. 因而我们认为, 式 (4.16) 给出了纵等离子激元湍动总能量密度的估值. 因此

$$\frac{W^i}{n_e T_e} \approx \frac{Q^i}{n_e T_e \omega_{pe}} N_D. \quad (4.17)$$

前面我们探讨过  $k_r > k_*$  情况的辐射湍动. 若这一不等式不满足, 则  $k \leq \sqrt{3} \omega_{pe}/c$  的纵等离子激元的合成是主要的, 因为现在它们的数目比波数较大的等离子激元数大些. 假设这



种合成过程使纵等离子激元从湍动谱中消失比由碰撞阻尼快些 (Tsytovich, 1971a). 由式(3.33)得出, 为此下列条件必需满足:

$$\nu_e \ll \frac{\pi}{4\sqrt{3}} \frac{\omega_{pe}^2}{n_e m_e c^3} W^l_{\sqrt{3}\omega_{pe}/c}. \quad (4.18)$$

用谱式(4.8)代替  $W^l_{\sqrt{3}\omega_{pe}/c}$ , 我们得到

$$\frac{Q^l}{n_e T_e \omega_{pe}} > \frac{1}{18\pi} \frac{m_e}{m_i} \left( \frac{c}{v_{Te}} \right)^6 \frac{1}{N_D^2} \quad (4.19)$$

条件(4.19)是容易满足的.

用衰减率(3.33)除  $Q^l$ , 可得纵等离子激元辐射湍动的总能量为

$$\frac{W^l}{n_e T_e} \approx \frac{1}{3} \left( \frac{m_e}{\pi m_i} \right)^{1/2} \frac{c^3}{v_{Te}^3} \left( \frac{Q^l}{n_e T_e \omega_{pe}} \right)^{1/2}. \quad (4.20)$$

辐射湍动的主标长(在其附近等离子体波能谱密度达到极大)决定于方程

$$\frac{k_0}{k_*} \approx \left[ \frac{54 m_i}{m_e} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^6 \right]^{1/2(\nu-1)}. \quad (4.21)$$

在有碰撞阻尼的湍动情况(湍动加热), 主标长的波数还要小, 因为在辐射湍动中, 等离子激元的合成使它们不能转移到小波数区. 在碰撞湍动中  $k_0$  大约按  $Q^{-1/2(\nu-1)}$  形式依赖于(尽管不强)湍动源功率.

现在我们来分析大波数区, 即  $k > k_g + \Delta k_g$  的情形.  $k < k_g$  部分的纵等离子激元也可转移到这一谱区, 但只有通过电子的自发非线性散射才可能显著地增加波数. 事实上, 由守恒定律可得

$$\omega - \omega' = \frac{3 v_{Te}^2}{2 \omega_{pe}} (k^2 - k'^2) \approx |\mathbf{k} - \mathbf{k}'| v_{Te}, \quad (4.22)$$

由此可能得出  $k' \approx k + \omega_{pe}/3 v_{Te} \approx (3d_e)^{-1}$ . 换句话说, 在单次散射过程中, 电子的非线性自发散射能把等离子激元转移到相当于德拜半径倒数的波数区.

这种过程概率的计算是很复杂的，因为必须考虑已经提到的非线性散射和康普顿散射的相消。我们立即可给出波数较小 ( $k_* \ll k' \ll k$ ) 的等离激元受到电子自发散射时纵等离激元发射系数的最后公式：

$$J_k(l+e \longleftrightarrow l'+e') = \frac{4v_{Te}k}{15(2\pi)^{3/2}n_e} \int W_k^l, k'^2 dk'. \quad (4.23)$$

当然，除了纵等离激元从较小波数转移到较大波数外，也存在着相反的过程，即这些等离激元的吸收，在  $k_* \ll k' \ll k$  条件下，其衰减率由式(3.24)决定：

$$\gamma'(l+e \longleftrightarrow l'+e') = -\frac{2\sqrt{2\pi}}{5} \frac{v_{Te}k}{n_e m_e \omega_{pe}^2} \int W_k^l, k'^2 dk'. \quad (4.24)$$

在湍动谱为式(4.8)情况下，不难估计积分(4.23)和(4.24)。记住当  $k > k_g + \Delta k_g$  时，等离激元的能谱密度不大，仅限于积分到  $k \approx k_g$  就够了。对于小  $k$  值，由于因子  $k'^2$  在被积函数内， $W_k^l$  的变化不重要。我们可得发射系数为

$$\begin{aligned} J_k(l+e \longleftrightarrow l'+e') &= \frac{4v_{Te}k_g^3 k}{45(2\pi)^{3/2}n_e} \left(\frac{2Q^l}{\alpha^l}\right)^{1/2} \\ &= \frac{4}{5} \left(\frac{m_i}{3m_e}\right)^{1/2} \left(\frac{v_{Te}k_g}{\omega_{pe}}\right)^4 \\ &\quad \times \left(\frac{Q^l}{n_e T_e \omega_{pe}}\right)^{1/2} \frac{m_e \omega_{pe}^3}{2\pi^2} \frac{k}{k_g}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

和衰减率为

$$\begin{aligned} \gamma'(l+e \longleftrightarrow l'+e') &= -\frac{4}{5} \left(\frac{3m_i}{m_e}\right)^{1/2} \left(\frac{v_{Te}k_g}{\omega_{pe}}\right)^4 \\ &\quad \times \left(\frac{Q^l}{n_e T_e \omega_{pe}}\right)^{1/2} \frac{k}{k_g} \omega_{pe}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

现在我们容易写出在大波数区的纵等离激元的运动方程：

$$\frac{dW_k^i}{dt} = J_k^i - (\nu_e + |\gamma^i|) W_k^i + \alpha^i W_k^i \frac{\partial W_k^i}{\partial k}. \quad (4.27)$$

我们将再次研究稳定解。在通过离子散射的非线性转移以及碰撞阻尼都可忽略的情况下,我们将得到一个固定谱:

$$W_k^i = \frac{J_k^i}{|\gamma^i|} = \frac{m_e \omega_{pe}^2}{6\pi^2}. \quad (4.28)$$

在  $k$  很大, 但  $k \leq (3d_e)^{-1}$  的区域, 这种谱接近于热脉动谱:

$$W_k^i = \frac{k^2}{2\pi^2} T_e \approx \frac{m_e \omega_{pe}^2}{18\pi^2}. \quad (4.29)$$

然而, 与热谱(随  $k$  的减小按  $k^2$  减小)相反, 式(4.28)的谱保持固定(参见图4)。

若等离子体波能密度很大, 式(4.27)最后一项也可能是重要的, 并超过阻尼项。于是, 等离激元转移到  $k > k_g$  区, 将抵消由于离子的非线性散射所引起的它们的逐渐消耗。在这种情况下我们有

$$\begin{aligned} W_k^i &= \left[ \frac{2}{\alpha^i} \int_k^{1/3d_e} J_{k'} dk' \right]^{1/2} \\ &\approx \left( \frac{32\pi}{15} \right)^{1/2} \left( \frac{3m_i}{m_e} \right)^{3/4} \left( \frac{Q^i}{n_e T_e \omega_{pe}} \right)^{1/4} \\ &\quad \times \frac{m_e \omega_{pe}^2}{2\pi^2} n_e^{-1/2} k_g^{3/2} d_e^3. \end{aligned} \quad (4.30)$$

式(4.30)再次产生一个平滑谱, 它延伸至波数

$$k \approx k_g + \Delta k_g$$

处, 在该处它急剧增大成谱(4.8)。在等温等离子体 ( $T_e \approx T_i$ ) 中, 对于大  $k$  值, 平滑谱(4.30)仅延伸到  $v_p \approx 6v_{Te}$  [决定于式(3.1)]; 当  $k$  值更大时, 谱开始减弱,  $W_k \propto k^{-5/2}$  (Liperovskiĭ and Tsytovich, 1970)。对  $T_e \gg T_i$  的非等温等离子体, 式(4.30)的平稳段延伸到  $k \approx (3d_e)^{-1}$ 。

对  $k \approx k_g$  谱, 跳跃量等于

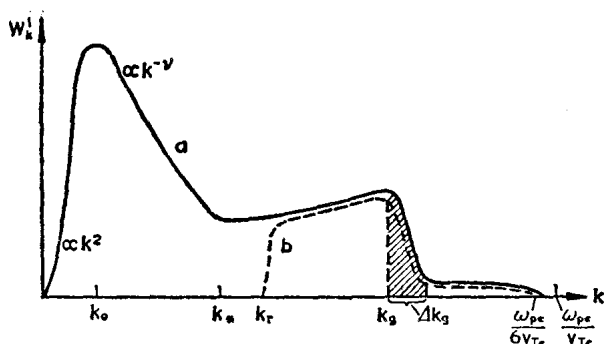


图4 朗缪尔湍动谱: a——弱辐射阻尼或碰撞阻尼情况;  
b——在微分转移区强辐射阻尼情况。

$$\frac{W_{k > k_g}^l}{W_{k < k_g}^l} \approx 0.15 \left( \frac{k_g^3}{n_e} \right)^{1/2} \left( \frac{n_e T_e \omega_{pe}}{Q^4} \right)^{1/4}. \quad (4.31)$$

在 § 8 我们将研究在  $k \approx k_0 \ll k_*$  时, 电子散射的相反情形。

若  $k_g < (6d_e)^{-1}$ , 由电子散射引起的谱是从  $W_k \sim k^{-5/2}$  部分开始, 只有当  $k \approx \frac{1}{6d_e}$  时, 它才是平滑的。图 4 给出在二个波数区纵等离激元谱的定性变化。

迄今我们曾认为, 沿着谱的能量转移主要决定于热离子的非线性散射。在强非等温等离子体中, 等离激元的能量转移由它们的衰变(涉及离子声波)所决定。所有关系都如前, 但非线性相互作用的效率大 4 倍, 因此标准谱的能级低 2 倍。所有其它的关系大约相同地变化。当  $W_k \propto k^{-5/2}$  的部分消失和平滑谱延伸至极大  $k$  值时, 对于  $k < \frac{1}{6d_e}$ , 谱的最重要变化是发生在  $T_e \gg T_i$  的情形。

我们对纵等离激元谱进行这样详细的分析是有一些理由的。首先, 这种谱是最易研究的一种。其次, 纵等离激元湍动刚好是等离子体天体物理最重要的一种。最后, 通过这个例

子我们试图证明, 如何研究在其它情况下的 等 离子体湍动谱.

现在我们略为谈一下非稳定的纵等离子激元湍动.

众所周知, 形如式(4.5)的非稳定方程(类似于流体动力学方程)有一种里曼(Riemann)简单波的解, 这种波在传播时可变为激波. 显然, 为研究非稳定方程(4.5), 我们可利用这种类似性. 这里我们只给出定性的分析.

令湍动源  $Q^l$  在时间  $t=0$  接通并立即到达最大功率, 然后保持常数. 于是沿着波数轴立刻出现一个“谱密度跳跃”, 它以“速度”

$$\begin{aligned} \frac{dk}{dt} &= \alpha^l W_k^l \approx (2\alpha^l Q^l)^{1/2} \\ &\approx \left(\frac{\pi m_e}{54 m_i}\right)^{1/2} \left(\frac{Q^l}{n_e T_e \omega_{pe}}\right)^{1/2} \frac{\omega_{pe}^2}{v_{Te}} \quad (4.32) \end{aligned}$$

沿  $k$  轴移动. 倘若对于  $t>0$ ,  $Q^l$  不随时间变化, 则在跳跃波前的后面, 谱  $W_k^l$  保持不变, 并相应于谱(4.8); 这点已在式(4.32)中用到过. 在单次散射过程中, 跳跃波前的宽度为  $\Delta k$  量级(这类似于平均自由程), 即  $\Delta k \approx k_*$ . 在到达积分转移区时, “谱密度跳跃”将弥散(图 5).

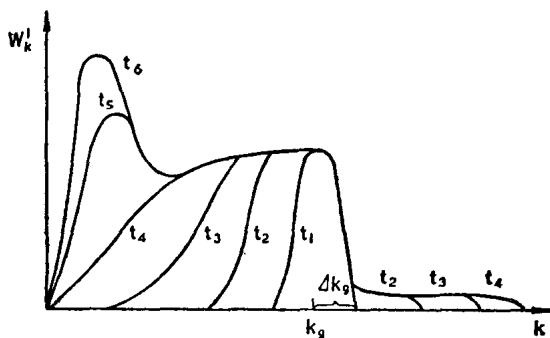


图 5 建立湍动谱动力学的定性示意图.

若湍动源  $Q'$  接通之后, 其功率随时间的增加不是瞬时的, 而是比较逐渐的, 则跳跃不是立刻在  $k \approx k_g$  形成, 而是进一步沿着波数轴才形成. 若  $Q'$  的增加更慢, 可能跳跃根本就不形成, 当然, 倘若导致湍动衰减的参量作用不是一个决定性的因素, 则整个纵等离激元湍动谱与  $Q'$  一起增加.

在  $k_* < k < k_g$  区的谱已产生之后, 就形成  $k < k_*$  和  $k > k_g$  的谱区. 谱形成的特征时间大约是谱转移的时间, 并容易利用式(4.32)估计出来.

在实际天体物理条件下, 显然在任何情况下, 在最重要的波数区可能产生多少是有点稳定的纵等离激元湍动谱. 因此, 我们不对纵等离激元谱的不稳定方面进行更为全面的研究, 尽管这样做并不太难.

在 § 8 我们将论述纵等离激元湍动的其它性质.

## § 4.2 离子声湍动和反常等离子体电阻率

只有在  $T_e \gg T_i$  的非等温等离子体中, 离子声波才可能产生和传播. 通常, 天体物理学家习惯于处理等温等离子体, 但必须注意, 在等离子体湍动区, 所耗散的较大部分能量常常转移给电子; 若碰撞频率不高, 则电子与离子间能量交换就较慢. 其次, 我们已指出, 离子声湍动本身也使温度不相等.

激发离子声湍动可能有许多机制. 最常遇到的是由强电流或大磁场梯度激发引起的. 下面我们比较详细地探讨这种情形.

离子声湍动也由其它形式的等离子体波激发. 例如, 若在极不等温等离子体中, 由朗缪尔湍动的衰变过程引起能量沿着纵等离激元谱转移, 则也能同时产生离子声波, 即除了朗缪尔湍动外也产生离子声湍动. 通过这种方式转移给离子声波的能量密度的量级为

$$\frac{W^s}{n_e T_e} \approx \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{Q^l}{n_e T_e \omega_{pe}} \right)^{1/2}. \quad (4.33)$$

在宇宙条件下, 这个量通常不很大.

在天体物理条件下, 下列机制是激发离子声湍动的最重要的一种. 宇宙等离子体不均匀磁场能引起电流. 若这些电流密度足够大, 就发生等离子体不稳定性. 这种现象的原因在于电流与电子相对于离子的漂移有关. 如果漂移速度大于离子声波速度  $v_s$ , 那么离子声湍动的契连科夫激发是可能的. 等离子体电流的存在也导致出现电场, 若知道等离子体电导率以及它与场强振幅的关系, 就容易求出电场强度. 假设电场的强度已知, 以后研究离子声湍动就方便了.

设等离子体是在场强  $E$  的电场中, 于是电子被力  $eE$  所加速. 同时, 它们由于与其它粒子碰撞而减速. 摩擦力等于  $m_e v \nu_{\text{eff}}$ , 这里当电子速度小于热速度时,  $\nu_{\text{eff}} = \nu_e$ , 对于更大的电子速度,  $\nu_{\text{eff}} = \nu_e (v_{Te}/v)^3$ .

若力  $eE$  大于摩擦力 (对于足够快的电子确是如此), 这种电子变为“逃逸”电子, 它们由于其它机制 (例如, 在实验室等离子体中由于碰击仪器壁) 而应受到减速. 当电场增强时, 有更多的电子变成“逃逸”电子, 对于比所谓德莱塞 (Dreicer) 场  $E_D$  更强的场, 速度接近于热速度的电子也要逃逸. 我们可得  $E_D$  为

$$E_D = \frac{m_e v_{Te} \nu_e}{e} = \frac{m_e \omega_{pe}^4}{en_e v_{Te}^2} = \frac{4\pi e \omega_{pe}^2}{v_{Te}^2} = \frac{4\pi e}{d_e^2}. \quad (4.34)$$

在等离子体中, 这种电场的出现导致一些重要的结果, 然而, 对于大大小于  $E_D$  的场 [确切地说, 倘若  $T_e \gg T_i$ , 在电场为  $E_D (m_e/m_i)^{1/2}$  时], 也同样会产生这些结果.

现在我们分析等离子体电导率  $\sigma$  是如何变化的. 只要电场强度不大, 利用通常的欧姆定律

$$j = \sigma E = \frac{\omega_{pe}^2}{4\pi\nu_e} E, \quad (4.35)$$

可计算等离子体中电流强度。

在电场变得大于德莱塞场后，等离子体对电流的电阻率似乎急剧减小，电流应迅速增大。但实际上电阻率不仅不减小，而且相反它很快增加：我们称它为反常电阻率。这种效应可解释为相当于被加速电子有效碰撞频率的增加。

这种效应的解释如下：电场  $E > E_D$  使电子和离子在不同方向运动——漂移。漂移速度  $u$  (下面将给它定义) 是电场强度的函数，随着  $E$  的增大， $u$  也增加。当漂移速度大于离子声速度  $v_s$  时，就可能发生离子声波的契连科夫激发。离子和电子的相对运动在电子分布函数中产生了正导数  $\partial f_p / \partial p$  的部分。这表示离子声波已被激发。

由于增长率和衰减率仅在于导数  $\partial f_p / \partial p$  的符号不同，离子声波的增长率正比于它们的衰减率，但符号相反。更准确地有

$$\frac{\gamma^s}{\omega^s} = \left( \frac{\pi m_e}{8m_i} \right)^{1/2} \frac{u \cos \vartheta - v_s}{v_s}, \quad (4.36)$$

式中  $\vartheta$  是被激发波的波矢量与电场矢量的夹角。对于沿着场方向传播的波有极大增长率。所产生的离子声波被封闭在角  $\vartheta_M = \cos^{-1}(v_s/u)$  的马赫锥内，在这锥的外面波才衰减。这就产生了各向异性湍动，其波数直到  $k \approx 1/d_e$ ，在该波数处增长率最大。

当振荡能级超过一定范围时，非线性相互作用开始起作用，或者振荡对电子的影响可能以使增长率(4.36)减小的方式改变它们的分布。我们开始讨论第一种情况，并根据实验结果(Hamberger, Jancarik and Sharp, 1969; Sharp and Hamberger, 1970; Hamberger and Jancarik, 1971) 作最新的分析(Tsyrovich, 1971b)。



非线性相互作用的不同机制(如离子的散射或衰变过程)产生相同形式的谱  $W_k \propto 1/k$ , 但数值系数略微不同, 它们都与离子声波的角分布有关 (Kadomtsev and Petviashvili, 1963; Sagdeev, 1967). 若谱是通过衰变过程形成的, 则我们有

$$W_k^s \approx \frac{1}{4} \left( \frac{\pi m_e}{8 m_i} \right)^{1/2} \frac{n_e T_e}{k} |\ln(k d_e)|. \quad (4.37)$$

在离子散射情况下, 出现大的因子  $9T_e/T_i$ . 利用谱函数 (4.37) 对离子声湍动总能量密度的估计给出

$$\frac{W^s}{n_e T_e} \approx \frac{1}{4} \left( \frac{\pi m_e}{8 m_i} \right)^{1/2} |\ln(k_0 d_e)|^2 \approx 0.1 \sim 0.2, \quad (4.38)$$

式中  $k_0$  是特征波数, 不必准确地确定.

现在我们来讨论在强电场中等离子体的电导率. 在离子声湍动形成之后, 被加速电子通过与离子声波“碰撞”, 而不是与其它粒子碰撞而减速. 人们可规定电子与离子声波之间有效“碰撞”频率为  $\nu_{\text{eff}}$ , 它与漂移速度成正比:

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{\omega_{pe}}{100} \frac{u}{v_{Te}}. \quad (4.39)$$

数值系数决定于谱 (4.37). 萨格杰叶夫 (Sagdeev, 1967) 和齐托维奇 (Tsytovich, 1971b) 从稍为不同的前提出发, 在理论上得出类似的公式. 在萨格杰叶夫公式中有一个附加的因子  $T_e/T_i$ , 而在齐托维奇公式中则有因子  $(\Delta\omega/\omega)^{1/2}$ , 其中  $\Delta\omega$  为相关宽度. 它们已被实验所证实 (Hamberger and Jancarik, 1971).

我们按下列方式决定漂移速度  $u$ . 显然, 它可用电流密度来表示,  $u = j/n_e e$ . 其次, 若用电子与离子声波的有效“碰撞”频率来代替  $\nu_e$ , 在所研究的情况下, 我们可按式 (4.35) 来计算电流密度. 结果可得决定漂移速度的基本等式, 它给出

$$u = 10 v_{Te} \left( \frac{E}{N_D E_D} \right)^{1/2}. \quad (4.40)$$

由此我们可求得反常电导率的下列公式:

$$\sigma = \frac{10 \omega_{pe}}{4\pi} \left( N_D \frac{E_D}{E} \right)^{1/2}, \quad (4.41)$$

和欧姆定律相应改变的形式:

$$j = \omega_{pe} (N_D E_D E)^{1/2}. \quad (4.42)$$

当电子漂移速度大于  $v_s$  而小于  $v_{Te}$  时, 就发生这种方式的离子声湍动激发. 因而由式(4.40), 我们可得产生强离子声湍动的电场强度值的范围:

$$\frac{m_e}{m_i} \frac{N_D}{100} E_D = E'_D < E < E''_D = \frac{N_D}{100} E_D. \quad (4.43)$$

若  $E'_D > E_D$ , 则在电场强度  $E_D (m_e/m_i)^{1/2} < E < E'_D$  范围也产生离子声湍动 (即使湍动能级较低), 因此非线性效应显得很弱, 离子声波能密度好像被条件  $u = v_s$  所“控制”. 于是电流密度实际上与电场强度无关 (Rudakov and Korablev, 1966; Kovrizhnykh, 1967),

$$j = n_e e v_s. \quad (4.44)$$

若从  $T_e \gg T_i$  开始, 当式(4.44)与(4.35)相当, 即当

$$E = \frac{v_s}{v_{Te}} E_D = \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} E_D \quad (4.45)$$

时, 反常电阻率的“截止”发生在小于  $E_D$  的电场强度处.

此外, 若从  $T_e \approx T_i$  开始, 只有当  $E > E_D$  时, 由于所有粒子的“逃逸”, 漂移速度才变得比  $v_{Te}$  大. 然而, 正如人们所料, 朗缪尔湍动的直接激发不会发生. 理论分析和实验资料都表明, 这时产生了所谓布内曼不稳定性 (Buneman, 1959), 它的增长率是很大的:

$$\gamma_B \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \left( \frac{m_e}{2m_i} \right)^{1/3} \omega_{pe}, \quad (4.46)$$

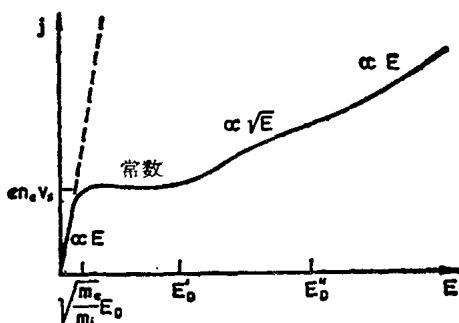


图 6 对于  $T_e \gg T_i$  情况, 电流密度与所用电场值的定性关系。虚线表示碰撞电阻率情况。

而且在与增长率(4.46)同量级的频率处激发起湍动脉动。这些脉动能量迅速变为热, 增大  $v_{Te}$ , 而系统变为

$T_e \gg T_i$  和  $u \ll v_{Te}$  的离子声湍动状态。布内曼情况的非线性阶段研究得很不够, 实验资料表明这里欧姆定律有如下形式:

$$j = \frac{1}{2} \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/3} \omega_{pe} E. \quad (4.47)$$

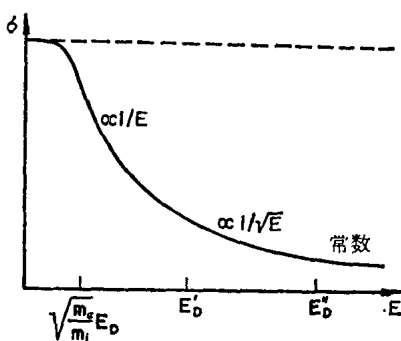


图 7 对于  $T_e \gg T_i$  情况, 等离子体电导率与电场值的定性关系。

在图 6 和图 7 中, 我们标绘出作为电场强度函数的电流密度和电导率的变化情况。

#### § 4.3 磁流体动力学等离子体湍动

以上探讨的等离子体湍动的二个例子对于天体物理的应用是很重要的。人们可以期望其它类型的湍动在将来也可能

是重要的。

这里我们将给出描述阿尔文波型和磁声波型之间能量相互转移的方程组。在这种情况下，因为在转移时频率稍为改变，而波数由于色散关系不同而明显地变化，寻求  $W_\omega^a$  和  $W_\omega^m$  就很方便。其次，假设湍动源主要是激发阿尔文波，而磁声波基本是衰减了，这种假设在  $\gamma^a \ll \gamma^m$  时常常是正确的。当能量转移是由离子的感应散射引起时，按角度平均的能谱密度的方程组有形式 (Livshits and Tsytovich, 1970):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW_\omega^a}{dt} &= Q_\omega^a + \alpha^a \omega^2 W_\omega^a \\ &\quad \times \left[ 3 \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega W_\omega^a) + 2 \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega W_\omega^m) + W_\omega^m \right], \\ \frac{dW_\omega^m}{dt} &= -\gamma^m W_\omega^m + \alpha^a \omega^2 W_\omega^m \\ &\quad \times \left[ \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega W_\omega^m) + 2 \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega W_\omega^a) - W_\omega^a \right], \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

式中非线性转移参量为

$$\alpha^a = \frac{\pi}{3} \frac{1}{n_e m_i v_A^2 (1 + T_e/T_i)^2}. \quad (4.49)$$

人们容易进行检验：一般说来， $W_\omega^a$  和  $W_\omega^m$  对所有频率都保持正时，稳定方程组 (4.48) 没有解。当然，负的能谱密度的解是没有物理意义的。这表示在系统中，能量从一种模式连续地转移到其它模式，因此，(例如) 在给定频率范围在不同时间能量密度是不同的。似乎可以说，形成了“脉动”谱，它们具有特征“频率”  $\frac{1}{\tau}$  和按时间平均的特征能谱密度  $\bar{W}_\omega^a \approx \bar{W}_\omega^m$ ，此处

$$\bar{W}_\omega^a \approx \frac{1}{\omega} \left[ \int \frac{Q_\omega^a}{\alpha^a} \frac{d\omega}{\omega} \right]^{1/2} \approx \frac{1}{\omega} \left( \frac{\bar{Q}_\omega^a}{\alpha^a} \right)^{1/2}, \quad (4.50)$$

$$\frac{1}{\tau} \approx \omega^2 \alpha^2 \bar{W}_\omega^a \approx (\alpha^a \bar{Q}_\omega^a)^{1/2}, \quad (4.51)$$

在下一章研究日冕的纵和横等离激元湍动时，我们将遇到这两种模式湍动情况。

至此我们对等离子体湍动谱的讨论已结束。在后面的章节我们将给出一些其它的例子。

#### § 4.4 等离子体湍动激发和等离子体不稳定性

我们看到，等离子体湍动的所有参数实质上可用一个湍动源功率  $Q$  来表示。这里只需一个参数是理论的很大优点，但仍存在着如何决定这个参数的问题。

在等离子体中，有不同的等离子体湍动激发机制。在某种程度上，大多数都与等离子体不稳定性有联系。众所周知，有许多这种不稳定性，最方便是按每一种具体情况对它们分别进行研究。这正是我们将要做的。然而，这里将对在天体物理问题中可能遇到的等离子体不稳定性作出一般分类。

我们所感兴趣的一般不是等离子体不稳定性，而是在确定频率范围内，能产生一些等离子体波激发的那些不稳定性。当波的感应辐射开始超过它们的吸收时，就是说，当在合适的波数区里增长率  $\gamma(k)$  首先实质上是正的，而且它比这里出现的所有衰减率都大时，这种不稳定性才可能发生。

显然， $1/\gamma(k)$  决定了湍动激发的特征时间，而对于相应于正  $\gamma(k)$  范围的波数值，产生湍动的能量功率为

$$Q_k = \gamma(k) W_k. \quad (4.52)$$

通过建立考虑能量从这一波数区转移掉的平衡方程，人们就可决定量  $W_k$ 。在后面章节我们将指出在实际情况下如何进行。

为什么增长率为正，即为什么  $[\mathbf{k} \cdot (\partial f_p / \partial \mathbf{p})] > 0$ ，以此为依据我们可区别四种最重要的等离子体不稳定性。

(a) 束不稳定性。粒子分布函数有一驼峰，它与某些粒

子沿着特定方向有一速度分量有联系。这种不稳定性的典型例子是粒子束，其速度  $v_0$  明显大于主等离子体粒子的热速度（图 8, Bohm and Gross, 1949; Akhiezer and Fainberg, 1951）。在这种情况下， $\gamma \propto \partial f_p / \partial p_z$ ，即增长率正比于沿着束方向分布函数的导数。若  $v_0 \gg v_{Te}$ ，被激发的波通常是朗缪尔波。

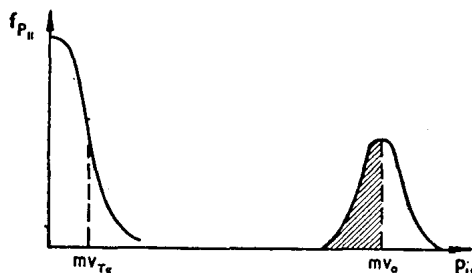


图 8 在具有束的等离子体中电子分布函数，阴影是不稳定部分。

(b) 电子-离子漂移不稳定性。当等离子体中所有电子沿着特定方向相对于离子有一漂移速度时，即若等离子体中的电流比较强，就发生这种不稳定性。正如我们在探讨离子声湍动时所指出过的，这里主要是离子声波被激发。从物理的观点看来，电子-离子漂移不稳定性类似于束不稳定性。

(c) 损失锥不稳定性。当一些粒子在一定方向上从总的粒子分布函数中“流出”（它们的速度位于损失锥范围内）时，就发生这种不稳定性（Rosenbluth and Post, 1965; Trakhtengerts, 1968）。众所周知，在会聚磁力线的磁场中，垂直于磁场方向的动量分量  $p_{\perp}$  较小的运动粒子能够沿着磁力线自由地离开，而具有大  $p_{\perp}$  的粒子则从会聚磁力线反射并返回。这里不稳定性是由于在分布函数中有小  $p_{\perp}$  的少数粒子引起的。增长率正比于  $\partial f_p / \partial p_{\perp}$ ，这种不稳定性主要发生在  $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$  的强磁场中，因为只有在这些条件下才能形成磁瓶。

在锥不稳定性中主要激发频率为  $\omega_{pe}|\cos\theta|$  的电磁波。其增长率为

$$\frac{\gamma^l}{\omega_{pe}} \approx \frac{n_*}{n_e} \left( \frac{\omega_{pe}}{kv_{T\perp}} \right)^3 \frac{1}{\Theta}, \quad (4.53)$$

式中  $n_*$  为各向异性分布的粒子密度,  $\Theta$  是“流出锥”的角度。若  $\Theta > \omega_{pe}/kv_{T\parallel}$ , 则式(4.53)成立。这里  $k$  仍然是被激发波的波数,  $T_{\parallel}$  和  $T_{\perp}$  是纵向和横向温度。

(d) 各向异性不稳定性。当速度分布函数在不同方向有不同的弥散时, 例如当纵向和横向温度不同时, 就发生这种不稳定性 (Shafranov and Sagdeev, 1961)。这里增长率正比于  $\partial f_p / \partial \theta$ , 其中  $\theta$  是粒子速度与磁场方向的交角。当温度是各向异性时, 增长率为  $\gamma \propto (T_{\perp} - T_{\parallel}) / T_{\perp}$ 。电子温度的各向异性导致哨声波的激发, 离子温度的各向异性引起阿尔文波的激发。

所有这些形式的等离子体不稳定性基本上都是脉降(微波激射)效应, 即它们是由于能级分布(对于束不稳定性为  $p_{\parallel}$ , 对于损失锥不稳定性为  $p_{\perp}$ , 对于各向异性不稳定性为  $\theta$  等等)反转造成的。

在这种类型的不稳定性中, 等离子体波的激发导致激发粒子的能量迅速流入等离子体波。这也引起能级分布任何反转的迅速“均匀化”(束“驼峰”的拉平, “流出锥”的填满), 一直到不稳定性的原因消失为止。

这种过程称为准线性弛豫, 它在整个等离子体物理中起着重要的作用。在后面章节我们将研究准线性弛豫效应。在弛豫之后, 等离子体湍动激发也消失。为了在相当时间内维持这种湍动, 等离子体不稳定性应当不断地再产生。

在宇宙条件下, 这种情况有许多可能性。例如, 若等离子体波迅速脱离与束的共振, 则束可能就被稳定住(参见 § 8)。

一个足够强的电场能使电子漂移维持一段很长时间，而一个强磁场会不断使粒子从损失锥“流出”，尽管它由于准线性弛豫而被填满。在后面的章节，我们将给出在宇宙条件下不稳定性的原因和准线性弛豫所起作用的具体讨论，而这里只进行一般的论述。

我们必须记住，在宇宙天体中经常固有的不均匀性和非恒定特性必然会导致不稳定性。诚然，为使等离子体物理中周知的如像槽形不稳定性或漂移波不稳定性成为直接的湍动源，系统的不均匀性给出的特征时间太长。例如，槽形不稳定性的特征增长率  $\gamma \approx (v_s/R) [\omega_{pi}^2 / (\omega_{pe}^2 + \omega_{Hi}^2)]^{1/2}$ ，比碰撞频率小好多个量级。但是，这种不均匀性或非恒定性能在分布函数中产生一种不大的，但却是重要的各向异性。

我们将研究在分布函数中什么程度的各向异性才会产生放大。衰减率正比于  $\omega f_p^{(0)}$ ，其中  $\omega$  为被吸收波的频率， $f_p^{(0)}$  是分布函数的各向同性（主要）部分。增长率正比于分布函数的各向异性部分  $f_p^{(1)}$  以及与各向异性原因有联系的特征频率。例如，若各向异性由磁场效应引起，则增长率正比于  $\omega_{He} f_p^{(1)}$ 。因而，若波在频率  $\omega < \omega_{He} f_p^{(1)} / f_p^{(0)}$  处被辐射，即若衰减率小于增长率，则有一个激发等离子体波的固定源。特别是，当温度在磁场中是各向异性时，等离子体湍动可能被激发并保持在下列频率上：

$$\frac{\omega}{\omega_{He}} < 1 - \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}}. \quad (4.54)$$

若考虑到阿尔文波频率远小于  $\omega_{He}$ ，以及对这些波的吸收很弱，由此得出甚至当温度的各向异性很弱时，也会产生相对于激发阿尔文波而言几乎是普遍的不稳定性（Kennel and Petschek, 1966）。当物质从天体流出时，这种各向异性是必然的（例如，在太阳风中经常保持着这种各向异性）。



也有激发等离子体湍动的机制，其中准线性弛豫实际上不影响湍动的产生。

当存在着足够强的电磁辐射时，一个这种类型的机制是衰变过程，这种机制对等离子体天体物理是很重要的 (Krivorutskii and Tsytovich, 1970)。

事实上，穿过等离子体的频率为  $\omega \gg \omega_{pe}$  高频电磁波可能衰变成一个等离子体波和频率为  $\omega - \omega_{pe}$  的另一电磁波。在等离子体波能密度不大的情况下，这种过程的增长率决定于式(3.37)。除了式(3.37)所描述的效应外，通过这种机制也可能自发产生纵等离子激元。特别是，在高频电磁辐射是各向同性的情况下，也能产生纵等离子激元。

由守恒定律得出，能够激发给定波数  $k$  的等离子体波的电磁波极小频率由

$$\omega_{\min} = \frac{1}{2}kc = \frac{\omega_{pe}c}{2v_p} \quad (4.55)$$

给出。显然，等离子体波的辐射功率由电磁波衰变概率对从  $\omega_{\min}$  到最高频率整个谱的积分所决定。我们省去计算的细节，只给出朗缪尔波辐射功率的最终结果：

$$Q_k^i = \frac{\pi}{8} \frac{c^2 \omega_{pe}^4 k^3}{n_e m_e} \int_{\omega_{\min}}^{\infty} \frac{(W_{\omega}^t)^2 d\omega}{\omega^6} \times \left[ 1 + \frac{2\omega_{\min}^4}{\omega^4} - \frac{2\omega_{\min}^2}{\omega^2} \right]. \quad (4.56)$$

这一方程表明，纵等离子激元的激发主要出现在最大容许波数处，因此我们也可认为  $Q_k^i$  只在窄的波数区才相当大，正如在本节中研究纵等离子激元湍动时所认为的一样。

在天体物理上我们可采用下列简化：令  $\omega_*$  为电磁波能谱密度  $W_{\omega}^t$  达到极大的频率。可以认为朗缪尔湍动是在波数约  $k_0 \approx \omega_*/c$  (若  $\omega_*/c < 1/d_e$ ) 处被激发。湍动能量的总功率为

$$Q'(t \rightarrow l+t') \approx \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_*^3} \frac{(W^t)^2}{n_e m_e c^2}, \quad (4.57)$$

式中  $W^t$  是电磁波总能量密度。其它类型的等离子体波也可由类似的方式激发, 但对于它们, 量  $Q$  十分小。例如, 对于离子声波  $Q^s \approx (m_e/m_i) Q'$ , 而对于哨声波  $Q^w \approx (\omega_{pe}/\omega_{He})^4 Q'$ 。为了得出这种湍动波被各向同性高频辐射所激发时的性质, 必须把量 (4.57) 代入纵等离激元湍动的所有公式。由式 (4.57) 看出, 由被激发波对电磁辐射 (它使功率  $Q'$  减小) 的作用而引起  $Q'$  减小的准线性效应, 只是使特征频率  $\omega_*$  增高。这种过程确实存在, 我们将在下节讨论。然而, 与由等离子体振荡激发引起的许多其它非线性过程相比, 它是很慢的。

这里还有一个纵等离激元的附加吸收机制, 即它们与高频电磁波合成的逆转换。这种过程的衰减率为

$$\gamma'(l+t \rightarrow t') \approx -\frac{\omega_{pe}^4}{\omega_*^3} \frac{W^t}{n_e m_e c^2}. \quad (4.58)$$

这里所探讨的由各向同性辐射激发纵等离激元的机制是一个自发过程。尽管如此, 它能产生极高能级的湍动。若电磁辐射为各向异性, 其作用好像一个束, 它引起的不稳定性类似于激发朗缪尔波的束不稳定性。换句话说, 当存在各向异性辐射时, 代替衰减率 (4.58) 的是增长率 (Liperovskii, Kovrizhnykh and Tsytovich, 1967):

$$\gamma'(t' \rightarrow t+l) \approx \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_*^3} \frac{W^t}{n_e m_e c^2} \frac{1}{(\Delta\theta)^2}, \quad (4.59)$$

式中  $(\Delta\theta)^2$  是电磁辐射波矢量的角弥散 (也可参见文献 Litvak and Trakhtengerts, 1971)。这里被激发的主要是波数接近于  $\omega_{pe}/c$  的纵等离激元。在 § 8 我们将研究由束 (粒子或电磁波) 激发引起纵等离激元湍动的计算方法。

当然, 这种扼要综述并不包括在宇宙条件下产生等离子体湍动的所有可能机制。在后面的章节, 我们将遇到其它的

机制。很可能在等离子体天体物理进一步发展时，将会发现激发等离子体湍动的许多新的机制。

## § 5 等离子体湍动场中带电粒子 和电磁辐射的扩散

从等离子体天体物理的观点来看，了解相对论粒子和高频电磁辐射与等离子体湍动的相互作用具有很大的重要性。本书的大部分内容是研究这些问题。这里只探讨描述这种相互作用的方程的性质。尽管对于粒子和对于辐射相互作用各不相同，但方程的推导和它们的形式却有许多共同之处。

### § 5.1 等离子体中快粒子的加速

若在等离子体中用某些方法激发起强烈的等离子体湍动，则主要是吸收等离子体波的各向同性分布的快粒子可得到十分大的加速 (Tsytovich, 1963, 1966a)。换句话说，等离子体湍动能够从湍动源把能量转移给快粒子，并进一步增加它们的能量。

实质上，任何吸收机制都导致粒子能量的增加。然而，这种能量增加在谈到湍动加热时是分配给所有粒子，而在研究“纯形式”的加速时，则只给与少量快粒子。

人们容易理解到，(例如)通过朗道阻尼，由电子引起的离子声波吸收产生了湍动加热，因为这里实际上几乎所有电子都参加吸收。电子气体温度的变化由如下的明显关系来描述：

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{Q^s}{n_e}. \quad (5.1)$$

同时，朗缪尔波的朗道阻尼型吸收也能使粒子加热。确实，相

速度为  $v_p$  的纵等离子激元只能被速度大于  $v_p$  的这种粒子的非韧致辐射机制所吸收, 因此只有少量已是高能的粒子被加速. 当它们的速度增加时, 这种粒子能吸收更多的等离子激元, 因而当它们的能量增加时, 加速率就进一步增加.

若纵等离子激元的相速度不大(约为  $v_{Te}$ ), 它们可能被大量的电子所吸收, 湍动加热就比各别粒子的加速更加重要. 然而在上一节我们看到, 非线性转移使纵等离子激元“离开”小相速度区到大相速度区, 因而使湍动加热的条件变坏, 而有利于快粒子加速的条件.

诚然, 沿着从小到大  $v_p$  的“途径”损失了部分能量, 因为在每一非线性散射过程中, 波的频率减小, 而多余的能量转移给散射粒子. 人们通常称这种过程为随机等离子体加热. 对于频率处于窄区内的朗缪尔等离子激元, 这种效应不大, 但对于频率与波数有明显关系的其它等离子体波, 可以证明随机加热已比通过等离子体波直接吸收的加热更加重要.

纵等离子激元沿着谱逐渐转移到相速度大于光速的区域. 在契连科夫过程中, 这种等离子激元不再被任何粒子所吸收, 加速再次停止. 但仍保持着随机加热和一般碰撞阻尼加热.

尽管湍动加热, 尤其是朗道阻尼引起的无碰撞加热, 在许多等离子体天体物理问题中也是重要的, 但快粒子的随机加速过程却是最重要的. 朗缪尔波对此最有效. 在一定情况下, 离子声波, 哨声波和其它低频波能起重要的作用, 例如, 作为纵等离子激元加速机制中的粒子注入源. 离子声波对加速多电荷重离子可能是有效的. 哨声波由于它们特殊的偏振性质, 主要是增加相对于磁场的粒子能量的横向分量, 促进它们被束缚在磁阱里.

在后面章节里, 我们将分析由不同模式加速粒子的这些具体条件. 尤其在第三章, 将特别注意粒子通过吸收电磁波

而引起的加速。实质上，这种加速效应只是在能量吸收机制上才与刚才研究过的等离子体湍动加速情况不同。在本节我们只叙述能够计算出粒子加速的方法。

让我们写出在给定相空间体积元里粒子数随时间变化的方程。只考虑等离子体波的感应辐射和吸收过程，因为在湍动等离子体中它们远比自发过程有效。

人们容易理解在给定相空间体积元里粒子数的变化，即量  $f_p$  的变化取决于被这些粒子所吸收和辐射的波粒数之间的平衡：

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_p}{\partial t} &= \int N_k [u_{k,p}(f_{k+p} - f_p) - u_{k,p-k}(f_p - f_{p-k})] \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \\ &= \int N_k \left\{ \mathbf{k} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \left[ u_k \left( \mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} \right) \right] \right\} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \\ &= \sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial p_i} \left( D_{ij} \frac{\partial f_p}{\partial p_j} \right).\end{aligned}\quad (5.2)$$

这里考虑到粒子能级向上和向下的所有“跃迁”。其次，也考虑到粒子动量（等于波动量）的变化比粒子动量本身小。

人们不难找出描述在动量空间粒子扩散的式 (5.2) 与描述在坐标空间粒子扩散的一般扩散方程之间的相似性。在这两种情况下，扩散是与扩散粒子同介质中粒子（在坐标空间扩散情况），或者同等离子体波（在随机加速情况）之间碰撞的统计的起伏性有关。在式 (5.2) 最后一项，我们引进了粒子加速扩散张量：

$$D_{ij} = \int k_i k_j u_k N_k \frac{d^3 k}{(2\pi)^3}.\quad (5.3)$$

由于辐射概率  $u_k$  取决于辐射粒子的动量，扩散系数相应地也取决于被加速粒子的动量。

我们将不研究扩散系数  $D_{ij}$  的普遍形式。这有许多困难，尤其是若考虑到湍动的各向异性和磁场的影响更是如此。

我们只给出对等离子体天体物理最为重要的关系式。

假设粒子分布函数和等离子体湍动是各向同性的，于是只保留式(5.2)右端一项，这对于把  $f_p$  变为  $f_p = (p^2/2\pi^2)f_p$  是很方便的，结果式(5.2)变为

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} \left[ p^2 D_{\parallel} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{f_p}{p^3} \right) \right], \quad (5.4)$$

式中“纵”扩散系数为

$$D_{\parallel} = \int \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})^2}{p^2} u_k N_k \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3}, \quad (5.5)$$

它描述在吸收或辐射等离子体波时，粒子动量(速度、能量)的变化。类似地可得使粒子分布各向同性过程的  $D_{\perp}$ ，它与式(5.5)的差别在于现在用矢量积  $([\mathbf{k} \wedge \mathbf{p}] \cdot [\mathbf{k} \wedge \mathbf{p}])$  代替标量积  $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{p})^2$ 。例如，这里代入朗缪尔波的契连科夫发射系数(2.24)，并利用只有  $\omega/k < v$  的等离激元才能产生加速的事实，积分可得

$$\begin{aligned} D_{\parallel}^i &= \frac{2\pi^2 e^2 \omega_{pe}^2}{v^3} \int_{\omega_{pe}/v}^{1/d_e} W_k^i \frac{dk}{k^3} = \frac{\pi}{2} \frac{m_e \omega_{pe}}{n_e} \\ &\times \int_{\omega_{pe}/v}^{1/d_e} \left( \frac{\omega_{pe}}{kv} \right)^3 W_k^i dk. \end{aligned} \quad (5.6)$$

这里扩散系数与速度的关系可能很强也可能很弱，这同纵等离激元谱的性质有联系。若谱  $W_k^i = (2Q^i/\alpha^i)^{1/2}$  延伸到接近于光速的相速度，则由式(5.6)的估计给出：

$$\begin{aligned} D_{\parallel}^i &= \frac{\pi}{4} \frac{m_e \omega_{pe}^2}{n_e v} W_k^i = 3 \left( \frac{3\pi m_i}{2m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{Q^i}{n_e T_e \omega_{pe}} \right)^{1/2} \\ &\times \frac{v_{Te}}{v} m_e T_e \omega_{pe}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

即  $D_{\parallel}^i \propto 1/v$ 。若考虑相对论粒子的加速，我们可取  $v=c$ ，于是  $D_{\parallel}^i = \text{常数}$ 。

若我们知道扩散系数如何依赖于粒子的速度或能量，则

正如在扩散理论所周知的, 不必解方程本身就能得出参数随时间的特征变化. 把这个方法用于相对论粒子, 其中能量和动量由关系  $\varepsilon = pc$  相联系, 以及我们刚求得  $D_1^1 = \text{常数}$ . 众所周知, 弥散(在这种情况下是粒子能量的平方)按

$$\overline{p^2} = \frac{\overline{\varepsilon^2}}{c^2} = 2D_1^1 t \quad (5.8)$$

增加. 由此我们可得速率 (具有给定能量的粒子以此速率被加速) 平均值的下列关系:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= \frac{c^2 D_1^1}{\varepsilon} = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_{pe}^2}{n_e} \frac{m_e c}{\varepsilon} W_k^1 \\ &= 3 \left( \frac{3\pi m_i}{2m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{Q^1}{n_e T_e \omega_{pe}} \right)^{1/2} \frac{v_{Te}}{c} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} T_e \omega_{pe}, \quad (5.9) \end{aligned}$$

以及粒子能量的特征增长率:

$$\gamma^e = \frac{c^2 D_1^1}{\varepsilon^2} \approx \omega_{pe} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \frac{W^1}{n_e m_e c^2} \ln \frac{c}{v_{Te}}. \quad (5.10)$$

这里  $W^1$  是相速度比光速低的纵等离子激元的总能量密度.

类似地, 当我们把  $p^2 = 2m\varepsilon$  代入时, 可得非相对论粒子的加速率:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{D_1^1}{m_e} = 3 \left( \frac{3\pi m_i}{2m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{Q^1}{n_e T_e \omega_{pe}} \right)^{1/2} \frac{v_{Te}}{v} T_e \omega_{pe}, \quad (5.11)$$

和加速增长率:

$$\gamma^v \approx \frac{\omega_{pe}^2 W_k^1}{n_e m_e v^3} \approx 3 \left( \frac{3\pi m_i}{2m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{Q^1}{n_e T_e \omega_{pe}} \right)^{1/2} \left( \frac{v_{Te}}{v} \right)^3 \omega_{pe}. \quad (5.12)$$

由具有平滑谱的纵等离子激元引起的粒子加速率, 对于非相对论速度, 它随能量的增加按  $\varepsilon^{-\frac{1}{2}}$  减小; 而对于相对论粒子则按  $\varepsilon^{-1}$  减小. 在极少数 (但却是可能的) 情况, 当大部分纵等离子激元的相速度明显小于光速时, 对于高速的粒子, 加速率正比于  $\varepsilon^{-3/2}$ .

若在朗缪尔湍动中,  $k_s$  (从非线性散射过渡到四个等离子激元相互作用的尺度) 相应于比光速小的相速范围, 我们也可得出随能量增加而增大的加速率. 在这种情况下,  $W_k$  按  $k^{-\nu}$  变化 ( $2.84 < \nu < 4$ ), 因此增加粒子的速度和能量, 就使它能吸收越来越多的等离子体波. 因而加速率按

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \propto \varepsilon^{(\nu-1)/2}$$

增加, 即在最有利的情况下按  $\varepsilon^{3/2}$  增加 (Pikel'ner and Tsytovich, 1966b). 显然, 在实际的天体物理条件下, 平滑谱一直延伸到与光速相当的相速度区. 图 9 给出作为粒子能量函数的加速率的定性变化.

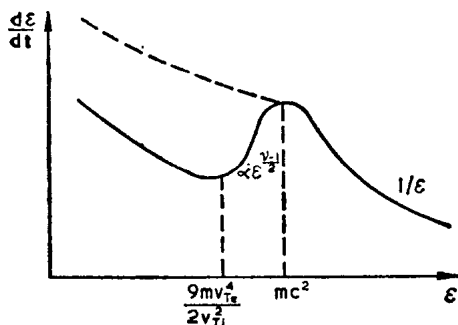


图 9 对于不太高的能量, 作为粒子能量函数的加速率的变化. 实线相应于  $T_e/T_i < 2m_e c^2 / 9m_i v_{Te}^2$  情况, 虚线相应于相反不等式的情况.

通常, 由低频等离子体波引起的粒子加速不能产生很高的 (特别是相对论的) 能量. 另一方面, 这些机制作为注入机制是很有效的, 它们产生粒子能量能够达到朗缪尔波开始引起加速的阈值, 即使其速度达到比纵等离子激元的极小相速度还要大. 确实, 等离子体中低频波的相速度不大, 因而这些波能够加速低能粒子. 其次, 它们也比较容易加速重离子.

当加速是由低频等离子体波引起时, 磁场也能产生很大



的影响。诚然,加速与契连科夫吸收有联系,而这只在波长远小于拉莫尔半径时才有可能。卡普兰,齐托维奇和奇哈切夫(Kaplan, Tsytovich and Chikachev, 1971)曾研究过考虑磁场影响时,由等离子体波引起加速的扩散系数的完整计算问题。这里我们只给出由低频波引起加速的一些扩散系数,而通过限制在加速过程中被吸收的等离子体波的波数区来简单地考虑磁场的影响。

由哨声波引起的粒子加速由扩散系数

$$D_1^w = \frac{\pi}{6} \frac{m_e \omega_{He}^2 c^2}{n_e \omega_{pe}^2 v} \int_{\omega_H/v}^{\omega_{pe}/c} W_k^w k dk \leq \frac{\pi}{6} \frac{m_e \omega_{He}^2}{n_e \omega_{pe}} \frac{c}{v} W^w \quad (5.13)$$

决定。式中  $\omega_H$  为磁场中粒子的回旋频率,对于非相对论粒子,它等于  $eH/mc$ ,而对于相对论粒子,它等于  $eHc/\varepsilon$ 。在不等式(5.13)中,我们假设随着  $k$  的减小,  $W_k^w$  的增加不会快于  $k^{-2}$ 。只有当电子的速度大于  $v_A(m_i/m_e)^{1/2}$  [即只是在式(5.13)的积分下限小于上限]时,它们才被哨声波加速。

离子声波对速度已大于  $v_s$  的粒子加速。加速扩散系数为

$$D_1^s = \frac{\pi}{2} \frac{m_e}{m_i} \frac{m_e \omega_{pe}}{n_e} \left( \frac{v_{Te}}{v} \right)^3 W^s. \quad (5.14)$$

显然,所有离子声波都参与加速。小的因子  $m_e/m_i$  使这种扩散系数减小,但若考虑到离子声湍动密度可能很大,甚至可与气体的热能相比拟,则由离子声波引起加速就变为重要了。这种机制能从低能开始加速冷等离子体的粒子。

最后,我们给出在  $v \gg v_A$  时,由阿尔文波引起加速的扩散系数的公式(Tsytovich, 1969a; Tverskoï, 1967, 1968):

$$D_1^a = \frac{\pi^2}{3} \frac{c^2 v_A^3}{(1 + v_A^2/c^2) c^2 v} \int_{\omega_H v_A/v}^{\omega_H} W_\omega^a \frac{d\omega}{\omega} \\ \leq \frac{\pi}{12} \frac{m_i \omega_{Hi}^2}{n_e \omega_H} W^a. \quad (5.15)$$

在式(5.15)右边, 我们把积分号下的频率取为积分下限值而移出来。粒子的质量越大,  $\omega_H$  就越小, 由阿尔文波引起加速的效应也就越大 (Melrose, 1968)。

利用由低频波引起加速的扩散系数公式, 不难决定能量积累的速率和加速率, 这与前面对由朗缪尔波引起加速情况所做的类似。

粒子加速问题是等离子体天体物理的中心问题之一, 在下面章节我们将有几次谈到它。这里只限于进行下列的评述。

首先我们指出, 在契连科夫机制中, 通过等离子体波吸收引起加速决不是粒子积累能量的唯一机制。通过回旋加速机制的吸收增加了垂直于磁场的速度分量, 因而使粒子约束在磁阱里要容易得多。我们提到过这种效应与哨声的联系, 但等离子体中其它波也发生回旋加速吸收。例如, 高频电磁波也通过回旋加速机制被吸收并给出类似的结果。高频波的同步加速吸收也导致相当大的加速。最后, 象康普顿效应这样的散射机制也能加速粒子。

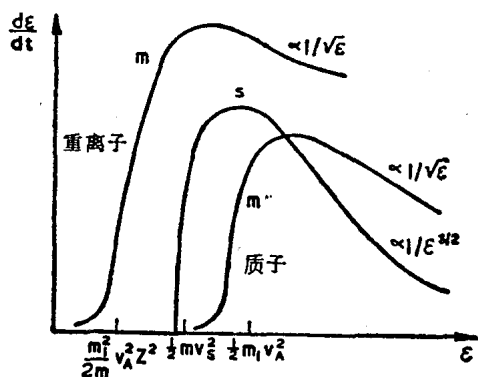


图10 由离子声波(用  $s$  表示)和磁声波(用  $m$  表示)引起非相对论离子的加速。

每种加速机制在其“特有”的速度和能量范围内才是最有效的。图 10—12 给出描述不同条件下不同加速机制作用的定性曲线。

现在我们来探讨各向同性条件问题。方程 (5.4) 和 (5.5) 以及所有接着的讨论都与被加速粒子的各向同性假设有关。这有多大的重要性呢？

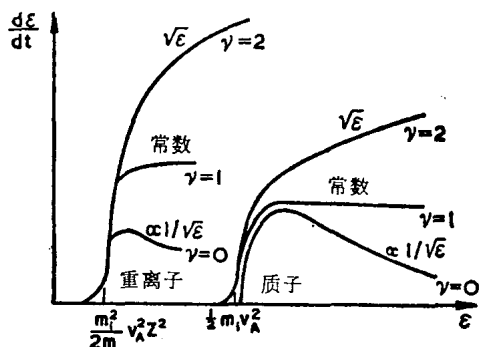


图 11 由谱  $W_{\omega}^{\alpha} = \text{常数}/\omega^{\nu}$  的阿尔文波引起非相对论离子的加速(对不同的  $\nu$  值)。

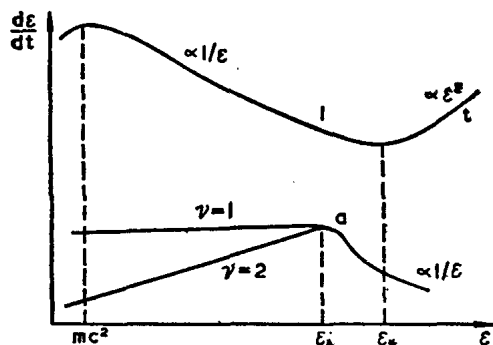


图 12 由朗缪尔波(标志  $l$ )，阿尔文波(标志  $a$ )和横波(标志  $t$ )引起相对论粒子的加速。这里  $\epsilon_A$  是拉莫尔半径等于阿尔文波的最大波长的能量， $\epsilon_*$  是通过电磁辐射吸收引起的加速开始占优势时的能量(参见第三章)。

首先我们必须指出, 描述在粒子动量方向变化的扩散张量分量, 通常是远大于表征动量绝对值变化的分量  $D_{\parallel}$ . 因而, 与每次加速共生的是粒子速度方向的更加迅速的各向同性化. 若各向同性化的速度不大, 则实际上也不存在任何加速.

同时, 粒子速度方向的各向异性分布通常是不稳定的, 它们激发出强的等离子体湍动, 而后者反过来又影响各向异性分布(准线性弛豫), 并使其迅速各向同性化. 在宇宙条件下, 各向异性只存在很短时间, 而加速过程则持续一段很长时间. 因此, 用于研究加速过程的各向同性假设更恰当地适合于发生加速的等离子体区的实际宇宙条件.

当然, 当我们研究某些等离子体湍动模型时, 也必须包括考虑所有因素的加速问题. 然而着重指出, 加速率的计算不需要引进新的参量, 它们只取决于与等离子体湍动谱相同的湍动源的功率  $Q$ . 有趣的是快粒子的能量归根到底比湍动能量大, 因为它逐渐储存起来, 慢慢地耗散并不变回到等离子体湍动. 这能解释天体物理对象中快粒子具有大的能量密度的现象.

观测资料表明, 宇宙条件下相对论粒子的能量分布函数通常服从于幂律, 即  $f_p \propto \varepsilon^{-\gamma}$ . 倘若粒子的加速和能量损失在某种意义上 (即决定着它们加速和能量吸收两者的机制相同的意义上) 是一致的话, 则由等离子体湍动引起的加速能形成这种分布. 若加速与减速机制“不一致”, 则分布函数就是麦克斯韦分布, 或是变化了的形式, 如  $f_p \propto \exp(-\text{常数} \cdot \varepsilon^\alpha)$ . 例如在粒子被朗缪尔波加速, 并通过碰撞损失它们能量的情况下, 就形成麦克斯韦分布, 其有效温度为

$$T_{\text{eff}} \approx m_e c^2 N_D \left( \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{Q^i}{n_e T_e \omega_{pe}} \right)^{1/2}. \quad (5.16)$$

然而,对于快粒子,碰撞是很少的,它们通过辐射损失其大部分能量。

在后面的章节,我们将对应用于具体天体物理对象的、由等离子体湍动引起的粒子加速问题进行更加详细的分析。

## § 5.2 湍动等离子体中电磁波的散射

这里我们将讨论的第二种效应在物理上与粒子加速过程不同,但也可用扩散型的方程来描述。

我们研究高频( $\omega \gg \omega_{pe}$ )电磁辐射在湍动等离子体中的转移。为简化起见,开始只限于电磁波的波数远大于等离子体湍动波数( $\omega \gg c\omega_{pe}/v_p$ )的情况。然后,我们将说明若去掉这种限制会发生什么情况。

显然,若等离子体湍动的强度很大,即若单位体积有许多等离子体波,则有相应的等离子体波参与电磁波的合成和衰变的概率将很大。在§ 3我们讨论过这种过程的物理性质。现在把这些讨论用于这里所研究的问题。

考察一个电磁量子  $\mathbf{k}$ , 它同某一等离子体波  $\mathbf{k}_1$  一起参与合成或衰变, 形成另一个电磁量子  $\mathbf{k}'$ , 其频率和波矢量由守恒定律(3.29)得出:

$$\omega = \omega' \pm \omega_1, \quad \mathbf{k} = \mathbf{k}' \pm \mathbf{k}_1. \quad (5.17)$$

由于等离子体波相速度常常远小于光速, 电磁波波矢量的相对变化明显地大于(大  $c/v_p$  倍)它们频率的变化。因而, 主要效应是波矢量方向的改变, 而它们的数量改变很小。换句话说, 高频电磁波在湍动等离子体中受到散射, 这种散射影响着传播方向, 而它们频率的变化则比较小。

若  $\mathbf{k}_1$  与  $\mathbf{k}$  的数值相当, 则甚至在单次散射过程中, 电磁波的波矢量将转动大约单位角度, 这就是积分散射。如同前面一样, 频率的改变不大,  $\Delta\omega \approx \omega_1 \ll \omega$ 。但若  $\mathbf{k}_1 \ll \mathbf{k}$ , 就角度

变化而论, 散射也是微分散射.

在合成过程中, 波的辐射概率决定于式(3.28). 现在我们通过下述方式引进波  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{k}'$  和  $\mathbf{k}_1$  单位相体积的合成概率

$u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{k}_1}$ :

$$u_{\mathbf{k}} = \int u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{k}_1} N_{\mathbf{k}'}^i N_{\mathbf{k}_1} \frac{d^3 \mathbf{k}' d^3 \mathbf{k}_1}{(2\pi)^6}. \quad (5.18)$$

与我们对式(5.2)所做的类似, 人们不难利用这种概率, 写出包含电磁波和等离子体波的所有合成和衰变的平衡方程. 利用守恒定律(5.17)我们有 (Kaplan and Tsytovich, 1969d, 1970a, c; Sakhokiya and Tsytovich, 1968; Colgate, Lee and Rosenbluth, 1970):

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\mathbf{k}}^i}{dt} &= \int N_{\mathbf{k}_1} [(N_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}^i - N_{\mathbf{k}}^i) u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_1} \\ &\quad + (N_{\mathbf{k}+\mathbf{k}_1}^i - N_{\mathbf{k}}^i) u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}+\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_1}] \frac{d^3 \mathbf{k}_1}{(2\pi)^3} \\ &= \int N_{\mathbf{k}_1} \left[ \mathbf{k}_1 \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}} \left\{ u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}, \mathbf{k}_1} \left( \mathbf{k}_1 \cdot \frac{\partial N_{\mathbf{k}}^i}{\partial \mathbf{k}} \right) \right\} \right] \frac{d^3 \mathbf{k}_1}{(2\pi)^3} \\ &= \sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial k_i} \left( \tilde{D}_{ij} \frac{\partial N_{\mathbf{k}}^i}{\partial k_j} \right), \end{aligned} \quad (5.19)$$

式中  $\tilde{D}_{ij}$  是合成和衰变时的散射扩散张量:

$$\tilde{D}_{ij} = \int k_{1i} k_{1j} u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}, \mathbf{k}_1} N_{\mathbf{k}_1} \frac{d^3 \mathbf{k}_1}{(2\pi)^3}. \quad (5.20)$$

在各向同性等离子体湍动情况下, 张量  $\tilde{D}_{ij}$  的所有分量可用二个参量表示. 其中一个参量描述电磁波频率的变化:

$$\tilde{D}_1(k) = \int \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_1)^2}{k^3} u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}, \mathbf{k}_1} N_{\mathbf{k}_1} \frac{d^3 \mathbf{k}_1}{(2\pi)^3}. \quad (5.21)$$

我们称这个量为张量的纵向分量. 另一个参量 (张量的横向分量) 决定着波矢量方向的变化:

$$\tilde{D}_\perp(k) = \int \frac{([\mathbf{k} \wedge \mathbf{k}_1] \cdot [\mathbf{k} \wedge \mathbf{k}_1])}{2k^2} u_{\mathbf{k}, \mathbf{k}, \mathbf{k}_1} N_{\mathbf{k}_1} \frac{d^3 \mathbf{k}_1}{(2\pi)^3}. \quad (5.22)$$

若知道合成和衰变概率 (参见附录), 则不难计算这些量,

我们将给出不同模式的各向同性等离子体湍动引起散射的张量横向分量的最后公式。

由纵等离激元引起的散射为

$$\tilde{D}_{\perp}^l(k) = \frac{\pi}{16} \frac{\omega_{pe}^2}{ck^2} \int_0^k \frac{W_{k_1}^l k_1^3 dk_1}{n_e m_e c^2}, \quad (5.23)$$

由离子声湍动引起的散射为

$$\tilde{D}_{\perp}^s(k) = \frac{\pi}{16} \frac{\omega_{pe}^4}{c^3 k^2} \int_0^k \frac{W_{k_1}^s k_1 dk_1}{n_e T_e'}, \quad (5.24)$$

由磁声湍动引起的散射为

$$\tilde{D}_{\perp}^m(k) = \frac{\pi}{16} \frac{\omega_p^4}{c^3 k^2} \int_0^k \frac{W_{k_1}^m k_1 dk_1}{n_e m_i v_A^2}. \quad (5.25)$$

由阿尔文波引起的扩散散射系数十分小，它与式(5.25)被积函数相差一个附加的小因子  $(k_1 c / \omega_{pi})^2$ 。这种散射也可通过碰撞声波产生 (Makhan'kov, Sakhokiya and Tsyтовich, 1969)。

以后我们将常用有效弹性散射系数

$$\sigma_{\perp} = \frac{2\tilde{D}_{\perp}}{k^2} \quad (5.26)$$

代替  $\tilde{D}_{\perp}$ 。

让我们稍为更详细地分析朗缪尔波和离子声湍动引起散射的情况。若电磁波的波数  $k$  小于被激发的纵等离激元波数  $k_g$ ，则在等离子体湍动谱是平滑谱的情况下，弹性散射系数将是常数，即与电磁波的频率无关：

$$\sigma_{\perp}^l = \frac{2\tilde{D}_{\perp}^l}{k^2} = \frac{\pi}{32} \frac{\omega_{pe}^2 W_k^l}{n_e m_e c^3} = \frac{\pi}{32} \frac{\omega_{pe}^2}{n_e m_e c^3} \left( \frac{2Q^l}{\alpha^l} \right)^{1/2}. \quad (5.27)$$

对于高频 ( $\omega > ck_g$ )，弹性散射系数随频率的增加按  $\sigma_{\perp} \propto \omega^{-4}$  减小。

由离子声湍动波引起的弹性散射系数常常随频率的增加

而减小。当  $\omega \leq c/d_e \approx c\omega_{pe}/v_{Te}$  时, 我们有 [利用式 (4.37)]:

$$\sigma_{\perp}^s = \frac{\pi}{64} \left( \frac{\pi m_e}{8 m_i} \right)^{1/2} \frac{\omega_{pe}^4}{\omega^3} |\ln(kd_e)| \approx 3 \times 10^{-3} \frac{\omega_{pe}^4}{\omega^3}, \quad (5.28)$$

对于更高频  $\omega > \omega_{pe}c/v_{Te}$ , 再次有  $\sigma_{\perp}^s \propto \omega^{-4}$ .

类似地可计算纵扩散系数, 这里我们用有效非弹性散射系数

$$\sigma_{\parallel} = \frac{\tilde{D}_{\parallel}}{k^2} \quad (5.29)$$

代替  $\tilde{D}_{\parallel}$ .

对于由各向同性朗缪尔湍动波引起的散射, 在频率小于  $\omega \approx ck_g$  时有

$$\sigma_{\parallel}^t = \frac{\pi}{16} \frac{\omega_{pe}^4}{c^3 k^4} \int_0^k \frac{W_{k, k_{\perp}}^t dk_{\perp}}{n_e m_e c^2} = 2 \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \sigma_{\perp}^t \quad (5.30)$$

在电磁波的波数大于纵等离子体湍动的极大波数情况下, 可得关系  $\sigma_{\parallel}^t/\sigma_{\perp}^t = (v_p/c)^2$ , 式中  $v_p$  是极小纵等离子体相速度. 因而这里非弹性散射系数常常随频率的增加而减小, 以及通常是远小于弹性散射系数.

在与离子声波相互作用情况下, 弹性与非弹性散射系数的比值为常数:

$$\frac{\sigma_{\parallel}^s}{\sigma_{\perp}^s} = \left( \frac{v_s}{c} \right)^2 \ll 1. \quad (5.31)$$

扩散方程 (5.19) 基本上是一个电磁辐射转移方程. 我们可把它化为通常的天体物理的形式. 为了不使公式变得复杂化, 我们假设弹性和非弹性散射系数与角度无关 (这对于各向同性湍动中波的散射通常是正确的). 其次, 假设就角度变化而论属于微分散射. 在这种情况下有

$$\begin{aligned} \frac{dI_{\omega}}{dt} &= \frac{\partial I_{\omega}}{\partial t} + (\mathbf{v}_g \cdot \nabla) I_{\omega} \\ &= \sigma_{\perp} (\nabla^2)_{\perp} I_{\omega} + \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \omega^4 \sigma_{\parallel} \frac{\partial I_{\omega}}{\partial \omega} \right), \quad (5.32) \end{aligned}$$



式中 $(\nabla^2)_\perp$ 是角度的拉普拉斯算符:

$$(\nabla^2)_\perp = \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \quad (5.33)$$

对于波数( $k=\omega/c$ )具有等离子体湍动波数量级的电磁波,就角度变化而论属于积分散射. 这里用转移理论的一般积分公式代替角度的拉普拉斯算符[卡普兰和齐托维奇(Kaplan and Tsytovich, 1970a, c)曾详细研究过这种情况].

这里不研究式(5.32)的解,但立刻可得出一些普遍的结论.

第一,若有窄束辐射通过湍动等离子体,当路程 $R$ 增大时,其角弥散度 $\overline{(\Delta\vartheta)^2}$ 将变宽:

$$\overline{(\Delta\vartheta)^2} = 2\sigma_\perp t = 2\sigma_\perp \frac{R}{c}. \quad (5.34)$$

这种关系可用来研究宇宙条件下的等离子体湍动(Tsytovich, 1965; Gordon, 1968). 例如,若观测到角度 $\vartheta_0$ 不大的射电源,并已知辐射通过介质的路程 $R$ ,而在其中可能发生纵等离子激元湍动,则它的谱能密度应当满足不等式

$$W_k^i \leq \frac{m_e^2 c^4}{e^2 R} \vartheta_0^2. \quad (5.35)$$

类似地可得其它模式的湍动能量密度的极限.

第二,若观测到很窄射电谱线辐射,人们可利用非弹性散射的自变量来估计等离子体波能密度(Colgate, 1967; Kaplan and Tsytovich, 1970c).

然而,这里重要的是弹性散射系数远大于非弹性散射系数,因此角弥散度的增加是相当大的. 只有在源的角径不太小,而谱线又十分窄的情况下,才可能比较有效地利用非弹性散射资料. 在从一个小角径源观测到窄谱线的最有利情况

下,若湍动的影响很显著,则可用下列显然的关系式来分析湍动的性质:

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)^2 = \frac{\sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp}} (\Delta\theta)^2. \quad (5.36)$$

### § 5.3 高频电磁辐射通过湍动等离子体传播时的放大

在转移方程(5.32)中,我们只考虑了衰变相互作用. 在一般情况下,必须加进考虑自发和感应辐射以及散射机制的项. 在等离子体湍动介质中有许多这种过程,很难写出转移方程的普遍形式. 在后面的章节,我们将研究对等离子体天体物理很重要的各种情况. 然而,这里我们将在等离子体湍动理论的一般范围内,说明这种方程的一些性质.

首先,重要的是电磁辐射在通过湍动介质时可能被放大,即必须把形式为  $\gamma^{\dagger} I_{\omega}$  (增长率  $\gamma^{\dagger}$  为正值) 的项加进式(5.32). 在湍动等离子体中有许多放大辐射的机制,我们将在后面章节讨论其中几种.

本节只限于叙述这种类型的一个机制,它可定性地解释如下(Tsyтович, 1971a): 通常,电磁波的衰减是与这种事实有关,即受到波影响的电子通过与其它粒子碰撞而损失它们的能量. 在湍动等离子体中,电子大多数与等离子体波“碰撞”. 然而在这种情况下,它们不仅放出能量,而且获得能量. 例如,若电磁波与离子声波的波矢量方向相同,并且离子声波能密度大于某一极小值(参见下面),则能量就从离子声波转移给电磁波,而电子受到两种波的影响. 若它们的波矢量方向相反,则能量就从电磁波转移给离子声波. 重要的是能量转移的方向与等离子体湍动的各向异性有关. 在湍动是严格地各向同性时就没有放大.

对于电磁波与离子声波相互作用的情况,增长率或衰减

率可写为

$$\frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} = \left( \frac{\pi m_e}{8m_i} \right)^{1/2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^3 \int \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_1)}{n_e m_e \omega_{pe}^2} W_{k_1}^s d^3 \mathbf{k}_1. \quad (5.37)$$

我们指出, 通常离子声湍动并不完全是各向同性的. 例如, 被电场激发的离子声波波矢量主要是指向电场. 若电磁辐射也在这方向传播, 则放大系数为

$$\frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} \approx \left( \frac{\pi m_e}{8m_i} \right)^{1/2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \frac{v_{Te}}{c} \frac{W^s}{n_e T_e}. \quad (5.38)$$

由于放大只在其增长率大于经常存在的碰撞阻尼率  $(\omega_{pe}/\omega)^2 \nu_e$  时才有可能, 离子声波能密度必须满足不等式

$$\frac{W^s}{n_e T_e} \gg \left( \frac{8m_i}{\pi m_e} \right)^{1/2} \frac{c}{v_{Te}} \frac{1}{N_D}. \quad (5.39)$$

为了使电磁波有显著的放大, 也要求与增长率有关的光学厚度应当远大于 1, 即

$$\tau_\gamma = \frac{\gamma^t R}{v_g} = \frac{\gamma^t R}{c} \gg 1 \quad (5.40)$$

在尺寸  $R$  不大的天体物理源中, 各种放大机制的条件 (5.40) 可能并不满足. 尽管如此, 若在源中有强的等离子体湍动, 正如卡普兰和齐托维奇 (Kaplan and Tsytovich, 1970 a, c) 所指出的, 即使不等式与式 (5.40) 相反, 电磁辐射也可能放大. 在湍动等离子体中, 若  $(\Delta\theta)^2$  大于 1, 则通过衰变相互作用引起的电磁波弹性散射 (在上一节曾讨论过), 会使波所通过的有效路径大大增长. 换句话说, 电磁波被“俘获”在介质中, 并在其中逗留较长的时间, 因此放大的条件就比较有利.

就弹性散射而论, 当光学厚度远大于 1, 即

$$\tau_\sigma = \frac{\sigma_\perp R}{c} \gg 1 \quad (5.41)$$

时, 电磁波就被大量地“俘获”. 为使电磁波放大, 现在要求满

足下列条件:

$$(\tau_\sigma \tau_\gamma)^{1/2} = (\sigma_\perp \gamma^t)^{1/2} \frac{R}{c} \gg 1, \quad (5.42)$$

倘若  $\tau_\sigma$  足够大, 则甚至在  $\tau_\gamma < 1$  时, 上式也满足. 在后面的章节, 在研究具体的天体物理对象时, 我们将利用这种强化的电磁波放大机制.

## § 5.4 一些非线性的电磁辐射转移方程

最近有许多人曾研究过非线性辐射转移方程. 使方程变成非线性的原因有许多, 而至今尚没有普遍的非线性转移理论. 例如, 非线性可能与能级分布对辐射场本身依赖性有联系, 或与这种场中介电常数的变化等等有关.

然而, 在转移方程中出现非线性的另一个重要原因是感应过程的影响. 特别是, 韦曼 (Wayman, 1965) 和康潘尼伊茨 (Kompaneets, 1957) 对等离子体热电子引起感应康普顿散射的情况, 曾得到这种方程. 我们指出, 这种方程已用于一些天体物理的研究 (Zel'dovich and Syun'yaev, 1969; Syun'yaev, 1971).

诚然, 在考虑感应过程时, 对于微分近似, 增长率正比于谱函数的导数, 因而在转移方程的相应项正比于强度和其导数的乘积, 或正比于强度平方的导数. 特别是, 在已提到的情况下, 在考虑到感应康普顿散射的转移方程中包含一项

$$\gamma^t(t' + l \rightarrow t) I_\omega = \frac{2\pi^2}{3} \frac{\omega_{pe}^4}{n_e m_e c^3} \omega \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{I_\omega}{\omega} \right)^2. \quad (5.43)$$

在非线性等离子体理论范围内, 当所有等离子体粒子都参加相互作用时, 由粒子引起的散射与衰变过程相比是不重要的 (Tsytovich, 1971a, 1972b). 同时, 即使是衰变过程也能得出式 (5.43).

确实, 在建立具有过程  $t' \rightarrow t+l$  增长率 [由式 (3.37) 决定] 的  $\gamma^l I_\omega$  公式后, 可准确地得出式 (5.43). 同时, 我们遇到一个很大的限制, 它与这公式仅当单位相体积横波粒数远大于单位相体积纵波粒数, 即  $N_k^l \gg N_{k_1}^l$  时才成立有关. 只是在这种情况下, 衰变过程的强度才正比于  $N_k^l N_{k-k_1}^l$ . 但若  $N_k^l \ll N_{k_1}^l$ , 衰变过程的强度就正比于  $N_k^l N_{k_1}^l$ . 现在, 转移方程对于电磁辐射强度是线性的, 即可化为由等离子体湍动波引起辐射散射的情况.

在应用于宇宙等离子体时, 条件  $N_k^l \gg N_{k_1}^l$  是相当苛刻的. 事实上, 由于相同的衰变过程, 必需要考虑非线性的强电磁辐射, 其本身也产生等离子体湍动. 若非线性对电磁辐射强度的影响相当大, 这同时也意味着它的相当大部分能量转移给等离子体波 [参见式 (4.56)], 而因为单个等离子体波粒的能量远小于电磁波的能量, 由此可得  $N_k^l \ll N_{k_1}^l$ . 然而, 也可能发生等离子体波被强吸收的情况, 因此它们的能级仍然不高. 无论如何, 电磁波在等离子体中的非线性转移问题, 显然不能与等离子体湍动的激发, 以及辐射同等离子体湍动相互作用的研究, 尤其是散射和频率增高的研究分离开来. 因而, 这个问题必须在等离子体天体物理问题的范围内, 考虑整个一系列其它非线性过程 [过程 (5.43) 除外] 来加以解决.

## § 6 等离子体湍动的实验室研究和宇宙 等离子体现象的可能实验室模拟

等离子体湍动天体物理是对特殊类型的天体以及通常不能在实验室用实验模拟的条件加以研究. 另一方面, 它又不得不依靠实验室的各种各样的等离子体湍动的实验研究. 一方面, 存在着象地球周围空间等离子体或太阳等离子体这样

的宇宙天体，它们的条件在许多方面都与实验室研究遇到的相类似；而另一方面，在实验室实验中常常发现在宇宙条件下，在更大尺度上所遇到的许多定性特性。因此，在实验室实验所研究的等离子体湍动性质的一般概念，就很自然地作为实验室难以实现的宇宙等离子体特征过程的理论分析基础。

已知宇宙线在天体物理等离子体中有着特殊的作用。因而，我们首先必须研究一个问题：在实验室实验中能否发现类似于产生宇宙线的效应。在绪论中提到的另一重要问题是，当存在湍动时耗散过程会加剧，而熵有很大增加。这里我们也要注意重要的实验工作。最后，天体物理学家特别感兴趣的第三个问题，是关于由湍动等离子体引起的反常过热辐射的观测。由湍动等离子体引起的电磁波反常强烈散射的观测，也与这个问题有联系。

有些实验从天体物理观点来看是最重要的，而且它们对说明上面提到的加速、反常辐射和反常耗散过程以及等离子体湍动状态的普遍性都很有效，但在讨论这些实验之前，我们必须指出下面两点：

第一，在许多实验中已在甚低频，尤其在低于碰撞频率，或在与漂移频率同量级的频率处观测到湍动过程 (Kadomtsev, 1965; Kadomtsev and Pogutse, 1969, 1970)。没有观测到粒子加速或反常辐射效应。就反常耗散而论，它经常伴随着湍动，并已在许多实验中观测到了。特别是，对于实验室装置中的等离子体磁约束有妨碍的反常等离子体扩散与漂移湍动有关。这里我们不打算讨论这些实验，因为无论是动力学湍动，还是漂移湍动，都不是我们讨论的主题，它们不产生在天体物理上特别重要的反常加速或辐射。顺言之，漂移湍动至今仍未有满意的理论说明。反常加速和辐射效应刚好在高频等离子体湍动(已提出了描述它的满意方法)中完全

被观测到, 并进行过研究; 此外, 也已弄清楚作为它们基础的基本物理过程, 通常用现有理论已能解释实验结果。

第二, 我们必须强调指出, 几乎所有产生实验室等离子体的方法都与同时使它湍动有关。大多数等离子体源(或许以热辐射为基础的所谓  $Q$  装置除外) 都明显地产生湍动等离子体。然而, 更为重要的是, 甚至比较弱的外部作用也造成等离子体湍动, 并产生不同类型的振荡。当谈及等离子体是非常不稳定时, 我们指的就是这一点。通常, 等离子体越热, 越容易使它湍动。对于温度为 1 电子伏和密度为  $n_e \approx 10^{10}$  厘米<sup>-3</sup>, 甚至场  $E \approx 0.01$  伏/厘米也能产生强的离子声振荡激发。甚至弱的电子束, 在等离子体粒子分布中略有一点按角度的各向异性, 或不十分强的高频电场的作用等等都能产生强的湍动。目前已积累了许多等离子体湍动的实验资料, 因而下面给出的例子是不完全的, 而只用于说明一般的倾向。

## § 6.1 湍动等离子体中粒子加速的一些实验资料

现在我们扼要讨论等离子体中粒子加速的实验资料。必须指出, 几乎在所有观测到等离子体湍动脉动激发的实验中, 也都观测到粒子加速。其次, 快粒子的观测现在已变成一个指示器, 用它来诊断等离子体湍动的发展。最近已确认, 在大多数实验装置中, 等离子体有二种温度的假定——包含一个热分量(被加速粒子)和一个冷分量——是一个好的工作假说, 它使人们能了解观测结果。在许多方面它们与天体物理观测资料相符合, 即其中有冷等离子体和宇宙线等离子体。然而, 实验室的实验条件与宇宙条件有很大不同: 一方面是时标(湍动是在比较短的时间内被激发, 而在此时间内等离子体仍控制在装置中); 另一方面是空间尺度(被加速粒子能被磁场控制, 直到它们的拉莫尔半径与装置的大小不相当为

止)。因此在实验室实验中,被加速粒子一般说来不会有相对论能量。而在已观测到等离子体湍动激发的多数实验中,也还是有被加速的粒子。例如,当电子束与等离子体相互作用时,已观测到这种效应。束与等离子体相互作用问题本身现在已是等离子体物理的一个重要部分,一些书籍和专门的国际讨论年会都研究这个问题。已积累了显示加速粒子的大量实验资料。其中首先应当提到在法英别格(Faĭnberg),哈尔钦科(Kharchenko),扎沃伊斯基(Zavoiskii),戈洛宾(Golovin)和许多其他人领导下的苏联小组的工作,以及例如在斯穆林(Smullin),阿列克谢夫(Alekseev),霍普曼(Hopman)等人领导下外国小组的工作。在最近关于热核反应和电离气体现象的国际讨论会的会议录中,可找到它们的实验结果和详细的评述(参见书末的参考文献)。

在不同的实验装置中,已观测到由不同等离子体振荡(如朗缪尔波,哨声波或离子声波)引起的加速效应。也已观测到被加速的电子和被加速的离子。我们多少是有些任意地从这些实验资料选出一些最有启发性的例子,应当理解到这种按需要而选取的实例是有些片面的。

哈尔钦科,法英别格,科尼洛夫(Kornilov),柳特辛科(Lutsenko)和皮丁科(Pedenko)(1962)的实验表明,在等离子体与束相互作用中,有高能电子出现。对于5千电子伏束初始能量来说,快电子的能量为80—100千电子伏,它们的数目大约是等离子体中总电子数的5% [同样参见文献: Berezin, Faĭnberg, Bolotin and Berezhina(1965); Kornilov, Kovpik, Faĭnberg and Kharchenko (1965); Kornilov, Kovpik, Faĭnberg, Bolotin and Kharchenko (1965); 以及 Faĭnberg 的评述,1968]。在斯穆林的实验中,相对密度  $n_*/n_e \approx 10^{-3} - 10^{-2}$  的束 ( $n_* \approx 10^{10}$  厘米<sup>-3</sup>,  $n_e \approx 10^{13}$  厘米<sup>-3</sup>) 激



发了在频率  $\omega_{pe}$  的强朗缪尔振荡, 它伴随着等离子体在频率约  $\omega_{pe}$  处产生强辐射(由于实验室实验所特有的等离子体不均匀性, 要分辨出  $\omega_{pe}$  和  $2\omega_{pe}$  是不可能的)。根据落在气体放电室侧壁的被加速电子所发出的 X 射线辐射测定, 对于能量为 7 到 10 千电子伏的束粒子来说, 被加速电子的能量大约是 100 千电子伏。被加速粒子的密度大约是冷等离子体密度的 0.1%, 这是由低功率探测束准确测出的。朗缪尔振荡是粒子加速的主要机制。其特征是被加速粒子的总能量大到可与冷等离子体的能量相比拟。普拉霍夫 (Plakhov), 柳托夫 (Ryutov) 和沙普金 (Shapkin) (1969) 的实验详细表明, 当等离子体与束相互作用时(在磁阱中被激发), 电子的加速基本上出现在束与等离子体相互作用区之外(束的大小被限制着)。于是朗缪尔振荡和束粒子从束相互作用区扩散出来, 同时, 它们的相互作用导致由朗缪尔振荡引起粒子的加速。在卡尔霍夫 (Karkhov, 1969) 的实验中, 曾指出当电子回旋频率是等离子体频率的整倍数时, 加速特别有效, 而且开始激发强朗缪尔振荡, 它们还在磁阱之外就转换为哨声波(或更准确说, 转换为它们的高频部分, 在该处它们与频率为  $\omega_{He} |\cos \theta|$  的纵振荡相结合)。  $\omega_{He}$  是等离子体频率的整倍数的条件, 显然相当于朗缪尔波有效地非线性转换为哨声波的条件。在磁阱区里, 基本上是哨声波, 它们有效地加速电子。已经确证, 振荡谱仅由束而不是由被加速电子激发, 它们与由被加速电子产生的 X 射线辐射有关(图 13)。被加速电子的能量比束粒子的能量大 100 倍。涅兹林 (Nezlin, 1967) 观测到与在回旋频率处出现振荡这一情况有关的离子加速。扎沃伊斯基 (Zavoiskii, 1967) 观测到, 当离子和离子声振荡之间的共振条件满足时, 离子的加速特别有效。在大多数出现离子声湍动的实验中都已观测到被加速离子[例如, 在有外电场的等离

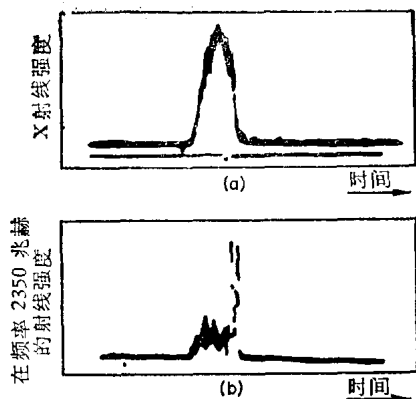


图13 快粒子加速与等离子体振荡激发的相关性。(a)由快粒子产生的X射线辐射的波形图。(b)在相同时标,在频率 $\omega = 1.5 \times 10^{10}$  秒 $^{-1}$ 的等离子体波波形图。

子体中(Zavoiskii and Rudakov, 1967), 或在无碰撞激波的实验中(Alikhanov 等, 1969)]. 在维克斯列尔(Veksler 等, 1965)根据高频强波与等离子体相互作用的实验中, 已观测到被加速离子的加速率在能量大约为100电子伏处达到极大值, 接着它就减小, 一直到10千电子伏为止。

当然, 加速效应不是与等离子体湍动, 而是与诸如出现可使粒子加速的某种势阱或驼峰有联系。重要的是已有实验手段来解答观测到加速的性质问题。第一, 湍动的发展表示不同模式之间有足够强的能量交换, 因而有相当宽的激发振荡谱。第二, 被湍动脉动随机场所随机加速的粒子应有足够宽的能谱。在大多数实验中, 这些条件都是满足的。然而, 由湍动脉动引起加速的最明确例证, 是由某种原因周期性地激发湍动(例如, 由改变等离子体参数的某些弛豫过程引起)的实验提供的。似乎是, 在这些条件下加速粒子的出现与等离子体中湍动产生的周期密切相关, 而在一些情况下与只有一种确定的脉动相关。这直接证实了粒子的加速与湍动等离子体

振荡对粒子的作用有关系。

在某些情况下, 哨声波也能很有效地加速粒子, 这特别与哨声波使粒子垂直场分量的能量增加有联系, 而哨声波主要是沿着磁场传播。然而, 通常脉动的频率越高, 加速就越有效(在相同湍动能量情况下)。通过朗缪尔振荡已在磁阱中观测到加速。在强高频场作用于等离子体, 和在激光辐射与等离子体相互作用时, 也产生被加速的离子。

所有实验结果的另一显著特征是被加速的粒子只占总数相当小的部分。一方面, 这指出了存在着伴随湍动状态熵增加的强耗散过程; 另一方面, 这完全不意味着被加速粒子的总能量不能与冷成分的能量相比拟。

只要湍动状态存在时间足够长, 就能使被加速粒子的总能量与热粒子能量相当。其次, 已指出在湍动加热实验中, 所测出的并与总粒子数成正比的抗磁效应可能仅仅由热成分产生。这个问题在 1965—1967 年曾广泛讨论过。现在已弄清楚, 在能比较明确地区分热和冷成分的那些实验中, 两者都有可比拟的能量。例如, 在卡尔霍夫实验中(1969), 被加速粒子的能量大约是主热粒子能量的 30%。这种结果可与周知的天体物理实例相比较: 宇宙线的能量大约等于其它形式的能量(如冷宇宙等离子体的能量和磁能)。

这里叙述的所有实验无疑地证实了: 被加速粒子的产生可用粒子与湍动等离子体振荡来解释, 实验室的与宇宙的现象有深刻的相似性; 最后, 快粒子的产生是等离子体湍动的普遍性质。

## § 6.2 反常等离子体电阻率

现在我们来研究在等离子体湍动发展的情况下, 表明耗散过程反常增强的实验。激发等离子体湍动的最简单方式是

施加比较强的电场作用。正如在 § 4 已指出的, 在场  $E$  大于德莱塞场  $E_D$  时, 就发生湍动状态。在这种场中, “逃逸”电子被等离子体湍动波所减速。

这种效应称为等离子体反常电阻率。许多作者 (Suprunenko, 1964; Fanchenko 等, 1964; Burohenko 等, 1969; Hamberger 等, 1969; Paul, 1969; Daughney, Holmes and Paul, 1970; Daughney, Holmes, Paul and Summers, 1970; Jancarik 等, 1970; Hamberger 等, 1971) 曾在实验上进行研究。反常电阻率效应已在象托克马克这样的磁等离子体约束的环形装置中 (Artsimovich, 1970), 以及也在出现所谓磁场中性线 (在其附近磁场强度变号) 条件下被观测到。这些观测对于解释色球耀斑 (它们通常发生在中性线附近) 是特别重要的。自然地可把发生耀斑时观测到磁场的反常耗散与反常电阻率联系起来。

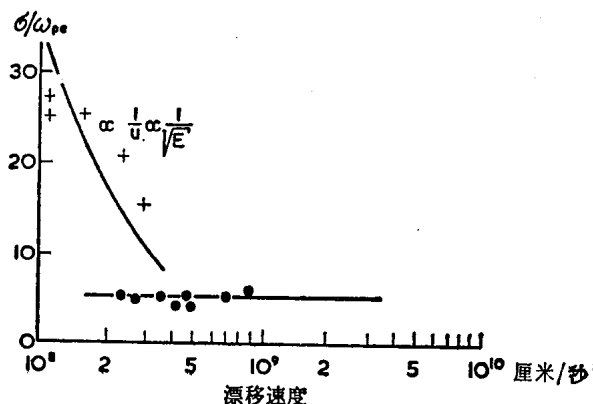


图 14 作为相对漂移速度  $u$  值函数的湍动等离子体电导率的变化。区域  $\sigma \propto 1/u$  相应于离子声湍动, 而区域  $\sigma \approx \text{常数}$  相应于布内曼不稳定性。

图 14 给出依赖于电场的平均等离子体电阻率的实验研究结果, 它们是最近被汉伯格 (Hamberger) 和詹卡里克 (Jancarik) (1971) 得出的. 在  $n_e \approx 10^{11} - 10^{13}$  厘米<sup>-3</sup> 的氢等离子体中, 所采用电场在 100—1500 伏/厘米的范围内. 这刚好在  $u < v_{Te}$  的离子声湍动过渡到  $u > v_{Te}$  的所谓布内曼湍动的参数范围内. 我们在 § 4 所讨论的反常电导率从  $\sigma \propto \frac{1}{u}$  到  $\sigma \approx \text{常数}$  的变化 [参见式 (4.39) — (4.47)], 与在实验中观测到的一致. 从一种状态过渡到另一种状态伴随着湍动谱的突然变化. 在离子声状态, 谱正比于  $1/k$  (图 15), 与理论一致 (Kadomtsev, 1965; Sagdeev, 1967; Tsytovich, 1971b); 而对于  $u > v_{Te}$ , 它集中在大约等于  $\frac{1}{2} \omega_{pe} (m_e/m_i)^{1/3}$  的频率周围 [参见图 16 和方程 (4.46)]. 湍动脉动主要是沿着所施加的电场传播.

在扎沃伊斯基和鲁达科夫 (Zavoiskii and Rudakov, 1967) 的实验中已观测到强的离子声振荡, 而且它们的能量密度不小于  $10^{-2} n_e T_e$ . 有效碰撞频率相当于  $10^9$  秒<sup>-1</sup>, 它比电子与离子碰撞频率大好多多个量级. 这清楚地表明在湍动状态中, 耗散过程是多么的有效. 在所加的电场不能保持不等式  $u > v_{Te}$

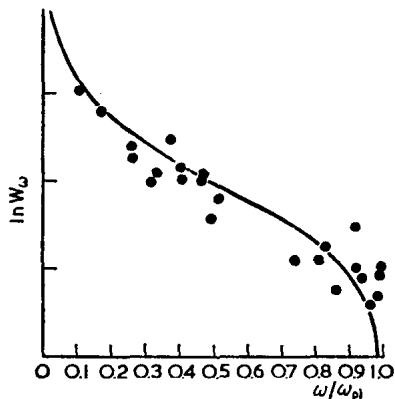


图 15 在施加电场和具有参数  $n_e = 10^{13}$  厘米<sup>-3</sup>,  $u = 10^9$  厘米/秒的等离子体中的离子声振荡谱. 实线为  $W_{\omega} \propto (1/\omega) \ln(\omega_{pi}/\omega)$ .

的条件下, 因为反常电阻率在这种状态中出现, 等离子体由于电子加热而自动地变为离子声状态. 这已被汉伯格等

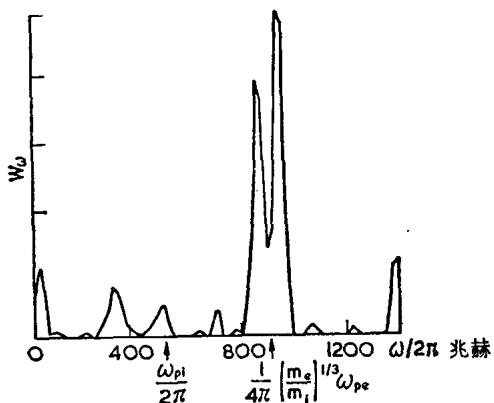


图 16 当  $E=60E_D$  和  $u=3 \times 10^8$  厘米/秒时, 在布内曼不稳定性状态中的等离子体振荡谱. 在频率  $\nu = (m_e/m_i)^{1/3} \omega_{pe}/4\pi > \omega_{pi1}/2\pi$  出现谱极大.

(Hamberger, Jancarik and Sharp, 1969; 参见图 17) 的实验所证实. 这种转移的特征时间大约为  $(m_i/m_e)^{1/3} \omega_{pe}^{-1}$ , 是十分小的, 这对于天体物理的应用特别重要. 这里, 问题在于若  $E > E_D$ , 但  $T_e = T_i$ , 则离子声振荡不能被激发. 因此初始出现“逃逸”电子, 然后在  $u > v_{Te}$  时, 等离子体中所有电子被加热, 并产生了离子声湍动发展所必需的条件. 所以可得出重要的结论, 在天体物理条件下, 反常电阻率通常与离子声湍动有关. 在等离子体中所有发生电子相对于离子定向运动 (不管什么样的力引起它) 的情况, 就产生反常电阻率效应. 尽管与离子声振荡一起也激发出其它的振荡, 但后者对反常电阻率的贡献不大. 例如, 太阳风的磁扰动起源就是这样发生的.

除了电子相对于离子而言有反常大的摩擦力外, 也观测到电子和离子分布异常快地接近于各向同性. 当不存在电子相对于离子的定向运动时, 也发生这种效应. 迅速接近于各

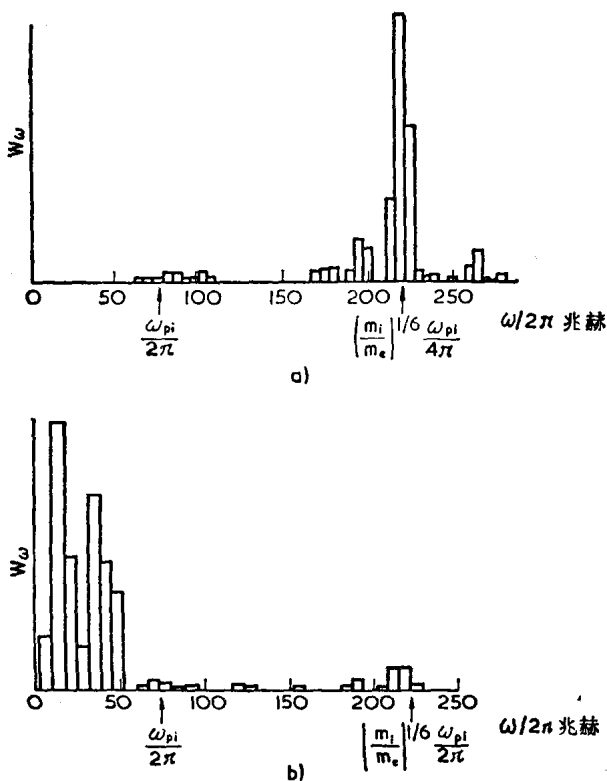


图 17 由于在强电场中等离子体不稳定性发展的结果，振荡谱随时间而变化。(a) 在初始阶段(布内曼不稳定性)的谱；(b) 在下一阶段(70 毫微秒后)的离子声谱。

向同性的效应导致磁阱的粒子异常大的损失。

在有热离子和冷电子的等离子体中，在  $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$  时接近于各向同性的原因是频率为  $\omega_{pe} |\cos \vartheta|$  的磁朗缪尔振荡激发。若  $\omega_{He} \ll \omega_{pe}$ ，电子接近于各向同性主要与哨声波的激发有关，而离子趋于各向同性则与无碰撞阿尔文波和离子声波的激发有关。这些效应对于了解发生在地磁层的现象和太阳风湍动(在其中已观测到粒子的各向异性分布)是很重要的。促使这

种各向异性出现的过程是, 等离子体粒子在磁场强度减小方向的运动, 等离子体加热等等.

当等离子体湍动发展时, 等离子体的迅速湍动加热是另一种类型的反常耗散. 许多文章专门讨论这种效应的实验研究, 现在它是等离子体物理的很大组成部分. 在苏联, 这些问题已在扎沃伊斯基, 法英别格, 哈尔钦科和其他人领导下的小组进行研究, 而在其它地方则由阿列克谢夫, 科尔布(Kolb), 汉伯格, 沃顿(Wharton)和其他人领导下的小组从事研究. 作为例子, 这里我们给出扎沃伊斯基等人(Zavoïskiĭ等, 1969)所得出的结果.

在实验中, 密度为  $10^{12}$ — $10^{13}$  厘米 $^{-3}$  的等离子体被  $E = 100$ — $250$  伏/厘米的螺线场所加热. 在大约  $3 \times 10^{-7}$  秒之后, 达到数值  $n_e T_e \approx 3 \times 10^{16}$  电子伏/厘米 $^3$ . 加热伴随着强的辐射和出现大的反常电阻率. 加热速率如此之快, 使得完全不能用二体碰撞来解释它. 这种迅速加热的可能性对于天体物理(例如, 对于色球耀斑问题或对于象脉冲星这类天体附近等离子体加热的分析)有很重要的价值. 最后, 当等离子体湍动发展时, 已观测到反常大的扩散和等离子体热传导. 若第一种只是与低频漂移振荡的出现, 或在任何情况下同等离子体离子参与的振荡出现有关, 则第二种也可能同只有等离子体电子参与的高频振荡有关. 这是由于热传导通常是电子造成的. 由于反常加热, 扩散或热传导引起等离子体参数(如温度或密度)的改变能够影响动力学湍动的特性, 在解释天体物理观测资料时, 这是必须考虑的.

反常无碰撞耗散过程在碰撞激波的形成中起着重要的作用(Adlam and Allen, 1958; Sagdeev, 1958, 1962). 众所周知, 为了产生激波, 在其波阵面内必须有熵增加或有一个确定的耗散机制. 若波阵面的宽度小于粒子平均自由程, 这种机



制可能是湍动耗散，而且等离子体的非线性波本身就是湍动振荡的激发源。例如，在垂直于磁场方向传播的波阵面上，产生电流的定向运动电子可能具有大于它们平均热速度的速度。于是发生布内曼湍动并迅速变为离子声湍动。在这种波阵面上的耗散将与反常等离子体电阻率有关。另一个例子是，在磁场被压挤时，在波阵面上形成一个各向异性的粒子分布，它导致哨声波和无碰撞的磁流体力学振荡的激发。若非线性波的振幅不十分大，则不发生反常耗散。许多研究者，尤其是在苏联由萨格杰耶夫，涅斯捷里欣(Nesterikhin)，扎沃伊斯基和其他人领导下的小组 [参见文献: Sagdeev, 1966; Alikhanov 等, 1969; Zavoiskii 等, 1969]，以及在其它地方，多格尼(Daughney)等(1970)，德席尔瓦(De Silva)等(1969)，伍兹(Woods, 1970)和其他人都在实验上研究无碰撞激波的结构。

与外磁场垂直或成其它角度传播的激波波阵面的宽度，对于马赫数  $M < 2-4$  来说，它决定于反常电阻率，而对于  $M > 4$ ，则取决于反常离子粘滞性。图 18 给出阿利哈诺夫等人(Alikhanov 等, 1969) 的实验所得到的  $M > 4$  激波结构的例子。在保罗(Paul)的实验中(Daughney, Holmes, Paul and Summers, 1970)，利用激光散射，对在垂直于磁场传播的激波波阵面所激发的湍动振荡谱进行了详细的研究(图 19)。这



图 18 在氢等离子体中( $n_0 = 5 \times 10^{13}$  厘米 $^{-3}$ )，  
无碰撞激波波阵面的轮廓。

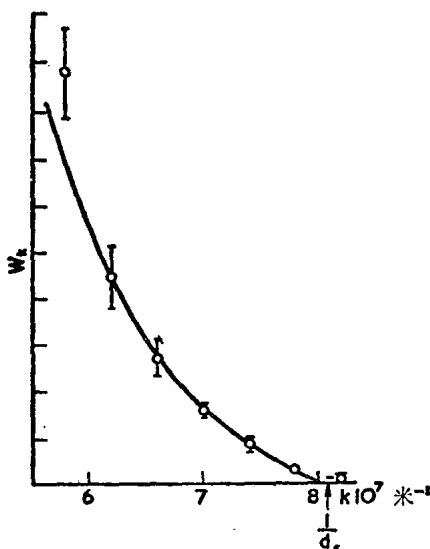


图19 用激光散射方法测量的激波波阵面上的离子  
声波谱。实线为  $W_k \propto k^{-1} \ln(kd_e)$ 。

种谱完全相应于离子声湍动的情况。根据激光频率的位移可得出结论, 离子声波主要在发生于波阵面处的电场方向传播。

### § 6.3 等离子体湍动辐射

现在让我们讨论当存在等离子体湍动时反常辐射的观测资料。在由外电场引起湍动等离子体加热的实验中, 当束与等离子体相互作用时, 这些效应是十分明显的。在法英别格及其合作者的实验中 (Berezin 等, 1965; Kornilov, Kovpik, Fainberg and Kharchenko, 1965; Korilov, Kovpik, Fainberg, Bolotin and Kharchenko, 1965), 在频率接近于被激发等离子体振荡的测量频率处观测到强的辐射。

这种结果表示湍动振荡的转变不使频率有任何明显的改变。当纵振荡在等离子体中已激发时, 杰米多夫, 叶拉金和凡

狄科 (Demidov, Elagin and Fanchenko, 1966) 观测到在频率  $2\omega_{pe}$  的辐射。这可用二个纵等离子激元的合成来解释 (参见 § 3)。

可用辐射强度来决定湍动能量, 这种测定的结果与其它独立的测量相一致。然而在一些情况, 都已一直观测到频率  $6\omega_{pe}$  的连续辐射, 这不能用连续的合成过程来解释。显然, 这与快粒子的转换有联系, 因为只有在这些条件下, 在转换过程中频率才会发生明显的改变。我们已经指出过, 在宇宙条件下被加速粒子的能量要高得多, 而这种转换效应在这种情况下起很大的作用, 而且它是重要的等离子体辐射机制之一。在涉及相对论粒子的转换中, 频率就发生特别大的变化。

夏普和汉伯格 (Sharp and Hamberger, 1970) 也观测到处于离子声湍动状态的等离子体辐射。当  $u < v_{Te}$  时, 辐射主要发生在等离子体频率处。当过渡到  $u > v_{Te}$  时, 辐射急剧地增加并延伸到  $10\omega_{pe}$  处, 这可能与被加速粒子的转换有联系。

除了反常辐射外, 在已激发等离子体湍动的许多实验中也发生反常的散射。杰米多夫等 (Demidov 等, 1964, 1965), 汉伯格等 (Hamberger 等, 1969) 和沃顿等 (Wharton 等, 1969) 在湍动加热实验中已观测到这种效应。

若等离子体发射的电子波很近于单色, 由于它被散射, 结果就产生复合频率, 它与初始波的频率相差一个湍动等离子体振荡频率。这些效应在阿斯科利-巴托利等 (Ascoli-Bartoli 等, 1965) 有关激光等离子体相互作用的实验中清楚地观测到。

这些效应对于在天体物理条件下探测等离子体湍动是很重要的, 并能用于等离子体诊断学, 特别是通过测量复合频率来测定其密度。

当然, 在所给出的简短综述中, 我们不能期望全面地阐述

现在如此多研究者所致力从事的等离子体湍动的广泛实验研究,我们只想指出,在“地球”上的等离子体的现象与在宇宙条件下所观测到的许多现象有很多的相似性。

#### § 6.4 宇宙等离子体现象的实验室模拟

人们若要模拟宇宙条件下某些等离子体湍动现象,最好是遵守一些确定的相似原则。波德戈尔内和萨格杰耶夫(Podgornyi and Sagdeev, 1970)以及欣德勒(Schindler, 1968)曾研究过建立这种模拟的可能性,特别是他们分析了在地磁层的向阳面所形成的激波情况。

地磁层的问题已超出本书范围,因此我们只十分简要讨论它与太阳风相互作用的模拟问题,读者可参阅上面提到的波德戈尔内和萨格杰耶夫的评述。

原来,从相似理论的观点来看,“准确地”在实验室里重现近地空间的现象,要求产生具有这种温度和获得这种磁场强度的等离子体流,而它们的实现实际上意味着解决可控热核反应的问题。换句话说,宇宙等离子体过程的准确模拟至今仍是不可能的,但是一个有限制的模拟能在实验室里重现一些宇宙现象。下面我们对有限制模拟加以解释。

在宇宙条件下,大约为1的无量纲参数应当与实验室的同量级。在宇宙条件下,远小于1的无量纲参数在实验室里也应当远小于1,但若在宇宙条件下这种参数比1小几个量级,则在实验室条件下,人们就能把其差别缩得更小。例如,磁层的大小与太阳风平均自由程的比值大约为 $10^{-3}$ ,而在实验室实验中可取这个比值大约为 $10^{-1}$ 。

太阳风模拟的实验研究已进行过几次,我们扼要提一下波德戈尔内和马纳加德泽(Podgornyi and Managadze, 1968)所做的实验。这些实验证实了无碰撞激波的形成并发现了湍

动脉动谱:  $W_{\omega} \propto \omega^{-3}$ , 它显然表明, 耗散机制或许与由于粒子的各向异性分布引起的哨声波激发有关。我们指出, 无碰撞激波的振荡结构已在前面提到过的实验条件下用实验方法研究过(图 20)。它的宽度大约是  $c/\omega_{pi}$  的几倍, 这与波德戈尔内和其合作者所完成的实验一样。这些结果与以前提出的理论解释相一致(例如参见文献: Sagdeev, 1962, 1966; Karpman, 1964)。

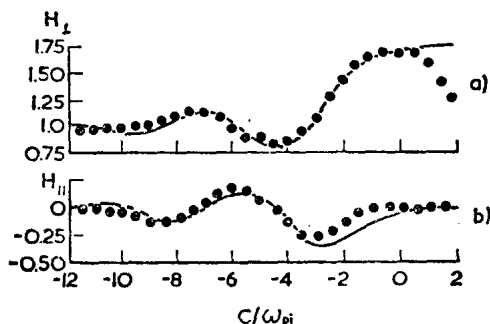


图 20 在马赫数  $M=2$  ( $n_e=2 \times 10^{14}$  厘米 $^{-3}$ ) 的激波中磁场的振荡结构。以  $c/\omega_{pi}$  为单位的距离是由激波波阵面推算出来的,  $H$  以激波波阵面的场强为单位。(a) 垂直于波速度的场分量; (b) 平行于波速度的场分量。

在波德戈尔内和其合作者的其它一系列实验中(参见文献: Podgornyi and Sagdeev, 1970), 磁层“尾巴”是用磁场中性片的形成来模拟的。在这种中性片中, 磁场强度比整个“尾巴”的平均场强小 20 到 30 倍。

在中性线附近等离子体现象的研究, 对于模拟发生在色球耀斑的过程也很重要。瑟罗瓦茨基, 弗兰克和霍贾耶夫 (Syrovatskii, Frank and Khodzhaev, 1970) 曾进行过这种实验, 在其中磁场向中性区箍缩(图 21)。实验结果表明, 过程发展的初始阶段相应于瑟罗瓦茨基 (Syrovatskii, 1966a, b) 从理论上已得出的在薄片状态中磁流体动力堆积的图象。后

来, 出现反常电阻率效应, 即等离子体湍动得到了发展, 由于

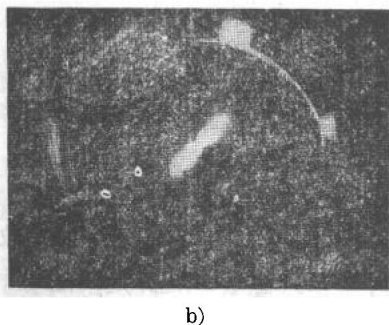
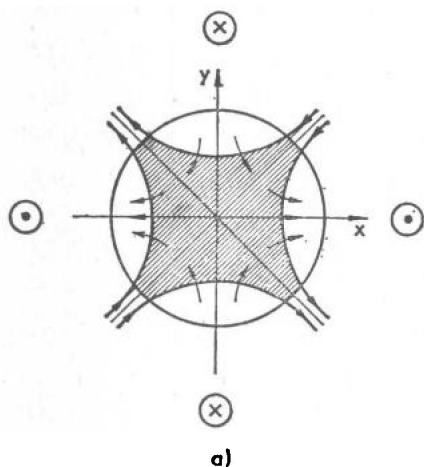


图 21 磁场中性线附近湍动电流片的形成。(a) 导体配置和导致电流片形成的磁力线变形方向的示意图; (b) 观测到的湍动电流片的辐射。

它使磁场耗散增加了。弗里德曼等 (Friedman and Hamberger, 1968, 1969) 曾详细研究过色球耀斑动力学中反常电阻率的作用。

一些有趣的问题与模拟这些过程的可能性有关, 而其中湍动等离子体的辐射起着重要的作用。为此要求快粒子辐射的光学厚度大于 1, 以及粒子最好是相对论的。这要求相当高的快粒子密度和较高的冷等离子体密度。现在, 实验主要在  $10^{20}$ — $10^{22}$  厘米<sup>-3</sup> 的高密度等离子体区进行, 同时已造成强的相对论电子束。因此现在已可能用“机械”方法来产生两分量的等离子体, 以及研

究导致粒子强大加速和它们发射的辐射过程。这些问题对于模拟象类星体或脉冲星这类天体的等离子体过程问题有很大的重要性。

## 第二章 太阳偶发射电辐射

### (非相对论等离子体中湍动过程)

等离子体湍动最明显的表现是早在 1942 年海伊(Hey)所发现的太阳偶发射电辐射. 可以认为, 这种辐射性质的最初讨论(Shklovskii, 1946; Ginzburg, 1946; Martin, 1947)就是等离子体天体物理的开始. 已提出解释这种现象各种特性的许多假设和理论, 我们不能全部对它们研究. 至今还没有十分肯定的看法, 本书的作者将提出自己的观点. 然而, 我们的目的不是寻找太阳偶发射电辐射现象“唯一正确”的解释(可能, 目前无论如何是不能这样做的), 而是求出某些等离子体天体物理问题的解. 这些问题是根据观测资料的分析提出的, 它们的解决有助于解释发生在太阳大气以及因此而具有太阳偶发射电辐射和其它太阳活动表现等复杂现象. 我们先简短概括一下观测资料.

### § 7 太阳偶发射电辐射的观测资料

由于本书篇幅的限制, 我们甚至不能给出所有太阳活动现象的观测结果的简短概括. 我们肯定不能对大量具体的观测结果进行详细地讨论. 读者可在许多书和评论性文章(Shklovskii, 1965a; Zheleznyakov, 1970a; de Jager, 1959; Pikel'ner, 1965, 1966; Sweet, 1969; Kaplan, 1966; Zirin, 1966)找到所需要的详细资料. 我们只给出与等离子体湍动必定有联系的太阳活动特征现象的概述. 一般说来, 至今仍

不清楚太阳上何地和何时能发现等离子体湍动。例如，日冕的形成及其加热也可能与等离子体湍动有关。迄今还没有考察这种联系，而日冕加热问题到目前为止仍是太阳物理最重要的问题之一。因此只限于讨论肯定存在这种联系的那些太阳现象。

## § 7.1 太阳外层大气电子密度和温度分布

为了提供“表演”湍动过程的“舞台”，必须知道太阳大气的电子密度和温度分布。

很遗憾，只能由观测资料而不是根据理论计算得出的这些数据不十分可靠。我们对太阳活动区上空(刚好等离子体湍动可能在该处发展)的电子密度和温度分布了解得特别差。

表1列出一些被认为是比较可靠的资料。只要知道  $n_e$  和  $T_e$ ，就可计算出对等离子体天体物理很重要的量  $\omega_{pe}$ ， $v_{Te}$ ， $N_D$  和  $\nu_e$ 。遗憾的是很难观测日冕磁场。无论根据太阳偶发辐射那一种解释所作的估计，目前确实仍不能认为是可靠的。

日冕是各向异性的，其中电子密度取决于下面区域的活动状态。显然，等离子体湍动是在电子密度最大处发展的。因此，表1列出  $n_e$  的最大估值和相应的  $\omega_{pe}$ 。

日冕的电子温度多少是均匀的。然而在较低的色球层，在相同的高度区却具有非常不同的温度：从冷区的 6000 K 到热区的 30000 K。表1列出其平均值。可能，日冕的离子温度低于电子温度，但没有这方面的可靠信息。

研究表1数据能得出对今后讨论很重要的一些结论。第一，从表1资料可得出，等效高度  $l_n$  (在此距离内密度改变  $e$  倍) 随着从表面离开而增加，从  $1.4 \times 10^7$  厘米变至  $10^{10}$  厘米。

第二，利用这些资料可得出电磁波从日冕逃逸的一些结



表 1 电子密度和温度以及其它参数与高度的关系

光球层之上 高度(厘米)	活动区 上空 $n_e$ (厘米 <sup>-3</sup> )	$\omega_{pe}$ (秒 <sup>-1</sup> )	$T_e$ (K)	$v_{Te}$ (厘米/秒)	$d_e$ (厘米)	$N_D$	$\nu_e$ (秒 <sup>-1</sup> )
0	$1 \times 10^{14}$	$6 \times 10^{11}$	$4.4 \times 10^3$	$2.6 \times 10^7$	$4 \times 10^{-5}$	6	$10^{11}$
$4 \times 10^8$	$1 \times 10^{12}$	$6 \times 10^{10}$	$1 \times 10^4$	$4 \times 10^7$	$6 \times 10^{-4}$	200	$3 \times 10^8$
$6 \times 10^8$	$1 \times 10^{11}$	$2 \times 10^{10}$	$2 \times 10^4$	$5 \times 10^7$	$3 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^3$	$1 \times 10^7$
$1 \times 10^9$	$3 \times 10^9$	$3 \times 10^9$	$1 \times 10^5$	$2 \times 10^8$	0.06	$7 \times 10^5$	$4 \times 10^3$
$4 \times 10^9$	$1 \times 10^9$	$2 \times 10^9$	$1 \times 10^6$	$4 \times 10^8$	0.2	$1 \times 10^7$	200
$1 \times 10^{10}$	$3 \times 10^8$	$1 \times 10^9$	$2 \times 10^6$	$5 \times 10^8$	0.5	$3 \times 10^7$	30
$4 \times 10^{10}$	$3 \times 10^7$	$3 \times 10^8$	$2 \times 10^6$	$5 \times 10^8$	1.5	$1 \times 10^8$	3
$7 \times 10^{10}$	$3 \times 10^6$	$1 \times 10^8$	$2 \times 10^6$	$5 \times 10^8$	5	$4 \times 10^8$	0.4
$1.4 \times 10^{11}$	$3 \times 10^5$	$3 \times 10^7$	$1 \times 10^6$	$4 \times 10^8$	10	$3 \times 10^8$	0.1

论。显然，若相应于等效高度  $l_n$  的光学厚度大约为 1 或小于 1，则具有给定频率  $\omega$  值(或相应的波数  $k$ )的辐射在离开日冕时没有大的损失。若光学厚度为

$$\tau \approx \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \frac{\nu_e l_n}{v_g} \approx \frac{\nu_e l_n \omega_{pe}^2}{c^2 k (\omega_{pe}^2 + c^2 k^2)^{1/2}} \approx 5, \quad (7.1)$$

则辐射将减弱二个量级。式(7.1)决定着能离开日冕的电磁波的极小波数。由表 1 的数据可求出,  $k \geq 100 \omega_{pe}/c$  的辐射能够离开  $10^9$  厘米高度区。甚至对于更低的波数  $k \geq 0.5 \omega_{pe}/c$ , 在  $10^{10}$  厘米高度(分米波段)产生的辐射也能离开。在高度  $7 \times 10^{10}$  厘米产生的辐射(米波段), 其波数极限较低,  $k \geq 0.2 \omega_{pe}/c$ 。我们必须强调指出, 这些条件对于辐射从等离子体湍动区出来的情况施加很大的限制。若考虑到折射, 倾斜传播等等因素, 则  $k$  的极限值还要更大些。

## § 7.2 色球耀斑

大多数太阳偶发射电辐射起源于所谓色球耀斑。目前关于耀斑期间发生什么现象还没有清晰的图象。观测到如下的

事实: 在大约  $2 \times 10^8$  至  $5 \times 10^9$  厘米(通常低于  $2 \times 10^9$  厘米)高度, 线度约  $10^8$  厘米的亮“节”在色球层形成, 然后是双带, 锥形物和日珥生长, 可见区辐射延伸到大约  $10^{19}$  平方厘米面积, 产生氢 H $\alpha$  线, CaII 线, 而很少有连续光谱辐射. 特大耀斑的亮度比非扰光球连续光谱大25倍. 尽管亮度有很大增加, 但色球耀斑区的等离子体温度却没有很大增高, 只达到  $1.5 \times 10^4$  K, 而电子密度也增至  $10^{13}$  厘米 $^{-3}$ . 许多研究者认为, 色球耀斑的可见区辐射是一种次级现象.

在耀斑区观测到各种不同的运动. 耀斑本身缓慢地移动——辐射气体的径向速度大约为  $10^6$  厘米/秒, 而切向速度可能更大, 达到  $2 \times 10^7$  厘米/秒. 非常重要的是许多耀斑伴随着气体抛射. 最强的抛射伴随着亮度突然额外增加(“爆发”相). 抛射速度可能不大,  $\sim 10^7$  厘米/秒, 在这种情况下, 然后物质返回耀斑区. 其它爆发的速度可达到  $1.5 \times 10^8$  厘米/秒, 它们对相距  $6 \times 10^{10}$  厘米的其它日冕特征有明显的影响.

具有运动和辐射的气体物质的体积大约为  $10^{27}$  厘米 $^3$ . 对于密度  $n_e \approx 10^{13}$  厘米 $^{-3}$ , 这给出质量为  $10^{16}$  克. 气体运动的动能约为  $10^{30}$  尔格, 这与耀斑存在时间(即  $10^3$  秒)里所发出的能量近似相同.

气体运动的复杂轨迹清楚地表明它被磁场所控制. 在发生耀斑的色球层高度, 至今还不能直接观测到磁场. 磁场是在光球层和低色球层观测到的. 通常, 耀斑下面的磁场结构很复杂. 常常在磁场中性线附近观测到初始闪耀的“节点”.

显然, 色球“节点”是与极大磁场梯度(曾观测到梯度达到  $10^{-6}$  奥斯特/厘米)区也即最大电流密度区有关. 曾观测到磁力线的再连, 这里可能找到导致违反“冻结原则”的反常电导率. 在耀斑消失之后, 太阳表面活动区的磁场结构往往要简单一些, 梯度也减小了. 若耀斑区的磁场大约为  $10^2$  奥斯特,

则耀斑区的总磁能将约为  $10^{30}$  尔格, 即可与气体运动及其辐射的能量相比拟。

色球耀斑的一个重要特性是有大量快粒子出现。这些粒子通过它们的 X 射线辐射, 和通过它们对地球大气的影响(日地关系)被观测到, 最后已被火箭的直接测量探测到。一个强色球耀斑把  $10^{36}$ — $10^{37}$  电子加速到能量从 10 到 100 千电子伏的范围(即从  $10^{-8}$  到  $10^{-7}$  尔格), 并大约把  $10^{31}$ — $10^{32}$  电子加速到能量从 0.1 至 3 兆电子伏( $10^{-7}$  至  $5 \times 10^{-6}$  尔格)。

显然, 电子能量分布函数的形式为

$$f_e = \text{常数} \times e^{-e/\epsilon_0}, \quad (7.2)$$

式中  $\epsilon_0 \approx 200$  千电子伏  $= 3 \times 10^{-7}$  尔格。

在大约 1 秒的时间里, 电子迅速被加速, 在一个耀斑的寿命里, 粒子加速过程可能重复几次。在耀斑里, 质子也被加速。它们获得更大的能量(从  $5 \times 10^{-7}$  到  $3 \times 10^{-2}$  尔格), 因为它们的质量较大, 而是在大约  $10^3$  秒的较长时间间隔被加速。

因而, 一个色球耀斑在  $10^3$  秒内, 主要以快粒子形式释放的总能量大约为  $10^{30}$  尔格。这种能量以磁场能形式贮存在即将发生耀斑的区域里。

### § 7.3 速漂射电爆发(III, V 和 U 型爆发)

太阳射电辐射爆发的原始分类是在它们的激发机制仍不清楚的情况下进行的。因此, 在解释观测资料时, 我们将不遵守历史的次序, 而是按照它们的物理特征, 对爆发的性质进行分类。

III 型射电爆发是太阳偶发射电辐射最显著的表现。它们的辐射区在日冕里以  $0.2c$  到  $0.8c$  速度移动, 这表现为观测辐射频率的减小(频率漂移)。平均位移速度为  $v_0 \approx 0.33c$

$=10^{10}$  厘米/秒. 我们指出, 没有观测到速度小于  $0.2c = 6 \times 10^9$

厘米/秒的运动情况 (Wild, Sheridan and Neylan, 1959; 参见图 22).

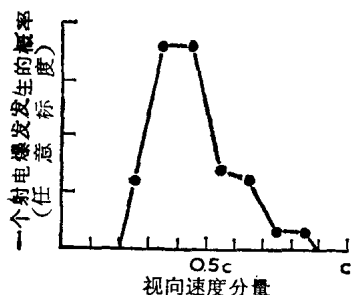


图 22 作为漂移速度函数的 III 型爆发发生的概率.

在每一“瞬时高度”(离光球距离), 相应于该高度的电子密度, 在近于朗缪尔频率和二倍于朗缪尔(二次谐波)频率处产生辐射. 一般, 辐射是在频率  $\omega_{pe} \approx 6 \times 10^8$  秒<sup>-1</sup> 和  $\omega_{pe} \approx 2 \times 10^9$  秒<sup>-1</sup> 之

间的相应高度区(即在  $4 \times 10^9$  厘米和  $10^{10}$  厘米之间高度)开始逃离日冕的, 但有时辐射是在大约  $2 \times 10^9$  厘米的更低高度开始逃离的(图 23). 火箭观测使我们有可能探索离太阳到大约  $3 \times 10^{11}$  厘米距离的这种类型辐射. 二次谐波的频率通常略小于基波频率的二倍,  $\omega^t/\omega^p \approx 1.8-2.0$  (图 24). 大多数 III 型射电爆发都发现有这两种谐波, 而它们的辐射强度大致相同.

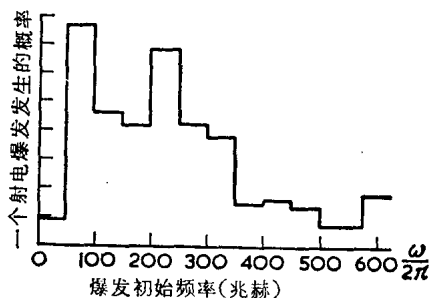


图 23 作为初始频率函数的射电爆发发生的概率.

第二谐波的辐射立体角可能比基波略为大些. 瞬时辐射带宽(在任何给定时间)相当大, 并可与相应的辐射频率相比较. 在所有情况下,  $\Delta\omega/\omega \geq 0.2$  (图 25).

每一次事件时间是 3 到 10 秒. 在高频(即日冕低层)辐射的时间可能短至 0.2 秒(在  $4 \times 10^9$  厘米高度), 但在更大高

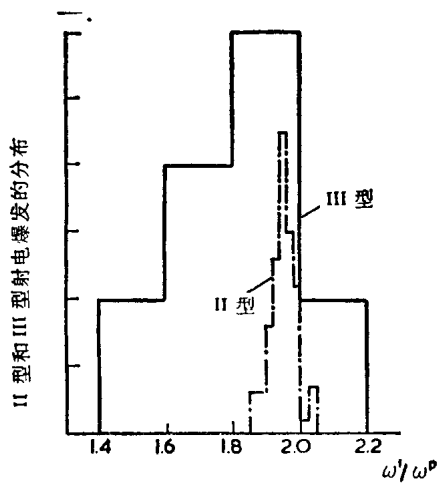


图 24 作为二次谐波频率与基波频率比值函数的 II 型和 III 型射电爆发的分布。

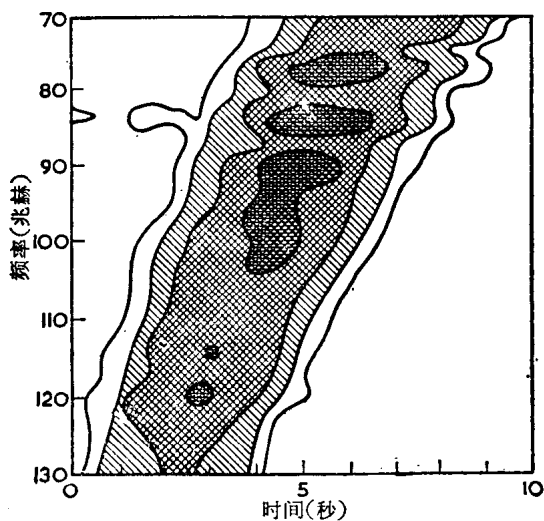


图 25 III 型射电爆发的运动频谱，颜色的加深表示辐射强度增加。

度, 辐射的时间增至 5 到 10 秒或甚至更长(在离太阳表面的距离  $\approx 4 \times 10^{10}$  厘米). 在每一频率处, 人们注意到首先是强度迅速上升, 然后呈指数地缓慢下降. 有时也看到在某一频率辐射出现中断, 但在几分之一秒后辐射再次在稍为低些的频率发生(参见图 25).

III 型爆发辐射的偏振度通常不大于 50%, 常常是椭圆偏振, 但有时是圆偏振或线偏振. 可能, 这与辐射源无关, 而是与电磁波在日冕(它产生电磁波)的传播条件有联系.

瞬时辐射区包含一个小核心(其大小在较低高度约为  $10^{10}$  厘米, 而在较大高度则达到  $2-3 \times 10^{10}$  厘米), 以及一个晕, 其大小为核心的 4—5 倍(图 26). 在较低高度, 大部分辐射强度集中在核心里, 而在更大高度, 辐射扩散到晕.

不同类型爆发的辐射强度在很宽范围内变化. 已记录到大约为  $3 \times 10^{-18}$  瓦米<sup>-2</sup> 赫<sup>-1</sup> 的流量, 对于一个立体角  $\Omega \approx 5 \times 10^{-7}$  球面度的源而言, 它相应于谱强度  $I_{\omega} \approx 10^{-10}$  尔格/厘米<sup>2</sup>. 这种强度相应于亮温度大约为  $10^{11}$  K (图 27 和 28). 这种强度值属于日冕较高层的辐射. 较低层的辐射强度小几倍; 许多爆发的强度还要小些.

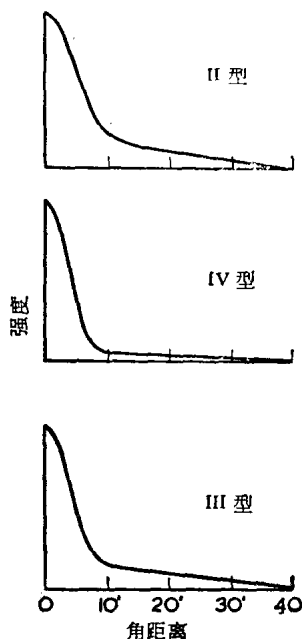


图 26 作为离源中心角距离函数的 II, IV 和 III 型射电爆发的强度分布.

III 型爆发之后, 在行星际空间观测到能量为  $3-6 \times 10^{-8}$

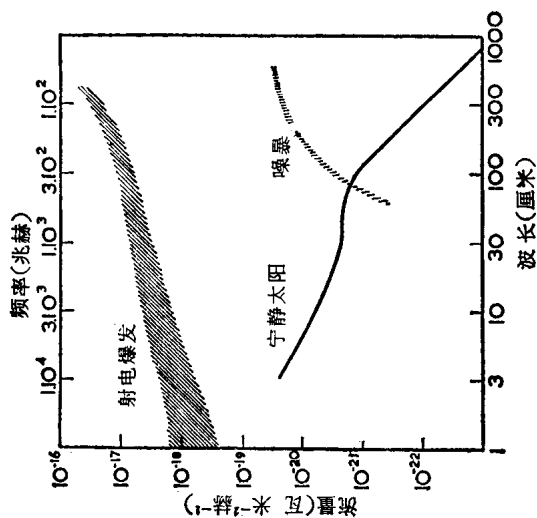


图 27 太阳偶发射电辐射强度与频率(或波长)的关系。

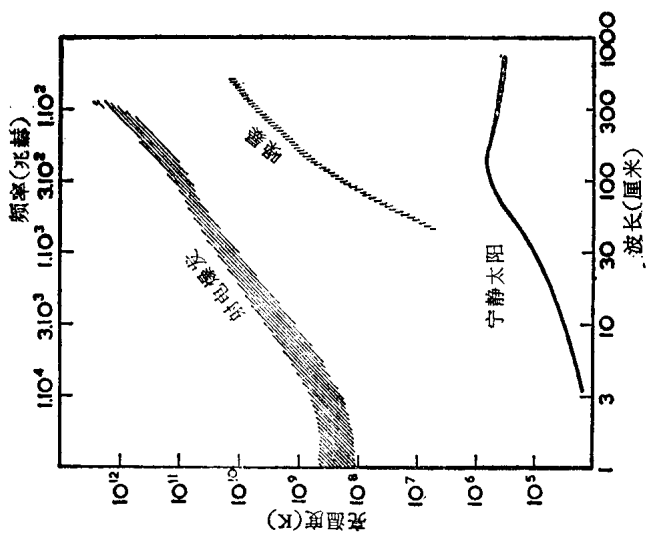


图 28 与图 27 相同,但利用亮温度来表示强度。

尔格的电子,此能量相应于速度  $v_0 \approx 10^{10}$  厘米/秒. 十分粗略的估计得出这些电子数的量级为  $10^{32} - 10^{35}$ . 它们逃入宇宙空间表明,日冕高层的磁场不是闭合的. 然而,有时这种场显然要强一些,使粒子流返回来,产生 U 型射电爆发. 这里辐射频率首先减小(与通常 III 型爆发一样),然后不变,以后又开始增加: 辐射区向下移动返回太阳表面. 在 U 型爆发“转变”点的频率约为  $\omega_{pe} \approx 1 - 3 \times 10^8$  秒 $^{-1}$ ,即相应于  $2 - 4 \times 10^{10}$  厘米的高度.

在 III 型爆发之后常常观测到 V 型爆发. 它们的频率经常小于  $10^8$  秒 $^{-1}$ . 它们的辐射波段较宽,偏振(椭圆或线偏振)比 III 型爆发更强. 这里也有一个大小  $\sim 10^{10}$  厘米的较亮核心和一个延伸的晕. 辐射区也移动,但速度较小,近似地为  $3 \times 10^8$  厘米/秒. 辐射强度与 III 型爆发同量级. III 型爆发经常发生在色球耀斑开始之后,但它们超前于耀斑极大相(图 29 和 30).

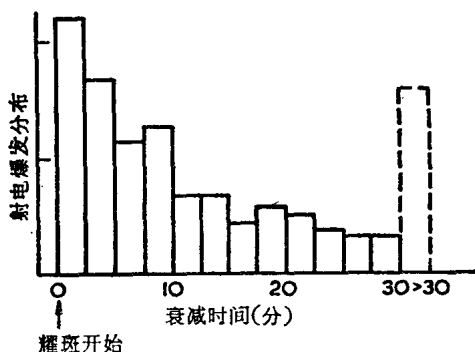


图 29 III 型射电爆发数相对于色球耀斑开始的分布.

由上述可得,这些类型的偶发射电辐射的最可能解释如下:在很短时间( $\sim 1$  秒)内,在色球耀斑中被加速的一些快电子形成以速度  $v_0 \approx 10^{10}$  厘米/秒穿过日冕(而实际没有能量损



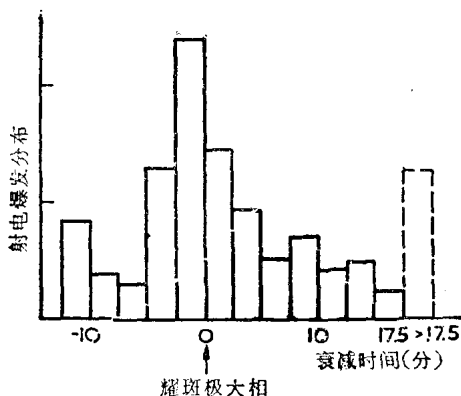


图 30 与图 29 相同,但相对于色球耀斑极大相。

失)的电子束,在束里的速度弥散为  $\Delta v_0/v_0 \approx 0.5$  (主要是根据观测资料来判断,速度小于  $0.2c \approx 6 \times 10^9$  厘米/秒的电子束不能通过日冕)。沿着它通过日冕的路径,束激发起等离子体湍动,因而我们观测到它的射电爆发辐射。

在下一节,我们将分析快电子束通过日冕,和由它们激发起等离子体湍动以及相应的电磁辐射。

#### § 7.4 慢漂或稳定射电爆发(II, IV 和 I 型爆发, 噪暴)

在 II 型爆发中也观测到频率随时间的移动,但比较缓慢。湍动区移动的速度在  $3 \times 10^7$  到  $10^8$  厘米/秒范围内(图 31 和 32)。与 III 型爆发不同,在湍动区上升时,速度有明显的变化。辐射始于频率  $\omega_{pe} \approx 6 \times 10^8 - 10^9$  秒<sup>-1</sup> (高度大约为  $1 - 2 \times 10^{10}$  厘米),直到可能的观测范围内都观测到它。爆发的时间大约为 5—10 分钟,有时达到 20 分钟。

辐射的第二谐波是经常出现的,二个谐波频率的比值平均等于 1.95,但可能是从 1.90 到 2.05 (参见图 24)。二个谐波的强度平均说来相等,但常常第二谐波较强。在高频 ( $\omega > 10^9$  秒<sup>-1</sup>),主要观测到第二谐波。

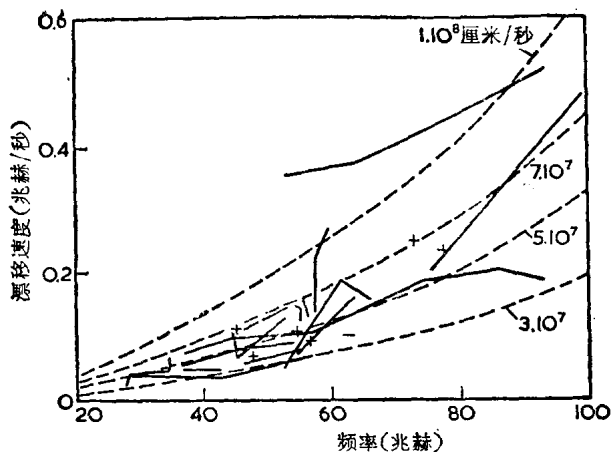


图 31 II 型射电爆发的漂移速度与频率的关系。实线相应于用几个频率对不同爆发测量的漂移速度，“+”是一个频率的测量值，虚线是对辐射源运动恒定速度而言（例如，激波），漂移速度的变化曲线。

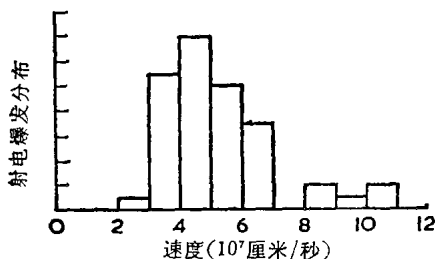


图 32 作为源运动速度函数的 II 型射电爆发的分布。

有许多情况是二个谐波的辐射突然地并且同时截止。往往在一定时间之后，辐射再次从较低频发出，但具有以前的频率漂移速度。

II 型爆发的一个特征是每一谐波分裂成两个频带。基波的二频带间的频率距离通常等于  $5-10 \times 10^6 \text{ 秒}^{-1}$  (图 33)。这种分裂在第二谐波重复着，甚至常常更零碎些，但距离大二倍。这往往起因于磁场。若令分裂频率等于  $\omega_{He}$ ，则可得磁场

强度值约为 1 奥斯特。

显然，瞬时频段的宽度约为  $\Delta\omega \approx 0.2\omega$ 。常常遇到 II 型爆发的特殊“枝状”结构。发现宽带而寿命短（小于 1 秒）的爆发从一个慢漂爆发分裂出来，并朝上和朝下漂移。这些小爆发的性质类似于 III 型爆发，但与后者的差别在于它们从 II 型爆发区向上和向下传播。它们不一定成对出现，已知有这样的情况，即当 II 型爆发本身渐渐消失时，“枝状”结构仍保留着。有 20% 的 II 型爆发已观测到这种结构或至少是其痕迹。

观测到的 II 型爆发区也包含一个亮核和一个弥散晕。核区的大小约为  $1.3 \times 10^{10}$  厘米，对于不同爆发和对于一个爆发的不同高度而言，这一数值多少是常数。而晕的大小要大 6—7 倍。

II 型爆发的射电流量也在很宽的范围内（从观测阈到  $10^{-17}$  瓦米<sup>-2</sup> 赫<sup>-1</sup> 以上数值）变化。辐射强度可能达到  $I_{\omega} \approx 10^{-9}$  尔格/厘米<sup>2</sup>。通常辐射是非偏振的，甚至在上述由于磁场影响而分裂的区域亦如此。

遇到 II 型爆发的机会比 III 型爆发少得多，但它们之间有相关性。有 60% 情况是 II 型爆发比 III 型爆发超前发生或相伴随。它们与色球耀斑也密切相关：94% 爆发是在相应耀斑的极大相发生的。然而，只有少数色球耀斑能产生 II 型

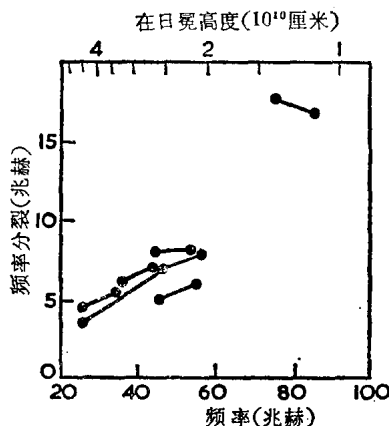


图 33 II 型爆发分裂频带与基波的关系。每一点相应于单独的测量。连点线相应于相同的爆发。

爆发。通常, II 型爆发电辐射强度比 III 型爆发的大些。

较窄带低频 II 型爆发与很宽带 IV 型爆发密切相关。后者常常由三个连续相组成(图 34)。

初相(IV A 型)是来自低于  $4 \times 10^9$  厘米高度的小源(线度小于  $10^9$  厘米)的辐射, 源的运动不明显。它在 II 型爆发之前出现, 但其辐射能持续 10 分钟到 2 小时, 而有时甚至达到 6 小时。有时在没有相应的 II 型爆发时也出现这些爆发。辐射产生于十分宽频区(至少从  $2 \times 10^9$  到  $6 \times 10^{10}$  秒<sup>-1</sup>)。辐射呈圆偏振, 偏振度随频率的减小而减小。最初辐射是同时也在所有频率产生的, 而强度的变化(通常不大)也延及一个宽的频率范围。平均强度随频率的减小而减小, 亮温度在  $10^6$  到  $10^9$  K 范围内变化。

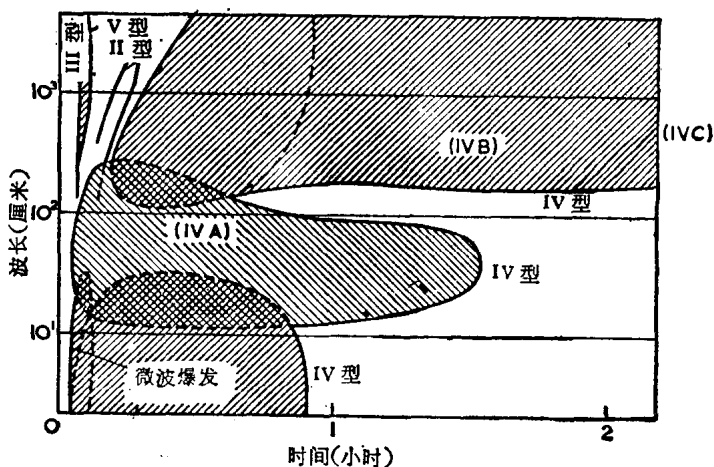


图 34 不同类型射电爆发运动频谱的示意图。

阴影区表示发生射电爆发的波长间隔和持续时间。

第二相(IV B 型)在 II 型爆发之后几分钟出现, 持续时间从 10 分钟到 2 小时, 通常比同一爆发的初相略为长些。其次, 这一相很少不与 II 型爆发伴随。在这一相中源的线度较

大(约为  $2-3 \times 10^{10}$  厘米), 在日冕里, 它以大约  $10^8$  厘米/秒或更大些的速度从高度  $10^{10}$  厘米移至  $10^{11}$  厘米. 辐射产生于比 IV A 相更低的频率处(从  $6 \times 10^8$  秒<sup>-1</sup> 到最低能记录到的频率). 发现辐射有弱圆偏振. 辐射略微随时间变化. 一般说来, IV 型爆发相对地比 II 型宁静些, 频率越高, 强度变化越小. 亮温度在  $10^7-10^9$  K 范围内.

第三相(IV C)也常常(但未必总是)跟随着 II 型爆发, 但只在它开始几十分钟后才发生. 其辐射时间很长, 从几小时到几天. 源的线度不大( $\sim 10^{10}$  厘米), 其运动不明显. 这里, 源显然与 IV A 和 IV B 相不同, 它位于其辐射频率相当于朗缪尔频率所对应的日冕层里.

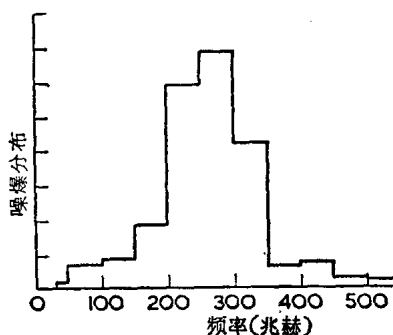


图 35 噪暴随频率的分布.

IV C 相的辐射频率小于  $2 \times 10^9$  秒<sup>-1</sup>, 它们具有相当高的圆偏振度. 这些爆发的辐射方向很确定. 辐射流量可能大于  $10^{-10}$  瓦米<sup>-2</sup>赫<sup>-1</sup>, 这相应于强度为  $3 \times 10^{-11}$  尔格/厘米<sup>2</sup>或亮温度为  $10^{10}$  K.

最常见的太阳偶发射电辐射现象是噪暴: 在太阳活动极大期, 它们占整个时间的 13%. 噪暴是一种强的辐射, 在从  $2 \times 10^9$  秒<sup>-1</sup> 到能观测到最低频率(即小于  $6 \times 10^7$  秒<sup>-1</sup>)的很宽频带里随时间而变化(图 35 和 36). 重叠在这种辐射之上的是短寿命(约 1 秒)窄带 I 型爆发( $\Delta\omega \approx \omega/10$ ). 后者的辐射只在频率间隔  $\Delta\omega \approx 10^7$  秒<sup>-1</sup> 才可能很不同(图 37). 引入注意的是其圆偏振度很强, 达到 100%.

显然, 噪暴发生在线度约为  $10^{10}$  厘米的小源里, 而重叠在

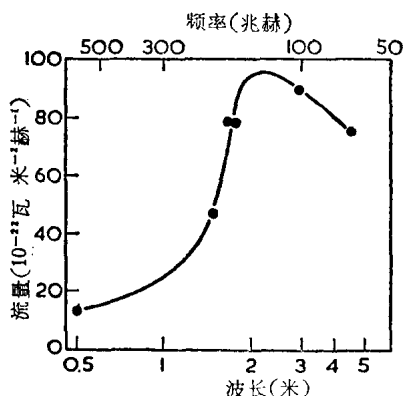


图 36 由 28 个噪暴观测资料绘出的平均辐射谱。

这些暴上的快暴则甚至发生在线度约为  $3 \times 10^9$  厘米的更小源里。

有时可看到源的移动, 但显然没有系统的速度。辐射强度与其它类型偶发无线电辐射同量级; 它可能达到  $I_{\omega} \approx 10^{-10}$  尔格/厘米<sup>2</sup>, 亮温度达到  $10^9 - 10^{10}$  K。

宽带噪暴源和窄带

谱 I 型爆发源位于日冕高层 ( $2 \times 10^{10}$  厘米以上高度), 而且这些源所处高度的等离子体频率明显低于辐射频率, 尽管可能有一些短寿命爆发的频率可以接近于  $\omega_{pe}$ 。

噪暴源位置和 I 型爆发位置同太阳磁场有十分密切的关系。通常这些源位于大黑子群上空, 与色球耀斑没有强的相关。

与快漂 III 型爆发 (那里湍动等离子体源——快电子——能清楚地

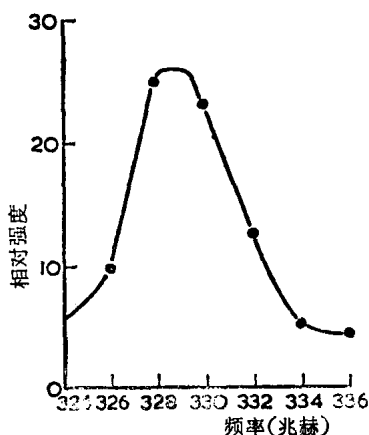


图 37 一个窄带 I 型射电爆发的谱线轮廓。

显示出来)不同, 像 II 型爆发这类慢漂或稳定爆发的解释比较复杂。下面我们将详细地讨论这些现象的各种假设和模型。显然, 其中我们看到由造成磁场陡梯度的宏观运动 (如激

波)所引起的等离子体湍动激发。

也已观测到诸如厘米和分米波爆发, 即日冕凝聚区的其它太阳活动现象。然而, 尽管它们可能与等离子体湍动有联系, 但至今仍不清楚, 我们将不分析这些现象。

## § 7.5 太阳的雷达观测

太阳的雷达探测至少在原则上使我们能得到日冕高层状态的重要资料。事实上, 只能观测到频率小于  $6 \times 10^8 \text{ 秒}^{-1}$  从太阳反射回来的无线电信号: 若用于估计非湍动等离子体, 则更高频率的反射就没有这么多, 而被日冕吸收了。诚然, 也可期望更高频率是由色球与日冕之间薄过渡层(该层  $n_e$  随深度迅速增加), 和强磁场区(该处反射层高度可能比对应于  $\omega \approx \omega_{pe}$  层更高些)反射的。迄今已用频率  $\omega_0 = 2.4 \times 10^8 \text{ 秒}^{-1}$  对太阳进行可靠的雷达探测 (James, 1966)。已实现从高度  $3.5 - 4.9 \times 10^{10}$  厘米的日冕层的反射。反射讯号系统地移向短波段  $\Delta\omega = 2.5 \times 10^5 \text{ 秒}^{-1}$ , 这可能由于反射层存在速度  $v = 1.6 \times 10^6$  厘米/秒(太阳风)的向外运动引起的。其次, 已观测到反射讯号有一个大的对称展宽, 它总是大于  $\Delta\omega = 2 \times 10^6 \text{ 秒}^{-1}$ , 有时达到  $10^7 \text{ 秒}^{-1}$  (图 38)。若它与多普勒效应有关, 则由此可得出结论, 在日冕这些高度处, 存在着速度达到  $2.4 \times 10^7$  厘米/秒或更大的随机运动。然而, 可能反射讯号的展宽是由于等离子体湍动对无线电波的反射和散射的影响造成的。

散射截面(即反射面积)在很宽范围内变化。在日冕反射高度的几何截面等于  $2.5 \pi R_\odot^2$ , 但观测到的雷达讯号反射截面却比这个数值小很多和大很多(达到  $800 \pi R_\odot^2$ )。可能, 这种效应也与等离子体湍动有关。

由此我们结束了表明太阳可能发生等离子体湍动的观测资料的扼要综述。在下面两节, 我们将给出一些等离子体天

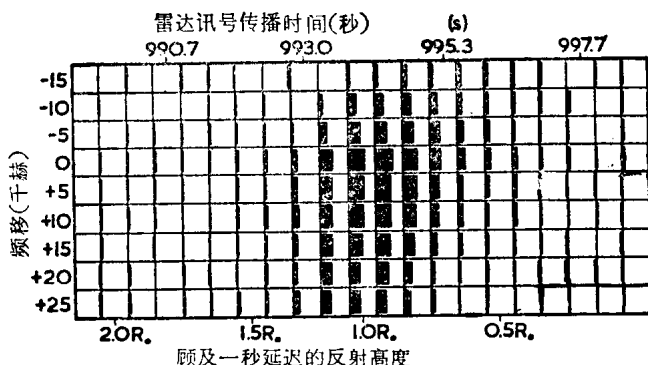


图 38 日冕反射讯号的强度与传播时间和频移关系的示意图。反射讯号的延迟可能与日冕里反射高度和多普勒位移或散射过程中频率改变有关。涂黑区的大小相应于反射讯号的强度。

体物理问题的解，根据这种解，人们试图来解释这些观测资料。本章最后一节将专门研究这种解的细节并讨论各种假说。

## §8 束不稳定性引起的纵和横等离子激元湍动的激发

对 III 型爆发通常可能被接受的解释是，在色球耀斑区被加速的一些电子通过日冕并在其中激发起朗缪尔波，再转变为频率接近于  $\omega_{pe}$  和  $2\omega_{pe}$  的电磁辐射。本节我们将研究在这种情况下产生的过程的图象。

### § 8.1 准线性的束弛豫

假设有一个平均速度为  $v_0 \gg 3v_{Te}$ ，小的速度弥散为  $\Delta v_0 \ll v_0$ ，以及方向弥散为  $\Delta \theta_0 \ll 1$  的电子束通过日冕。我们将认为束粒子密度  $n_*$  与主等离子体电子密度  $n_e$  相比是很小的。正如在 § 4 详细解释过的，束不稳定性将导致波数大约为  $k_0$  的



纵等离激元的产生。在间隔  $\Delta k_g$  内, 其中

$$k_g \approx \frac{\omega_{pe}}{v_0}, \quad \frac{\Delta k_g}{k_g} \approx \frac{\Delta v_0}{v_0}, \quad (8.1)$$

等离激元波矢量主要是沿着束运动的方向, 而增长率决定于式(2.37)。在此间隔之外, 波是在与束轴成大角度方向被激发, 其增长率为

$$\frac{\gamma^i}{\omega_{pe}} \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^2}{k^2 v_0^2} \frac{1}{(\Delta \theta_0)^2}, \quad (8.2)$$

它随波数的增加而减小, 因而波数直到  $k \approx \omega_{pe}/3v_{Te}$  的等离激元都被激发起来, 在此波数处朗道阻尼开始变得重要。若忽略非线性过程, 则这里将发生所谓准线性弛豫 (Vedenov, Velikhov and Sagdeev, 1961, 1962)。准线性弛豫理论现在已经相当完整的发展了, 在许多书和评述性文章里都可找到 (例如, 参见文献: Vedenov, 1967; Tsytovich, 1970)。

若我们限于沿着束运动的波极大增长率式(2.37), 则可采用一维模型。

因为只有当  $(\mathbf{k} \cdot [\partial f_p / \partial \mathbf{p}]) > 0$  (图 8 阴影部分), 这些处在相应于较低速度“驼峰”部分的粒子才产生感应纵等离激元辐射。这些粒子因此迅速损失能量。所以, “驼峰内部斜面”开始移入更低速度区, 斜面变得更陡 (粒子的能量越高, 能量损失也越快。参见文献: Ivanov and Rudakov, 1967)。相应于驼峰外部斜面的粒子不发出辐射 {这里  $(\mathbf{k} \cdot [\partial f_p / \partial \mathbf{p}]) < 0$ }, 但由于这里纵等离激元能量密度不大, 它们实际上不吸收——可以这么说, 这种“驼峰斜面”好象原位不动。

结果, 束粒子的分布函数就从“圆锥形”变为“平台形”, 因为束中粒子总数守恒, 它们向一边宽度增加就相应于其高度降低。

这里我们指出, 若束在电子密度减小的方向通过不均

均匀等离子体，则束粒子分布函数也在较高速的方向变宽 (Ryutov, 1970; Seidl and Sunda, 1969)。在这种情况下，由束引起的等离子体波的相速度按照式(4.2)所描述的效应增加。这种等离激元“追上”束并在驼峰外部斜面与粒子发生共振。这些粒子现在吸收了等离激元能量，它们的能量增加了，而速度较慢粒子的能量减小了。这种效应强烈地依赖于电子密度梯度值，而在宇宙条件下，对束粒子的加速可能并不显著。

现在我们来探讨均匀等离子体中准线性弛豫效应。沿着速度轴运动的已呈平台形的束粒子分布函数的“斜面”最后与主等离子体的电子分布函数相衔接。于是在总分布函数上形成了所谓平坦部分，这里对于沿着束运动方向的波矢量等离激元波，不再有  $(\mathbf{k} \cdot [\partial f_p / \partial \mathbf{p}]) > 0$  的速度范围。结果这些等离激元波就停止进一步产生。平坦部分的形成和等离激元波产生的停止称为准线性弛豫效应。平坦部分形成的特征时间大约为

$$t_{\text{plat}} \approx 40 \frac{n_e}{n_* \omega_{pe}}, \quad (8.3)$$

式中出现近似等于 40 的数值因子，是因为束粒子分布函数初始是呈平台形，只不过逐渐才展宽成平坦部分。但是平坦部分的出现并不使束的耗散停止。确实，沿着束轴的波矢量等离激元不再产生了，但是倘若没有外因(例如强磁场)阻止这种等离激元产生，则与束轴成一个角度的  $\mathbf{k}$  的等离激元感应激发仍很可能发生。因此，所有过热粒子的密度一般就减小，而束几乎完全耗散。这种耗散时间比式(8.3)稍为长些，我们可估计它大约为

$$t_{\text{dis}} \approx 10^2 \frac{n_e}{n_* \omega_{pe}}. \quad (8.4)$$

下面我们将看到，在太阳上式(8.4)特征时间大约为 1 秒。这

是一个十分重要的事实。时间  $t_{\text{dis}}$  在天体物理条件下总是(而不仅在日冕里)比宇宙的时标小。因此,只有当这种准线性弛豫由于某种原因而被抑制时,束才可能存在。例如,对于一束离子,特征耗散时间要长  $m_i/m_e \approx 10^3$  倍。相对论束的准线性弛豫也要求长  $\varepsilon_*/m_e c^2$  倍的时间,其中  $\varepsilon_*$  是粒子的平均能量。

最后,准线性弛豫可能由于非线性过程而停止。在下一小节我们将更详细研究这种效应。

这里我们不作详细分析而给出描述准线性弛豫的主要方程。通常是在一维模型范围内研究这种效应。于是束粒子的等离子体分布函数决定于扩散方程(5.2),在一维情况下,它的形式为

$$\frac{df_p}{dt} = \frac{\partial}{\partial p} \left( D^l \frac{\partial f_p}{\partial p} \right). \quad (8.5)$$

当假设湍动是各向同性时,快粒子与一维等离子体湍动扩散相互作用系数也与 § 5 得出的公式不同。这里我们不再有一个按波数的积分,它是由于速度为  $v$  的粒子吸收了所有相速度  $v_p < v$  的等离子体波而出现的。现在速度为  $v$  的粒子从一维纵等离激元谱中只吸收相速度等于  $v_p = v$  的波。因此我们得到沿速度轴的扩散系数为

$$D^l(v) = \frac{\pi m_e \omega_{pe}}{n_e} k W_k^l = \frac{\pi m_e \omega_{pe}^2}{n_e v} W_{k=\omega_{pe}/v}^l. \quad (8.6)$$

对于一维扩散情况,速度弥散的变化为

$$\frac{d}{dt} (\Delta v)^2 = \frac{2D^l}{m_e^2} = \frac{2\pi \omega_{pe}^2}{n_e m_e v} W_{k=\omega_{pe}/v}^l. \quad (8.7)$$

严格说来,式(8.7)只有在  $\overline{(\Delta v)^2} \ll v^2$  时才成立。然而,我们也可在  $\overline{(\Delta v)^2} \lesssim v^2$  情况对它进行估计。准线性弛豫理论的第二方程描述纵等离激元能谱密度的变化:

$$\frac{dW_k^l}{dt} = \gamma^l(k) W_k^l \approx \omega_{pe} \frac{n_*}{n_e} \left( \frac{v}{\Delta v} \right)^2 W_{k=\omega_{pe}/v}^l, \quad (8.8)$$

对方程组(8.7)和(8.8)的定量分析,使我们能估计出准线性弛豫的特征时间式(8.3),并表明在平坦部分形成的时刻,纵等离激元的总能量密度为

$$W^i = \int_{\omega_{pe}/v_0}^{\omega_{pe}/v_{Te}} W_k^i dk \approx \frac{1}{6} n_* m_e v_0^2. \quad (8.9)$$

为了进行更准确的分析,式(8.7)可用束粒子分布函数的运动方程代替,而在式(8.8)中,增长率的严格形式可利用束粒子分布函数的导数  $\partial f_p / \partial p$  来表示. 为了对这些问题作更详细讨论可参考维杰诺夫(Vedenov, 1967)的文章.

## § 8.2 非线性束稳定化

束稳定化有几种可能的原因,但它们都是以等离子体波从束共振中迅速逃逸为基础的(Tsytoich and Shapiro, 1965). 我们将通过研究由等离子体不均匀性引起的束稳定化例子来阐明这种效应的物理意义(Ryutov, 1970), 尽管这对于日冕情况显然是不适用的.

考察一个沿着非均匀等离子体电子密度梯度方向运动的束. 当束运动时,等离子体波相速度将一直在变化,而在没有明显弛豫时,粒子速度保持不变. 若增长率  $\gamma^i$  显著地小于从共振中逃逸时间的倒数,则等离子体波振幅就停止增大,束不再由于激发等离子体波而损失能量. 若用  $L$  表示非均匀性的特征尺度,我们可得由等离子体非均匀性引起束稳定化的判据为

$$L < \frac{v_g}{\gamma^i} \lesssim \frac{n_e}{n_*} \frac{3 v_{Te}^2}{v_0 \omega_{pe}}. \quad (8.10)$$

这一判据在日冕条件下是不满足的.

当然,若增长率  $\gamma^i$  小于碰撞衰减率,则束将是稳定的. 然而,这里只得出纵等离激元的自发激发以及它们较低的能量密度.

束稳定化的最重要机制是能量沿着由等离子体热离子的非线性散射而引起的纵等离激元谱的转移(Tsyтович and Shapiro, 1965). 它有两种作用.

第一, 在非线形散射过程中, 波矢量方向迅速变化, 因而等离激元与粒子的共振立刻遭到破坏.

第二, 沿着波数谱的转移(总是在  $k$  减小方向)也使振荡从与粒子的共振中移开. 与共振等离激元数成正比的感应辐射概率减小了, 而束变为稳定的. 顺便必须强调, 稳定化可能是局部的: 束的扩散一直在发生, 但时标长得多. 若忽略二体碰撞, 也可能有总体稳定化.

非线性散射中波矢量的转动产生一定的效应: 通过随机转动, 可得到对于  $k$  方向多少是各向同性的分布. 因此, 结果是一部分波一直在与束共振. 共振波的相对比值与束速度按方向的相对弥散同量级. 以后我们把  $\gamma^l$  理解为考虑到这种减小的有效增长率数值.

沿着波数谱的非线性转移不仅使等离激元从与束共振中移出, 而且由于它的“单向性”而不再返回共振区. 因此, 这种效应是比较重要的. 为了分析, 我们可再用式(8.7), 因为对扩散系数的极大贡献来自沿束激发的波. 然而, 必须在式(8.8)中加进考虑非线性散射的项. 对于热离子散射的微分转移情况, 这里我们有式(4.5), 式中必须用  $\gamma^l W_k^l$  代替  $Q_k^l$ :

$$\frac{dW_k^l}{dt} = (\gamma^l - \nu_e) W_k^l - \beta^l \left( \frac{W_k^l}{k} \right)^2 + \alpha^l W_k^l \frac{\partial W_k^l}{\partial k}. \quad (8.11)$$

假设的确存在束的局部稳定化, 即认为  $(\Delta v)^2$  的变化比特征时间  $1/\gamma^l$  慢. 于是我们可利用式(8.11)的准稳定解来决定  $W_k^l$ , 这里认为  $\gamma^l$  是一个缓变的量并略去  $\frac{dW_k^l}{dt}$ .

把这种方法所得的  $W_k^l$  值代入式(8.7), 这使我们能够确

定局部稳定束比较缓慢的扩散。

为了能将它代入式(8.7), 我们只须知道在谱共振区的  $W_k^l$ . 若式(4.12)的  $k_r$  小于  $k_g \approx \omega_{pe}/v_0$ , 则在式(8.11)中可略去包含  $\beta^l$  的项, 并可得  $W_k^l$  的准稳定值.

$$W_k^l = \frac{\gamma^l - \nu_e}{\alpha^l} (k_g - k) \\ = \frac{18}{\pi} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)^2 \frac{n_e m_i v_{Te}^4}{\omega_{pi}^3} (\gamma^l - \nu_e) (k_g - k). \quad (8.12)$$

这里我们假设对于  $k > k_g$ , 没有感应辐射, 因此纵等离子激元能量密度仍保持在一个低的水平上.

将式(8.12)代入(8.11), 并取共振区中量  $k_g - k$  的平均值, 即取  $k_g - k \approx \Delta k_g/2$ , 我们得到

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta v}{v_0} \right)^2 = 18 \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)^2 \frac{m_i}{m_e} \left( \frac{v_{Te}}{v_0} \right)^4 \frac{\Delta k_g}{k_g} (\gamma^l - \nu_e). \quad (8.13)$$

取  $\Delta k_g \approx k_g (\Delta v/v)$ , 我们可把这公式重写如下:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta v}{v_0} \right) = \left( \frac{v_*}{v_0} \right)^4 (\gamma^l - \nu_e), \quad (8.14)$$

式中我们引进了一个临界束稳定化速度

$$v_* = \left( 9 \frac{m_i}{m_e} \right)^{1/4} \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right)^{1/2} v_{Te} \\ = 11 \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right)^{1/2} v_{Te}. \quad (8.15)$$

在等温等离子体中  $v_* = 16 v_{Te}$ . 当比值  $T_e/T_i$  增加时, 临界稳定化速度也增加; 但当  $T_e > 3T_i$  时, 等离子激元从束共振区的移出不是通过离子的非线性过程, 而是通过衰变过程  $l \rightarrow l' + s$  (由离子声波引起稳定化). 这种情况可用同一方程来表示, 但用 1 代替  $1 + T_e/T_i$ , 所以这里临界稳定化速度可简化为  $11 v_{Te}$ .

使束稳定化的另一种作用是纵等离子激元与形成频率  $2\omega_{pe}$  横电磁波的合成过程.

由式(8.14)得出, 若束速度大于  $v_*$ , 则束的弛豫时间长于

激发等离子体波所需的时间。因为比值  $v_*/v_0$  是以四次方进入这公式的，甚至  $v_0$  略大于  $v_*$ ，也是以使非线性稳定化效应变得显著。

极小值  $v_* = 11v_{Te}$  (假设非等温等离子体情况) 在日冕条件下等于  $6 \times 10^9$  厘米/秒  $= 0.2c$ ，确实，它接近于激发 III 型爆发的观测到的束最小速度。临界速度  $v_*$  [式 (8.15)] 只是一种估值，数值系数的准确值可能多少与这里所给的不同。由此可得出结论，非线性束稳定化的作用在日冕条件下可能是显著的。然而，为了使束通过比准线性弛豫长度长得多的观测距离而没有相当大的弥散，要求  $v_0 > v_*$ 。诚然，按照式 (8.14)，当  $v_0$  增加时，弥散急剧下降；但为了使束的路径比准线性长度大 2 个量级，要求  $v_0 \geq 3v_*$ 。我们指出，在足够冷的等离子体中，可能出现  $v_0 \gg v_*$  (下面我们给出一个比较粗略的判据)，并且可能是总体的而不仅是局部的稳定化。

刚才我们讨论的非线性稳定化，只考虑了谱邻近部分波数 (即微分转移情况) 对纵等离子激元从共振区移出的影响。因此纵等离子激元谱剩下部分的形式没有考虑。然而，正如在 § 4 所看到的，在朗缪尔湍动的实际条件下，常常在很小波数区 (在主标长波数  $k_0$  周围) 产生纵等离子激元。因此若可能发生纵等离子激元的积分转移，则主标长的波就可能很强烈地把纵等离子激元从波数共振区“抽出去”。当在区域  $k \approx k_0$  产生的每一等离子激元迅速移至区域  $k \approx k_0$  时，这里也可能出现绝对稳定化，因此  $W_{k_0}^i$  就变小而近于零。

在  $k_0 \lesssim k_*$  或  $v_0 > 130v_{Te}$  的热离子散射情况下，就出现积分转移。在日冕条件下这一条件不满足。因此我们将研究电子的非线性散射。众所周知，在单次散射过程中，它就已产生明显的变化  $\Delta k \lesssim (3d_e)^{-1}$ 。对相应于比较小  $\Delta k$  值的能量转移，电子的非线性散射没有离子来得重要。然而，在单个过程

中, 对于纵等离子激元从谱的一端转移到另一端来说, 恰好相反, 离子的散射作用十分(呈指数地)小, 而电子的散射却是主要的。其次, 若在主标长区纵等离子激元能量密度很大, 则通过电子散射而使共振等离子激元向主标长区的单次转移, 可能大于离子引起的从直接靠近共振区的谱部分的转移。在这种情况下, 电子的散射导致绝对稳定化 (Rudakov, 1970, 1971)。让我们讨论由于电子散射引起共振等离子激元向小波数区

$$k_0 < k_g \left( \frac{m_e}{m_i} \right) \left( \frac{v_0}{v_{Te}} \right)^3$$

转移的问题。若  $k_0$  相应于湍动主标长, 则这一不等式在日冕条件下对 III 型爆发实际上总是满足的。这里转移增长率与等离子激元谱的详细形状无关, 并仅决定于它们的总能量密度 (Tsytovich, 1970):

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^l(l+e \rightleftharpoons l'+e')}{\omega_{pe}} &= \frac{2\sqrt{2}\pi}{81} \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^2 \left( \frac{\omega_{pe}}{k_g v_{Te}} \right)^3 \frac{W^l}{n_e T_e} \\ &\approx \left( \frac{m_e}{3m_i} \right)^2 \left( \frac{v_0}{v_{Te}} \right)^3 \frac{W^l}{n_e T_e}, \end{aligned} \quad (8.16)$$

式中  $k_g$  是被移去的等离子激元的波数。

比较式 (8.2) 和 (8.16), 我们得到通过电子积分非线性散射而使束稳定化所必需的、在谱主标长区的纵等离子激元能量密度:

$$W^l \approx n_e m_e v_0^2 \left( \frac{3m_i}{m_e} \right)^2 \left( \frac{v_{Te}}{v_0} \right)^5. \quad (8.17)$$

确定稳定化的判据归结为阐明  $W^l$  能达到什么样的极大值。当束在空间不受限制时, 显然, 量  $W^l$  不超过束本身粒子的能量密度, 即  $\frac{1}{2} n_e m_e v_0^2$ 。因此, 这里由电子非线性散射引起稳定化的判据具有形式:

$$v_0 > \left( 3\sqrt{2} \frac{m_i}{m_e} \right)^{2/5} v_{Te} \approx 40 v_{Te}. \quad (8.18)$$



若考虑束受到限制,情况就有变化.这里论述如下:法英别格和夏皮罗(Faïnberg and Shapiro, 1965),以及齐托维奇和夏皮罗(Tsytoovich and Shapiro, 1966)证明,当束进入一个受限制的等离子体时,在其前头就出现纵等离激元能量的积累,于是  $W^l$  就比束粒子能量密度大  $v_p/v_g \approx \frac{1}{3}(v_p/v_{Te})^2$  倍.这种效应在性质上是普遍的,并由束粒子和等离激元能量转移速度(群速度)的差别所引起.因此可以预期,若一个有限束在等离子体中运动,则在其前沿的后面,就形成一个增长到大约为

$$\frac{1}{6} n_* m_e v_0^2 (v_p/v_{Te})^2$$

的纵等离激元能量密度区.我们记得,按照第一章在主标长区  $v_p > \omega_{pe}/k_* = 130 v_{Te}$ , 则当

$$v_0 > \left( 3 \sqrt{6} \frac{m_i}{m_e} \frac{v_{Te}}{v_p} \right)^{2/5} v_{Te} \lesssim 10 v_{Te}. \quad (8.19)$$

时,电子的非线性散射可能是重要的.

若我们假设在主标长区被积累的能量为式(8.17), 则也可估计出发生这种积累的时间.显然,这种时间由相应于式(8.17)的  $W^l$  与产生等离子体湍动功率  $Q^l$  的比值所决定.正如前面所假设,在波数共振区,被激发的等离激元处于通过离子非线性散射转移的湍动激发的第一阶段,我们有

$$Q^l \approx Q_k^l \Delta k_p \approx \gamma^l W_k^l \Delta k_p \approx \frac{(\gamma^l \Delta k_p)^2}{2 \alpha^l} \quad (8.20)$$

因此

$$\frac{1}{t_{st}} = \gamma_{st} \approx \frac{Q^l}{W^l} \approx \frac{n_*}{2 n_e} \left( 1 + \frac{T_e}{T_i} \right)^2 \frac{m_i}{m_e} \frac{v_0}{v_{Te}} \omega_{pe}. \quad (8.21)$$

总体稳定化的增长率  $\gamma_{st}$  小于束不稳定性的增长率  $\gamma^l$ , 并大约为式(8.4)所表示的准线性耗散时间.因而若我们取  $v_0 \approx 15 v_{Te}$ , 可得  $t_{st} \approx 10^2 n_e/n_* \omega_{pe} \approx t_{dis}$ , 而在非等温等离子体中, 当

在式(8.21)中略去因子 $(1+T_e/T_i)^2$ 时,其数值还要小.这表示,仅仅在大约准线性弛豫时间,它就足以防止束弥散.若 $v_0$ 足够接近于 $v_*$ ,按照式(8.14),这是可能实现的.

由上述我们可得出结论,若日冕确实发生束稳定化过程,则性质应该相当复杂,并应依赖于重叠着横等离激元谱的总纵等离激元谱.只要束相对于等离子体波(以与束轴成一相当大角度运动着)激发是稳定时,也可能出现这种情况.

遗憾的是,日冕的条件是这样:利用对有限的稳定化情况或准线性弛豫束所得出的理论来作简单的估计是不够的,因为相应的参数大约为1.然而,无疑不能忽略电子或离子的非线性转移效应,或者在初始阶段的准线性弛豫效应.显然,若考虑到束的有限性和累积效应,以及所有准线性和非线性过程都是三维的,则只能用数值方法得出整个问题的解.然而,这里所有的物理过程都是很确定和清楚的,可以期望在不久的将来能进行这种研究.

为了进一步讨论,我们认为第一阶段在束已抵达日冕的给定区域之后,等离子体湍动将被激发,并且共振等离激元由于离子的非线性散射而移开.这一阶段的时间比准线性弛豫的特征时间式(8.3)稍为长些,而且湍动的功率决定于式(8.20),即

$$Q^i \approx 9 \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)^2 \left(\frac{n_*}{n_e}\right)^2 \frac{n_e m_i v_{Te}^4}{v_0^2} \omega_{pe}. \quad (8.22)$$

利用 $v_*$ 的定义,我们也有

$$\frac{Q^i}{n_e T_e \omega_{pe}} \approx \left(\frac{n_*}{n_e} \frac{v_*^2}{v_{Te} v_0}\right)^2. \quad (8.23)$$

在整个谱已累积足够的纵等离激元能量密度之后,电子的非线性转移将进一步限制 $W^i$ 的增加,并因而导致束稳定化.现在,共振区的纵等离激元能量密度取决于式(8.16)的移开和

等离激元通过自发散射从主标长区向这个区域的转移之间的平衡,而这种转移可按式估计:

$$J_k^i(l+e \rightleftharpoons l'+e') = \frac{4\sqrt{2\pi}}{27} \left( \frac{m_e}{3m_i} \right)^2 \left( \frac{\omega_{pe}}{kv_{Te}} \right)^3 \frac{m_e \omega_{pe}^3}{2\pi^2} \frac{W^i}{n_e T_e}. \quad (8.24)$$

将式(8.16)除(8.24),我们可得共振区的谱为[也参见式(4.29)]

$$W_k^i = \frac{m_e \omega_{pe}^2}{6\pi^2}. \quad (8.25)$$

这个量比热能级(等于  $W_k^i = T_e k^2 / 2\pi^2 = m_e \omega_{pe}^2 v_{Te}^2 / 2\pi^2 v_0^2$ )差不多大  $(v_0/v_{Te})^2$  倍. 在这一阶段束也发生弥散,但特征时间大约为  $(10/v_e)(v_0/v_{Te})^3$ , 即大约是由于二体碰撞而使束消散的时间(这个事实应当包括在束不稳定性的总体稳定化的概念里).

电磁辐射产生于形成谱的第一阶段和束稳定化的第二阶段. 下面我们将给出这种辐射强度的估计,而目前首先分析包括纵和横等离激元在内的二模式湍动的更普遍的性质.

### § 8.3 纵和横等离激元湍动

直接由束产生的共振纵等离激元通过离子的非线性散射不仅转移到较小波数区,而且也把它们能量转移给横等离激元. 若横和纵等离激元两者的光学厚度远大于1,则在湍动区内将出现纵与横等离激元之间能量的连续交换,并伴随着它们转移到较小  $k$  区. 为了描述这种过程,利用只在 § 4 已详细讨论过的包含纵等离激元湍动的分析方法,我们写出运动方程.

在波数区  $k_* < k < k_g$  的运动方程组在统一标度

$$k_p = \sqrt{3} (v_{Te}/c) k$$

中有如下形式:

$$\frac{dW_k^i}{dt} = Q_k^i - \nu_e W_k^i - \beta^i \left( \frac{W_k^i}{k} \right)^2 + \alpha^i W_k^i \left[ \frac{\partial W_k^i}{\partial k} + k \frac{\partial}{\partial k} \frac{W_k^i}{k} \right], \quad (8.26)$$

$$\frac{dW_k^p}{dt} = -\nu_e W_k^p + \alpha^i \frac{W_k^p}{k} \frac{\partial}{\partial k} (kW_k^i). \quad (8.27)$$

方程组(8.26), (8.27)与方程(4.5)之间的差别同我们考虑通过离子散射的所有可能的纵和横等离激元的转移速率[利用式(3.17), (3.19)和(3.20)的增长率]有关。

为了寻求稳定解, 自然是从研究方程组(8.26)和(8.27)开始。然而, 在某种情况下, 方程组(8.26)和(8.27)没有满足转移区物理边界条件的稳定解。为了证明这一点, 我们研究较简单的方程组, 其中在式(8.26)和(8.27)里, 略去描述由于合成( $\beta^i$ )和电子与离子的碰撞( $\nu_e$ )而造成损失的项。在转移区  $k_* < k < k_g$ , 即当  $Q_k^i = 0$  时, 稳定方程组的解为

$$W_k^i = A \frac{k}{k_g}, \quad W_k^p = \frac{A}{2} \left( \frac{k}{k_g} - \frac{k_g}{k} \right) + B \frac{k}{k_g}, \quad (8.28)$$

式中  $A$  和  $B$  为积分常数(在  $k \approx k_g$  时, 即  $W_k^i$  和  $W_k^p$  值)。由式(8.28)得出, 不能合理地选择  $A$  和  $B$ , 使得  $W_k^p$  和  $W_k^i$  两者在从  $k = k_g$  到  $k = k_* \ll k_g$  的整个范围都是正的。

然而, 方程组(8.26)和(8.27)有一个准稳定解, 其中  $W_k^i$  和  $W_k^p$  在同时沿波数轴移动时由于某种原因而随时间脉动。在 § 4 讨论阿尔文和磁声湍动时, 已遇到类似的情况。

这可表示如下: 令在某一时间, 分布  $W_k^i$  和  $W_k^p$  已给定。经过一些时间后, 能量已从一个纵等离激元波数区转移到附近的横等离激元波数区, 并从此又转移到纵等离激元波数甚至更小的区域。波是沿着波数轴“传播”, 并把能量转换为不同的模式。这些“波”的特征周期为

$$\frac{1}{t_n} \approx 2\pi\alpha' \frac{\partial W_k^I}{\partial k} \approx \omega_{pe} \frac{m_e}{m_i} \left( \frac{v_0}{v_{Te}} \right)^2 \frac{W^I}{n_e T_e}. \quad (8.29)$$

一般说来, 一个二模式等离子体湍动在微分转移范围内具有“类波”的性质, 这与单模式湍动不同, 在那里可能有稳定解, 或在波数轴出现跳跃式的不稳定解。

在积分转移中不存在类波能量转移效应, 因为等离激元立即转移到谱的小波数区。图 39—41 表示所有这些特性,

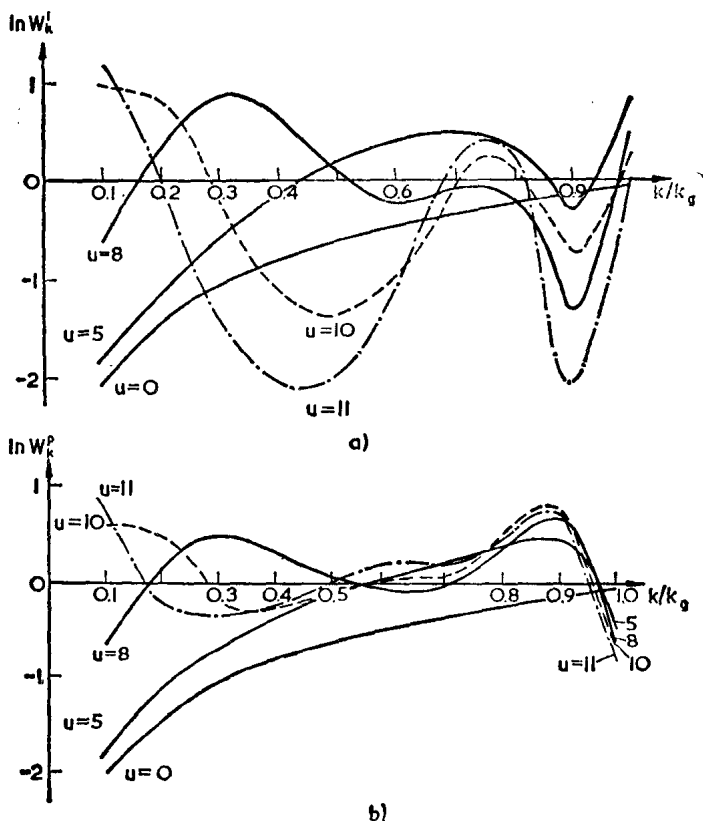


图 39 在不同时间  $u=2\gamma t$ , 由  $v_0=v_{Te}^2/3v_{Ti}$  的束所激发的湍动微分转移情况下, 纵(a)和横(b)等离激元湍动谱能密度。

其中我们给出在考虑微分和积分转移概率时，由动力学方程的数值解所得出的纵和横等离激元湍动谱(Kaplan and Tsytovich, 1968 a).

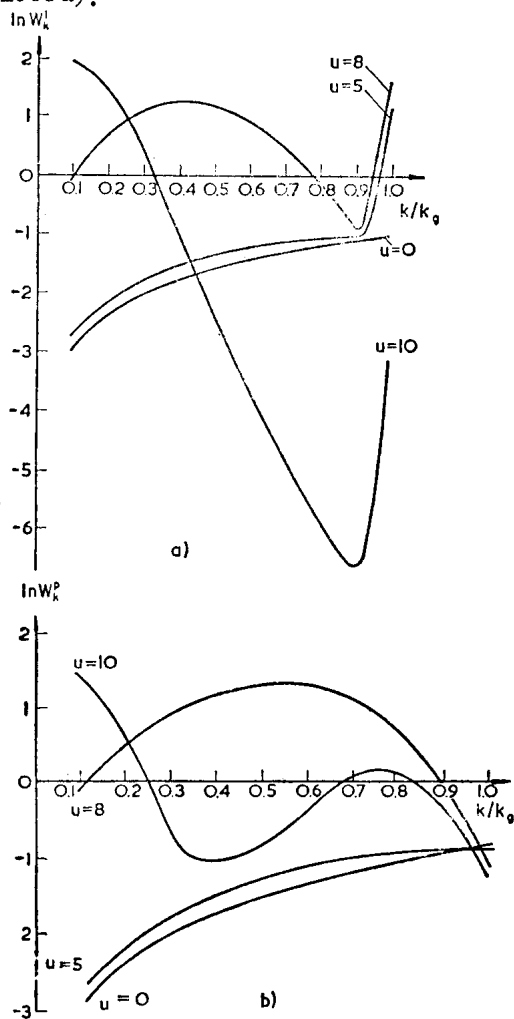


图 40 与图 39 相同，但在微分和积分湍动转移区之间边界上束的速度更大， $v_0 = v_{Te}^c / v_{Te}$ 。

主要特征是按时间平均的纵和横等离激元谱能密度。根据从纵到横等离激元的转移概率与相反过程转移概率相等的一般考虑,以及由图 39—41 的讨论可得出,人们可以期望  $W_k^l$  和  $W_k^p$  的平均值多少是相同的,并且相应于在 § 4 已得出的平滑纵等离激元湍动谱[参见式(4.8)和图 4]。因而对于波数区  $k_* < k < k_g$ , 我们得到

$$W_k^l \approx W_k^p \approx \left( \frac{Q^l}{\alpha^l} \right)^{1/2} \approx \frac{\gamma^l \Delta k_g}{\alpha^l} \approx \frac{n_* m_e v_*^4}{\omega_{pe} v_0}. \quad (8.30)$$

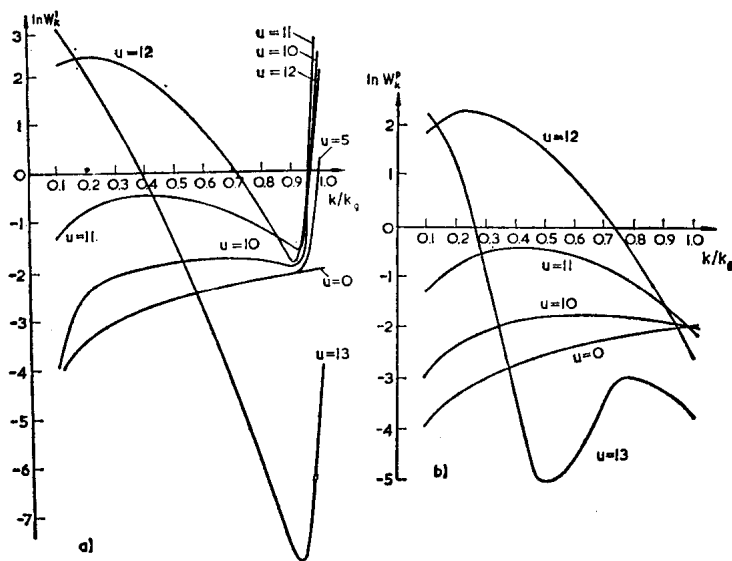


图 41 与图 39 相同,但对于  $v_0 = 3v_{Te}/v_{Ti}$  的积分转移情况而得出。

把式(8.23)的  $Q^l$  或式(8.2)的  $\gamma^l$  代入之后,我们可得用它们本身波数标度表示的横等离激元:

$$W_{k_p}^p \approx \frac{n_* m_e c v_*^4}{\omega_{pe} v_{Te} v_0}. \quad (8.31)$$

在相应于平滑谱的波数范围内,总纵等离激元的能量密度等于

$$W \approx W_k^l k_g \approx n_* m_e v_*^2 \frac{v_*^2}{v_0^2}. \quad (8.32)$$

在十分小波数(主标长)谱区, 纵等离激元能量密度取决于束稳定化条件. 这个问题在下节将详细讨论. 这里我们可以期望在这一谱区, 纵等离激元能量密度将远大于式(8.32)的估值[例如, 参见式(8.17)].

另一方面, 在  $k > k_g$  的大波数区, 纵等离激元能谱下降, 因为增长率(8.2)减小. 利用在已知增长率情况下决定等离激元谱的相同方法, 我们可得在统一波数标度下的纵和横等离激元为

$$W_k^l \approx W_k^p \approx \frac{n_* m_e v_0^2}{k} \left( \frac{v_*}{v_0} \right)^4. \quad (8.33)$$

这种谱不能延伸到大波数区, 因为通过电子非线性散射把等离激元逆转移到波数约为  $k_g$  区的过程变成重要了. 把式(8.23)的量  $Q^l$  代入(4.26), 我们求出这种转移的增长率为

$$\gamma^l(l+e \rightleftharpoons l'+e') \approx \frac{n_*}{n_e} \left( \frac{v_*}{v_0} \right)^4 k v_{Te}, \quad (8.34)$$

也就是它随  $k$  的增加而增大. 将式(8.34)与(8.2)作比较, 我们得到式(8.33)谱延伸到

$$\begin{aligned} k_{\max} &\approx \frac{\omega_{pe}}{v_{Te}} \left( \frac{v_0}{v_*} \right)^{2/3} \left( \frac{v_{Te}}{v_*} \right)^{2/3} \\ &\approx \frac{\omega_{pe}}{4 v_{Te}} \left( \frac{v_0}{v_*} \right)^{2/3}. \end{aligned} \quad (8.35)$$

在  $k > k_{\max}$  区, 纵等离激元谱可用式(4.29)或(4.30)表示. 这一能量已不足产生受激过程, 尤其是不够把能量转变成横等离激元. 这里横等离激元的自发辐射也不会给出明显大于热能级的能量密度.

在大波数区湍动发展的第一阶段, 在  $k_g \lesssim \omega_{pe}/3c$  时, 由式(8.33)我们可得以其自身标度表示的横等离激元谱为



$$W_{k_p}^p \approx \frac{n_* m_e v_0^2}{k_p} \left( \frac{v_*}{v_0} \right)^4. \quad (8.36)$$

然而, 事实上方程(8.36)给出过高的估值, 因为这里由离子引起的纵等离子激元转移到横等离子激元的作用显著减小.

在湍动发展的第二阶段, 当由于来自主标长区散射而出现稳定化时, 总产生功率迅速下降, 而谱(8.33)和(8.36)减小得还要大.

利用刚才已给出的公式, 我们可得出粗略的定量估计, 但必须强调, 需要对这里发生的过程进行更精细的分析.

## § 8.4 射电辐射从湍动区的出射

显然, 纵和横等离子激元湍动应当在频率接近于  $\omega_{pe}$  (横等离子激元的出射), 和在频率接近于  $2\omega_{pe}$  (纵等离子激元的合成) 两处产生射电辐射. 我们将对这两种形式电磁辐射的强度予以估计.

尽管在等离子体湍动区横等离子激元能量密度很高, 但其出射概率却十分小. 的确, 我们在 § 7 已指出, 只有比较大波数 (例如,  $k_p > 0.2\omega_{pe}/c$ ) 的等离子激元才没有受到很强吸收而从日冕传出来. 若  $k_p \approx 0.2\omega_{pe}/c$ , 由此我们可得频率接近于  $\omega_{pe}$  的辐射强度的上限:

$$I_{\omega}^p \approx \frac{W_{k_p}^p}{4\pi} \approx 3 \times 10^{-3} \frac{c}{\omega_{pe}} n_* m_e v_0^2. \quad (8.37)$$

若考虑到在高层的吸收, 则观测强度可能比这一数值小 2 个量级.

当湍动区在日冕移动时, 式(8.37)所给出的量  $I_{\omega}^p$  与  $\omega_{pe}^{-1}$  成正比地增加 (在  $n_*$  为常数时), 这与观测资料定性地符合.

利用式(3.30)可估算出频率接近于  $2\omega_{pe}$  的辐射强度. 这里对能从湍动区出射的电磁波波数的限制要比频率接近于

$\omega_{pe}$  的出射情况弱些, 不过, 波数最大的辐射离开介质的概率却要大些. 若在式(3.30)只保留第二积分, 并设  $W_k^t = \text{常数}$  (平滑谱), 我们得到

$$\begin{aligned} J^t &= \int J_{\omega}^t d\omega \approx \frac{4\omega_{pe}^3}{n_e m_e c^4} (W_k^t)^2 \\ &\approx \frac{4\omega_{pe}^3 Q^t}{n_e m_e c^4 \alpha^t} \approx \frac{4n_*^2 m_e v_*^8}{n_e c^4 v_0^2} \omega_{pe}, \end{aligned} \quad (8.38)$$

式中已用了  $W_k^t$  的式(8.30).

谱发射系数的量级可估计为  $J_{\omega}^t \approx J^t / \omega_{pe}$ . 同时取  $v_* \approx v_0/2$ , 我们得出

$$J_{\omega}^t \approx \frac{n_*^2 m_e v_0^8}{100 n_e c^4}. \quad (8.39)$$

相对于频率为  $2\omega_{pe}$  的波衰变成二个纵等离激元来说, 等离子体湍动区通常是光学薄. 用  $R$  表示发生合成区的特征尺度, 可得谱强度为

$$I_{\omega}^t \approx \frac{J_{\omega}^t R}{4\pi} \approx 8 \times 10^{-4} \frac{n_*^2 m_e v_0^8}{n_e c^4} R. \quad (8.40)$$

当日冕里这个区域的高度增加时, 频率  $\sim 2\omega_{pe}$  的辐射按  $\frac{1}{n_e} \sim \frac{1}{\omega_{pe}^2}$  增强. 当等离激元积聚在主标长区[式(3.30)的第一项]时, 辐射强度从给定的能级起随时间的增加而叠加在这种效应上. 但是, 由于电子的散射, 这种积聚开始阻止

$$k \approx \sqrt{3} \omega_{pe} / c$$

等离激元密度的增加[参见式(3.30)和(8.16)]. 总辐射强度不会比式(8.40)大很多. 频率为  $2\omega_{pe}$  的强度随高度的增加, 以及它相对于频率  $\omega_{pe}$  的辐射的延迟与观测资料定性地一致.

## § 8.5 磁场对纵和横等离激元湍动的影响

观测到的 III 型爆发的偏振表明, 磁场对日冕等离子体

湍动的性质的影响是肯定的, 尽管可能在某种程度上, 观测到的偏振与射电波在日冕的传播条件有关。

通常不等式  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$  对于日冕是满足的。因此我们首先探讨弱磁场对纵和横等离激元湍动的影响。然后, 我们将简要研究  $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$  时的强磁场情况。虽然日冕等离子体湍动没有这种特性, 但在太阳系其它天体, 例如在有强磁场的行星电离层(如木星附近)就不难发生这种情况。

由式(1.23)得出, 当  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$  时, 磁场对纵等离激元的影响可考虑在色散关系中用  $\omega_{pe}^2 + \omega_{He}^2 \sin^2 \vartheta$  代替  $\omega_{pe}^2$ 。然而, 这种明显不大的改正将导致湍动性质相当大的变化。确实, 沿着湍动谱的非线性能量转移的主要特性是在这种转移过程中频率变小了。若没有磁场, 则只有在波数减小时, 频率才可能减小。在磁场中, 纵等离激元频率也下降, 因为角度  $\vartheta$  减小, 就是说等离激元波矢量是沿磁场排列的。

换句话说, 在  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$  时, 在等离子体湍动中可发生如下情况: 由大波数值产生的纵等离激元开始通过非线性转移过程转到较小  $k$  值, 一直到量  $\omega_{He}^2 \sin^2 \vartheta$  与  $3v_{Te}^2 k^2$  相当为止。然后, 非线性转移开始使  $\vartheta$  值减小, 所以, 较小波数的湍动将趋近于所有波矢量平行(或反平行)于磁场的状态。作为第一近似可假设, 对波数大于

$$k_H \approx \frac{\omega_{He}}{\sqrt{3} v_{Te}} \approx \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \frac{1}{\sqrt{3} \cdot d_e} \quad (8.41)$$

的纵等离激元湍动仍保持各向同性的性质, 而对于较小波数, 作为一级近似可认为它是一维的。当然, 发生沿着整个谱向较小  $k$  值的转移。

若  $k_H > k_g$ , 则等离子体湍动几乎是一维的, 而等离激元被限制在磁场周围的小角  $\Delta\theta_i$  范围内。在上一节所得出的方程仍然满足, 而这里只是频率为  $2\omega_{pe}$  的辐射强度减小  $(\Delta\theta_i)^2$  倍。

实际上, 其它的变化属于数值系数不大的改正造成的[例如, 由于  $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_1)^2 / k^2 k_1^2 \approx 1$ , 非线性效应增加 3 倍, 而在各向同性情况, 这一公式的平均值为  $\frac{1}{3}$ ]. 日冕的磁场强度不知道, 但若取  $H \approx 1$  奥斯特, 则有  $\omega_{He} \approx 1.8 \times 10^7$  秒<sup>-1</sup> 和  $k_H \approx (20d_e)^{-1}$ , 这可与  $k_g$  相比拟, 但大大小于相应于频率为  $\omega_{pe}$  辐射的  $k \sim (4d_e)^{-1}$  值. 因此, 磁场对频率  $\sim 2\omega_{pe}$  辐射的抑制比  $\omega_{pe}$  辐射更强些. 然而, 影响湍动的磁场值显然应大于 1 奥斯特, 因为束流本身所产生的场大约为 1 奥斯特.

在考虑磁场时, 横等离激元的色散关系为[参见式 (1.10)]

$$\omega^2 = \frac{\omega_{pe}^2}{1 \pm (\omega_{He}/\omega_{pe}) \cos \vartheta} + c^2 k^2, \quad (8.42)$$

频率的减小伴随着波矢量相对于磁场方向的改变. 寻常波(正号)倾向于使其波矢量转向磁场 ( $\cos \vartheta$  增加), 而非寻常波(负号)使其波矢量转向垂直于磁场. 因为在非线性散射过程中, 转换概率正比于  $([\mathbf{k}_p \wedge \mathbf{k}_i] \cdot [\mathbf{k}_p \wedge \mathbf{k}_i])$ , 由此得出在一维纵等离激元湍动情况下, 非常横等离激元有较大的激发概率.

一般, 由在比较弱磁场中一维湍动产生的横等离激元辐射偏振的整个理论, 仍然需要详细考虑波在磁化等离子体中的传播.

现在我们简单谈一下  $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$  的情况. 齐托维奇和卡普兰 (Tsytovich and Kaplan, 1969) 曾详细研究过这种等离子体中的非线性过程. 齐托维奇 (Tsytovich, 1971a, 1972b) 探讨过回旋频率等离激元湍动. 这里, 我们只限于给出当所有纵(包括回旋频率)等离激元的波矢量沿着磁场指向时, 一维湍动情况的主要结果.

激发回旋频率(即在频率  $\omega_{He}$ )等离激元的束不稳定性的增长率决定于方程

$$\frac{\gamma^h}{\omega_{He}} \approx \frac{n_*}{n_0} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \right)^4 \left( \frac{v_0}{\Delta v_0} \right)^2. \quad (8.43)$$

利用通常的方法，可计算沿着回旋频率等离激元谱和从回旋频率等离激元到电磁波以及相反情况的能量转移。这里最好认为谱函数不是属于波数范围，而是属于频率( $\omega$ )范围。更准确地我们认为函数  $W^h$  和  $W^t$  是属于量

$$\Delta\omega = \omega - \omega_{He} - \frac{1}{6} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}}. \quad (8.44)$$

对于沿着回旋频率等离激元谱的转移率[类似于式(3.17)]，我们得到估值

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^h(h+i \rightleftharpoons h'+i')}{\omega_{He}} &= \frac{\pi}{2(1+T_e/T_i)^2} \frac{\omega_{pe}^4}{n m_i v_{Te}^2 \omega_{He}^3} \\ &\times \frac{\partial}{\partial(\Delta\omega)} [(\Delta\omega) W_{\Delta\omega}^h]. \end{aligned} \quad (8.45)$$

从回旋频率等离激元转移到电磁波的速率为

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^t(h+i \rightleftharpoons t+i')}{\omega_{He}} &= \frac{\pi}{2(1+T_e/T_i)^2} \\ &\times \frac{\omega_{pe}^4}{n_e m_i v_{Te}^2 \omega_{He}^3} (\Delta\omega) \frac{\partial}{\partial(\Delta\omega)} W_{\Delta\omega}^h. \end{aligned} \quad (8.46)$$

在准稳定谱情况下，能量连续地从回旋频率等离激元转移到电磁波，反之亦然。一般类似于  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$  情况。相应的谱可由条件  $\gamma^t \approx \gamma^h \approx 0$  得出，对于回旋频率等离激元，由此可得

$$W_{\Delta\omega}^h = \frac{\text{常数}}{\Delta\omega}, \quad W_k^h = \frac{\text{常数}}{k}. \quad (8.47)$$

对于电磁波可得白谱

$$W_{\Delta\omega}^t \approx \text{常数}. \quad (8.48)$$

常数值取决于产生湍动源的功率。

对回旋频率等离激元湍动的一般分析表明，这里所有线性和非线性过程发生的效率比  $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$  的等离子体的类似过

程要差些。其次,回旋加速吸收的作用在这里也是重要的。

下面所述也是重要的。处于强磁场的等离子体中,总是有二个等离子体分支:一个具有频率  $\omega_{He}$ , 另一个具有频率  $\approx \omega_{pe} |\cos \vartheta|$ 。除了量级为 1 的因子外,所得到的通常朗缪尔波的所有关系对于第二支都是对的。这表示,若一电子束入射到有强磁场的等离子体中,则它将首先激发  $\omega \approx \omega_{pe} |\cos \vartheta|$  的纵等离子激元分支。一不稳定束几乎把它所有能量转移给朗缪尔湍动,而回旋频率湍动能级变低,几乎变成热能级。一稳定束也能把回旋频率湍动激发到相当高的能级,因为现在束不稳定性增长率和转移率之比与在朗缪尔湍动情况同量级。

频率为  $\omega' \approx \omega_{pe} |\cos \vartheta|$  的纵等离子激元在非线形转移中,由于  $\cos \vartheta$  减小,即由于趋于垂直磁场指向而使它们的频率减小。频率的减小由下列条件限制着:

$$\omega' \gtrsim (\omega_{He} \omega_{Hi})^{1/2} \approx \left( \frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \omega_{He}. \quad (8.49)$$

这种等离子激元很快被吸收掉。在几篇文章里(例如,参见文献: Kovner, 1960, 1961; Shapiro and Shevchenko, 1968; Gershman and Trakhtengerts, 1966)可找到束不稳定性以及在强磁场等离子体中准线性弛豫的详细分析。

## § 9 离子声湍动的电磁辐射

III 型爆发理论能获得进展,主要是因为在这种现象中清楚地观测到湍动源——快粒子束。换句话说,在 III 型爆发中,粒子加速与粒子引起湍动在空间上是分开的。其它类型的太阳偶发射电辐射没有这种性质。在这些爆发中,粒子加速和纵及横等离子激元的激发是在同一区域(至少在空间邻近区域)发生的。

必须记住,在日冕条件下,频率 $\sim\omega_{pe}$ 的强电磁辐射的产生应当超前于纵和横等离子体湍动激发。其次,为了引起纵等离子体激元的感应辐射,需要有足够多的速度大于 $3v_{Te}$ 的电子。显然,把电子加速到这种速度的过程,与接着由它们产生纵和横等离子体湍动激发也在 II 型爆发,以及可能也在其它慢漂或稳定爆发中发生。

可以区分两种基本的加速机制。其中一种是随机加速,这已在 § 5 详细讨论过了。吸收和辐射等离子体波的快粒子在沿“动量轴”扩散时增加它们的速度。第二种加速机制与等离子体中出现足够大电场强度有关。这两种机制对等离子体天体物理都很重要。但它们的作用各不相同。

当带电粒子在等离子体湍动区停留足够长时间时,随机加速机制是有效的。例如,它发生于后面章节将详细讨论的等离子体反应堆中或磁瓶中。电场加速不需要长时间把粒子封锁在密闭区里,而另一方面却必须有足够大的磁场梯度以产生相应的电场。在日冕条件下,随机加速机制只有在足够高等离子体湍动能级的磁捕获区才有效。显然,在磁场梯度很大的日冕和色球的那些区域,更可能发生电场引起粒子的加速。

### § 9.1 激波中的快电子

在日冕条件下,激波中会出现感应电场,其数量可确定如下:在激波中磁场的变化(以及一般在任何会发生这种变化的系统中)通过下式与流经等离子体的电流密度  $\mathbf{j}$  相联系,即

$$\text{curl } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} = \frac{4\pi}{c} \sigma \mathbf{E} = \frac{4\pi en_e}{c} \mathbf{u}, \quad (9.1)$$

式中  $\mathbf{u}$  是电子相对于离子的漂移速度。

在 § 4 我们讨论过等离子体电导率。我们看到,若  $u$  大

于离子声速度  $v_s$ , 则能量密度达到 0.1—0.2 倍等离子体热能密度的强离子声湍动就发展起来了。

若色球和日冕区由于某种原因形成这样的磁场梯度:

$$\frac{\partial H}{\partial l} \gtrsim \frac{4\pi en_0}{c} v_s, \quad (9.2)$$

则不可避免地将发生离子声湍动, 并且将有一个电场, 其电场强度决定于式(4.40)和(9.1):

$$eE = \frac{10^{-2}}{4\pi} \frac{c^2}{v_{Te} \omega_{pe} n_0} \left( \frac{\partial H}{\partial l} \right)^2. \quad (9.3)$$

式(9.3)只有在场强  $E$  满足不等式(4.43)时才成立。这种场加速电子。与此同时, 这种加速受到电子与离子以及电子与离子声等离子体湍动波两者碰撞的阻碍。

若湍动已发展起来, 则当然可忽略与离子的碰撞, 而电子仅被离子声波引起的散射所减速。对于热电子, 这种碰撞频率决定于式(4.39), 而对于以速度  $v > v_{Te}$  运动的电子, 则有

$$\nu_s(v) = \frac{\omega_{pe}}{100} \frac{u}{v_{Te}} \left( \frac{v_{Te}}{v} \right)^3 = \left( \frac{v_{Te}}{v} \right)^3 \nu_{eff}. \quad (9.4)$$

带电粒子与离子声波的“碰撞”具有与通常库伦碰撞相同的速度依赖关系。由于场作用在电子的力为  $eE$ , 而摩擦力为  $-m_e v \nu_s(v)$ 。若

$$m_e v \nu_s(v) = m_e v_{Te} \left( \frac{v_{Te}}{v} \right)^2 \nu_{eff} \leq eE, \quad (9.5)$$

则电子变为“逃逸”电子。我们可用  $m_e u \nu_{eff}$  来代替量  $eE$ , 因为漂移速度刚好决定于条件——主电子群的减速等于它们的加速。因此, 不仅对于通常电子与离子的碰撞, 而且对于电子与离子声湍动波的碰撞, 都可得出速度大于

$$v_r = v_{Te} \left( \frac{v_{Te}}{u} \right)^{1/2} \quad (9.6)$$

的电子变为“逃逸”电子(Dreicer, 1960; Gurevich, 1960)。



若速度  $v > v_r$  的电子没有其它的减速机制, 则在它们通过离子声湍动区之后(若湍动区的大小约为磁场梯度的尺度), 它们将被加速到能量

$$\varepsilon = eER \approx \frac{eEH}{\partial H / \partial l} \approx \frac{10^{-2}c^2}{v_{Te}\omega_{pe}n_e} \frac{\partial}{\partial l} \left( \frac{H^2}{8\pi} \right). \quad (9.7)$$

然而, 通常这是不会发生的. 问题在于所研究电子主要在一个方向(沿着磁场)运动, 因而形成了强烈地激发纵等离激元湍动的电子束, 这是因为被加速电子的速度  $v_r > v_{Te}$ .

这样, 整个过程的最后结果是在离子声湍动已激发的区域, 激起了相当强的朗缪尔湍动. 让我们来估计其参数. 对于增长率有  $\gamma^l \approx \omega_{pe}n_r/n_e$ , 式中  $n_r$  为“逃逸”电子密度. 也取  $\Delta v_r \approx v_r$ . 我们可以忽略碰撞阻尼. 若被加速电子的速度  $v_r \approx v_{Te}(v_{Te}/u)^{1/2} > 3v_{Te}$ , 也就是  $u < v_{Te}/9 \approx 5v_s$ , 则也可忽略朗道阻尼.

在强离子声湍动场中(在  $N_k^l \ll N_k^s$  时), 朗缪尔波的主要吸收机制是通过等离子体热电子的非线性散射, 朗缪尔波受激转换为离子声波. 这种转换伴随着电子气体的迅速加热, 因为几乎所有纵等离激元的能量都转移给散射电子. 这种过程的衰减率为

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^l(l+e \rightleftharpoons s+e')}{\omega_{pe}} &= \frac{-\sqrt{2\pi}}{12} \int \frac{\omega_{pe}}{k_1 v_{Te}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\omega_{pe}}{k_1 v_{Te}} \right)^2 \right] \\ &\times \frac{W_{k_1}^s dk_1}{n_e T_e} \approx 10^{-2} \frac{W^s}{n_e T_e}. \end{aligned} \quad (9.8)$$

衰减率数值实际上与纵等离激元波数无关, 但受激散射过程参与产生离子声波, 后者具有大的波数值和大约 0.1 总离子声湍动能量, 这在数值计算中已顾及了.

因而, 被电场所加速电子引起的朗缪尔湍动激发, 只是当这些电子的密度满足不等式

$$\frac{n_r}{n_e} > 10^{-2} \frac{W^s}{n_e T_e} \approx 10^{-3} \quad (9.9)$$

才有可能。遗憾的是目前很难对量  $n_r$  给出可靠的估值。它与快粒子的分布函数有关,而在不同条件下(在强或弱磁场中的激波)由不同方法确定。为了初步的粗略估计,可认为快粒子的分布函数仍是麦克斯韦分布。在这种情况下

$$\frac{n_r}{n_e} = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{v_r}{v_{T_e}}\right)^2\right] = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{v_{T_e}}{u}\right). \quad (9.10)$$

这个量从  $10^{-3}$  (对  $u \approx v_s$ ) 变到  $0.6$  (对  $u \approx v_{T_e}$ )。对于最可几值  $u \approx 0.1 v_{T_e}$  (忽略朗道阻尼), 有  $n_r \approx 10^{-2} n_e$ 。这样一个快粒子相对密度值已在实验研究  $u \approx 4-10 v_s$  的反常电阻率的实验室装置中观测到了。以后我们将取这个估值:  $n_r \approx 10^{-2} n_e$ 。

现在我们提出, 只有对梯度十分大的情况, 才可能由场 (9.3) 引起电子不受阻碍地加速。显然, 这种效应要求加速的特征时间  $t \approx m_e v_r / eE$  小于激发朗缪尔湍动的特征时间  $n_e / n_r \omega_{pe} \approx 100 / \omega_{pe}$ 。因而, 由式 (9.3) 可估计产生被加速电子 (这种电子是真正的“逃逸”电子) 的磁场梯度:

$$\frac{\partial H}{\partial l} > \frac{4\pi}{c} n_e e (v_r v_{T_e})^{1/2}. \quad (9.11)$$

在日冕的实际条件下, 式 (9.11) 右边大约为  $0.1$  奥斯特/厘米, 这比最陡的观测梯度还要大。

朗缪尔波的能量密度可由如下两方面能量的平衡得出: 一方面是当电子在式 (9.3) 场中被加速时, 它们所获得的能量; 另一方面是通过激发等离子体波和通过等离子体波的转换及吸收所损失的能量。这里我们不探讨这个问题, 只限于给出估计, 可认为逃逸电子超过热能的所有多余能量都转变为纵等离子体波能量。当然, 这只能对所包含的量给出粗略的量级估计。于是若取  $v_{T_e} \approx 9u$ , 我们可得

$$W^l \approx \frac{1}{2} n_r m_e (v_r^2 - v_{Te}^2) \approx \frac{1}{2} n_r T_e \left( \frac{v_{Te}}{u} - 1 \right) \\ \approx 3 \times 10^{-2} n_e T_e. \quad (9.12)$$

显然, 通常离子声湍动的激发伴随着朗缪尔湍动的产生, 其能量密度比离子声湍动小一个量级. 纵等离激元波数相当大,  $k_g \approx \omega_{pe}/v_r \approx (\omega_{pe}/v_{Te}) (u/v_{Te})^{1/2}$ , 就是说相速度只比电子热速度大几倍.

## § 9.2 磁场梯度区在等离子体频率处的辐射(激波)

在这里所讨论的情况下, 能量从纵等离激元转移到横等离激元的过程与 § 8 研究的情况有很大的不同. 一稳定束或多或少要产生稳定朗缪尔等离激元谱, 其存在时间明显大于增长率倒数. 这里没有什么稳定化, 因此粒子加速伴随着迅速准线性弛豫. 因而粒子的加速和纵等离激元湍动激发进行得很快, 在所研究的情况下, 其时间大约为  $100/\gamma^i \approx 10^4/\omega_{pe}$ . 在这么短时间内, 不可能使能量从纵等离激元受激转移到横等离激元, 以及发展到完全各向同性化. 多多少少可形成一维的(或更准确地是在一个方向)等离激元谱, 等离激元近似地在电场方向运动, 但弥散较大. 由于群速度  $\sim v_{Te}/3$  比较大, 它们在激波后面逐渐形成一个弥散的“湍动尾巴”. 在这个尾巴里湍动的产生并不显著, 并且由于导致向较小  $k$  区转移的非线性相互作用而使谱渐渐地变化. 各向同性化进行得更快. 第一过程使发射系数减小, 而第二过程由于受激辐射变得重要而使它增加. 因此, 甚至在作定性估计时也需要相当复杂的计算. 所以在一维谱情况下, 这时横等离激元发射系数决定于自发转移的式(3.13):

$$J_{k_p}^r(l+i \rightleftharpoons p+i') \approx 10^{-2} \frac{\omega_{pe}^3 W^l}{n_e c^2}. \quad (9.13)$$

由此我们可得在长度  $R$  所累积的辐射强度为

$$I_{\omega}^p \approx \frac{J_{k_p}^2 R}{4\pi c} \approx 10^{-2} \frac{\omega_{pe}^3}{4\pi n_e c^3} W^l R. \quad (9.14)$$

考虑横等离子激元非线性吸收机制——例如通过等离子体电子散射,它们的非线性转变为离子声波(过程为  $p \rightleftharpoons l+s$ ),其衰变率也等于式(9.8)——只有在离子声湍动区才重要,而在“湍动尾巴”不重要。

现在让我们决定在二倍等离子体频率处的辐射强度,这种辐射机制与§8所研究的相同,但现在必须考虑到纵等离子激元波数比较大(取  $k_1 \approx \omega_{pe}/3v_{Te}$ )。于是由式(3.30)我们得到单位体积的发射系数为

$$J^t(l+l' \rightarrow t) \approx 10^3 \frac{\omega_{pe} v_{Te}^2}{n_e m_e c^5} (W^l)^2 \frac{v_{Te}^2}{400 c^2}, \quad (9.15)$$

式中附加因子  $v_{Te}^2/400c^2$  是考虑到由于波的单向分布,它们部分地参与合成而引进的。

由此我们可得辐射强度(如前我们取频率间隔宽度为  $\Delta\omega \approx \omega_{pe}$ )

$$\begin{aligned} I_{\omega}^t &\approx \frac{J^t R}{4\pi\omega_{pe}} \approx \frac{v_{Te}^2 (W^l)^2}{16\pi n_e m_e c^7} R \\ &\approx 2 \times 10^{-5} R v_{Te}^2 \frac{n_e m_e v_{Te}^2}{c^7}. \end{aligned} \quad (9.16)$$

这里我们也用了条件(9.12),在下一节我们将继续讨论这些关系。

我们必须强调,由磁场梯度所产生的电场能量变为电磁辐射,只能通过几个阶段进行:首先产生离子声湍动,然后粒子被加速,接着发生朗缪尔湍动,最后纵等离子激元变为横等离子激元。

出现这样的问题:能否减少这些能量转换的阶段数目呢?例如,能否把离子声湍动直接转变为电磁辐射呢?

若这种转变可通过热等离子体电子的散射发生,则由守

## 恒定律

$$\omega^p = \omega^s + ([\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s] \cdot \mathbf{v}) \approx k_s v_{Te} \quad (9.17)$$

可得在这种过程中, 只有最大波数的离子声波才能参加, 而它们的数量却是比较小的。然而, 不难证明, 如不考虑快粒子, 这种过程所得到的辐射强度明显超过热能级是完全不可能的。

诚然, 因为这里散射过程应使频率增加, 通过热电子散射引起能量从离子声波向横等离子激元的转移应是自发的。换句话说, 在这种效应中, 由离子声振荡激发的热电子应该自发地辐射。众所周知, 在这种情况下, 辐射的有效温度不能超过粒子的运动温度。在一些天体物理研究中, 曾得出相反的结论(关于由热起伏散射引起离子声波有效地转变为电磁波的可能性问题), 但这是根据忽略了电磁波逆转换为离子声波得出的, 而在这里这种转换很重要。确实, 要考虑在电场中电子的漂移能把离子声波受激转变为横波, 因为在非麦克斯韦分布等离子体中, 可能发生增加频率的转移, 但详细的研究表明, 一旦漂移速度  $u < v_{Te}$ , 这种效应也是不够的。

由于在离子声湍动区存在着快(“逃逸”)电子, 它们的速度  $v_r > v_{Te}$ , 就可能发生增大频率的受激转移。电磁波频率明显大于  $\omega_{pe}$  的情况在这里也是重要的。的确, 若用快电子最小速度  $v_r$  代替  $v$  代入式(9.17), 并取  $k_s \approx \omega_{pe}/v_{Te}$ , 可得由“逃逸”电子引起离子声波转换所产生的电磁辐射频率为

$$\omega^t \approx \omega_{pe} \left( \frac{v_{Te}}{u} \right)^{1/2} \lesssim 6.5 \omega_{pe}. \quad (9.18)$$

这种转换的发射系数决定于快粒子的密度, 我们可得下列估计公式:

$$J_k^t(s + e \rightarrow t + e') \approx 10^{-3} \frac{n_r}{n_e} \frac{v_{Te}}{u} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^2 \frac{m_e \omega_{pe} \omega^2}{(2\pi)^3} \frac{W^s}{n_e T_e}. \quad (9.19)$$

辐射强度决定于被加速电子存在的时间,即决定于量  $10^4/\omega_{pe}$ . 结果我们得出

$$I_{\omega}^t \approx \frac{10^4 J_k^t}{4\pi\omega_{pe}} \approx 10 \frac{v_{Te}}{u} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^2 \frac{W^s}{n_e T_e} \frac{m_e \omega^2}{(2\pi)^3} \\ \approx 10^{-3} \frac{m_e \omega^2}{(2\pi)^3}. \quad (9.20)$$

这个量明显小于以前所给出的式(9.14)和(9.16),但要指出,这里所辐射的宽频谱,  $\omega_{pe} < \omega \lesssim 6\omega_{pe}$ . 若快粒子数不断地再补充,则强度也可能更大些.

### § 9.3 磁阱中离子声湍动引起的粒子积累

太阳的磁场位形可能形成磁阱. 在阱中粒子的积累可解释一些太阳活动现象. 我们将讨论强离子声湍动可能使粒子充满磁阱的机制.

我们必须首先指出下面这一点: 离子声波频率与哨声波频率相同(参见图1). 因而通过热离子和电子的非线性散射,可将离子声波能量变为哨声波. 对这种转变增长率的估计给出:

$$\frac{\gamma^w(s+i \rightarrow w+i')}{\omega_{He}} \approx 0.1 \frac{4\pi W^s}{H^2} \approx 0.1 \frac{n_e T_e}{H^2}. \quad (9.21)$$

因为伴随着频率的减小,这种转变很强烈地发生并且不受阻碍.

哨声波又被粒子所吸收. 这里,要考虑到哨声波的偏振是这样的: 它们的吸收把电子扭转 to 垂直于磁场方向运动,换句话说,只增加横向粒子的能量. 这表示,原先近似沿着磁场运动并因而不留在磁阱里的粒子,能够获得垂直于磁场的相当大的速度分量,使它能从磁阱一端力线束反射回来.

横向能量的变化率决定于由类似式(5.13)所得出的方程:

$$\frac{d\varepsilon_{\perp}}{dt} = \frac{D_{\perp}^w}{m_e} \approx \frac{\pi}{6} \frac{\omega_{He}^2 W^w}{n_e \omega_{pe}}. \quad (9.22)$$

在磁阱里粒子的积累受到离子声波的阻碍，后者试图使粒子速度方向变为各向同性，横向能量的相应变化等于

$$\frac{d\varepsilon_{\perp}}{dt} = \frac{D_{\perp}^s}{m_e} = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_{pe} W^s}{n_e} \frac{v_{Te}}{v}. \quad (9.23)$$

比较式(9.22)和(9.23)，我们可得能够通过离子声湍动在磁阱里积累粒子的条件为

$$\frac{W^w}{W^s} \gg \frac{\omega_{re}^2}{\omega_{He}^2} \frac{v_{Te}}{v}. \quad (9.24)$$

在日冕条件下，在  $\omega_{pe} \approx \omega_{He}$  和  $W^w \approx W^s$  的强磁场区，这一不等式可能满足。当然，粒子速度越大，它们更容易被约束在磁阱里。恰巧为了使沿螺距角的扩散不引起很利害的散射，条件  $\omega_{pe} \approx \omega_{He}$  也是必需的(参见文献 Trankhtengerts, 1971)。

假设在它通过线度为  $R$  的磁阱飞行期间，粒子横向能量改变的数值大约相当于其总能量值，我们可得出把粒子约束在磁阱里的第二个判据：

$$\frac{\omega_{pe} v^3}{\omega_{He}^2 R v_{Te}^2} \lesssim \frac{W^w}{n_e T_e} \lesssim \frac{W^s}{n_e T_e'} \lesssim \frac{v^4}{\omega_{pe} R v_{Te}^3}. \quad (9.25)$$

在下一节我们将给出一些数值估计。

## § 10 太阳射电爆发理论的讨论

在上两节，我们得到一些至少能解释太阳射电爆发的基本观测性质的公式。可能，所设想的解释不是唯一的，进一步积累观测资料就必须对它重新考虑。尽管如此，从发生在宇宙条件下等离子体物理过程的观点来看，所探讨的问题有独特的重要性。下面我们将讨论理论与观测资料的相应性，以及主要是详细研究同一种现象的可供选择的解释。这里只

讨论根据等离子体湍动理论所进行的一些最近的研究工作。太阳射电辐射理论的仔细分析,尤其是发展到1964年为止,等离子体波通常(非湍动的)转换为电磁辐射的完整研究,在热列兹尼科夫(Zheleznyakov, 1970 a)的专著中可以找到。

### § 10.1 III, V 和 U 型射电爆发

在什克洛夫斯基(Shklovskii, 1946), 金兹堡(Ginzburg, 1946), 马丁(Martin, 1947)和怀尔德(Wild, 1950)的最初射电天文文章中,曾讨论§ 8所研究的设想,即III型射电爆发是由色球耀斑区抛射出的快电子束激发的。金兹堡和热列兹尼科夫(1959)首先提一个定量的理论。然而,当时不知道束准线性弛豫效应,因而没有讨论束自由通过日冕的十分重要问题。考虑到准线性弛豫效应,就要求重新研究III型爆发理论。斯特罗克(Sturrock, 1966; 也参见文献 Kaplan and Tsytoich, 1968 a)首先提醒注意这种情况。

至今III型爆发理论已在两个方向发展:一方面,在考虑准线性弛豫即认为束迅速耗散时,已分析了激发射电辐射的可能性;另一方面也研究在日冕里使束稳定化的可能性。

按照本书作者的意见,III型爆发的一些观测资料表明,不存在准线性弛豫。这些考虑可阐述如下:

1. 甚至束准线性弛豫最大可能的长度实际上也比日冕里束通过的路程小2—3个量级。

2. 实际上在所有观测情况中,束以近似不变的平均速度通过日冕。

3. 没有观测到辐射源的纵向线度(在形成平坦部分时由于速度弥散引起),或横向线度(由于角弛豫引起)有明显的增大

然而,所给出的观测资料的解释一般不是唯一的,因此,



完全不能排除准线性弛豫可能起着重要的作用。

首先让我们讨论束稳定化的可能性,斯特罗克(Sturrock, 1964)在其考虑稳定化效应的第一个 III 型爆发模型中假设,它可能与纵等离子激元同离子声波(可能存在于日冕活动区)的合成有联系。顺便说说,太阳的雷达研究能够表明,在日冕里可能存在一个固定能级的离子声湍动。当利用式(9.8)来比较束不稳定性增长率与过程  $l+s \rightarrow l'$  的抽运率时,可估计出使束稳定所需的离子声湍动的能级密度。用这种方法我们得出

$$\frac{W^s}{n_e T_e} \gtrsim 10^2 \frac{n_s}{n_e} \approx 10^{-5}. \quad (10.1)$$

这个模型的缺陷是要求离子声湍动能级沿着束的整个路径应当不变。

几位作者(Kaplan and Tsytovich, 1968 a; Zheleznyakov and Zaitsev, 1970; Smith and Fung, 1971)曾研究在离子非线性散射情况下的稳定化问题。在 § 8 已给出上述第一篇文章的结果,并作了一些新的考虑。正如我们曾强调指出的,在一些粗略模型中,所计算的准线性弛豫和非线性稳定化的特征时间在日冕条件下是同量级,而它们比束通过日冕的观测时间短得多。因为在稳定化情况下发生过程的物理图象在前面已详细给出,这里我们将从讨论一些文章(Zheleznyakov and Zaitsev, 1970; Zaitsev, Mityakov and Rappoport, 1972)开始,其中试图在假设准线性弛豫有重要作用,并忽略非线性过程的范围下来解释 III 型爆发。

热列兹尼科夫和扎伊采夫(Zheleznyakov and Zaitsev, 1970)提出在日冕稠密区( $v_e > v_0/R$ , 其中  $v_0$  为快电子束速度,  $R$  为这些电子占有区域的大小)产生等离子体波的下列方案:他们假设准线性弛豫已把电子束弥散开了,因此它们的分布函数已达到恒定的平稳状态。考虑到在流的前头最

快速电子的“逃逸”，再次产生束不稳定性，然而它重又迅速地发生弛豫，并接着在谱的共振区把朗缪尔波激发到一定能级。按照热列兹尼科夫和扎伊采夫 (Zheleznyakov and Zaitsev, 1970) 的意见，结果就形成一个准稳定状态，在其中束不稳定性增长率始终保持着有效碰撞频率  $\nu_e$  量级。在这种情况下，他们估计出等离子体波能密度为

$$W^l \approx n_* m_e v_0^2 \frac{v_0}{\nu_e R}. \quad (10.2)$$

在日冕里，随着束向外运动， $\nu_e$  迅速减小；但若在准线性弛豫时，线度  $R$  增加和快速“逃逸”电子数减小，则我们可认为  $W^l$  也是一个缓变量。在这种方案中还必须阻止随角度的准线性弛豫。就是在  $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$  的足够强磁场中，这也是不能实现的 (Shapiro and Shevchenko, 1968)，因为在这种情况下，描述随角度弛豫的回旋加速不稳定性增长率只比沿着场的增长率小  $(\omega_{pe}/\omega_{He})^2$  倍。在弱场中 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ )，不能阻止随角度的弛豫，而这种效应刚好能引起束的抑制(消失)。可以认为 [但热列兹尼科夫和扎伊采夫 (Zheleznyakov and Zaitsev, 1970) 没有讨论这点]，从初始起束就具有这种密度：在束的方向上  $\gamma$  略大于  $\nu_e$ 。然而，产生侧面波的增长率稍为小些，对于它们  $\gamma < \nu_e$ 。这种看法是可能的，但是，由于  $\nu_e$  沿着束路径变化很大，故必须认为粒子密度始终在减小。

在低密度日冕区，不会出现  $\gamma^l \approx \nu_e$  的这种准稳定状态，而按照柳托夫和萨格杰耶夫 (Ryutov and Sagdeev, 1970) 以及扎伊采夫等 (Zaitsev, Mityakov and Rappoport, 1972) 的观点，这里快电子区将发生单纯的膨胀，这可在相似解范围内描述。在整个膨胀区里，电子流产生等离子体波，而能量密度极大值以固定速度 (取决于它们初始的平均能量) 漂移。等离子体波能量密度随离耀斑距离的增加而减小。所有这些研究都

是在一维模型范围内(电子沿着磁场方向运动并产生一维等离子体波)进行的,但三维膨胀模型显然与观测资料相矛盾。此外,日冕磁场并不那么强,使得这种膨胀变成一维的。只能强调指出,这种形式的准线性弛豫假说失去了束解释的所有优点,而这已涉及某一湍动区的辐射,其中极大辐射强度以固定速度漂移,但不是激发等离子体湍动的源漂移。

按照本书作者的看法,最可能的一种方案是考虑束不稳定性的非线性稳定化(在本节开始,我们已给出有利于这种看法的观测资料)。在§8我们已研究过这种稳定化理论的可能性,现在我们进行一些补充论述。

正如我们在§8所指出的,由非线性过程引起的稳定化给出这效应与束速度间有一个很陡的依赖关系。因此,束速度不大的变化(例如改变2倍),就能使非线性效应效率的估值改变16倍或甚至64倍。我们也必须指出,非线性过程的估值保持在量级为1的因子的精度内。甚至在弱磁场中,在相同的总湍动能情况下,由于非线性效应而趋向于“一维”湍动使它们的强度增加了3倍。这表明忽略累积效应的离子散射,对于观测束速度而言,它立即引起这种情况:在任何情况下,非线性效应和准线性效应的量级都是相当的。改变束参数,特别是对于束速度 $v \geq 0.5c$ ,我们得出由离子引起的大范围的稳定化(Kaplan and Tsytovich, 1968 a);尽管对于较低观测速度值来说,没有发现由离子引起的稳定化(Zheleznyakov and Zaitsev, 1970)。当然,现有的理论和观测资料都不是很准确的,因而因子2并不太可靠,更不能从这些估值得出完整的结论。目前人们必须注意由理论得出的定性结论,并把它们与观测资料进行比较。

例如,束不稳定性的稳定化理论证明,存在着一个束速度较低的阈(临界稳定化速度),它明显与观测资料符合。附带

说说, 由于太阳活动区电子密度的变化了解得不够, 速度约  $0.2c$  的观测下限的测定与某些不确定性有关. 在准线性理论中没有速度的下限.

例如, 与束在日冕里的传播条件无关(对于磁场可能不同的位形和数值), 没有观测到射电源的扩散, 这一点也是重要的.

现在让我们把在 § 8 所得的公式与估计的太阳 III 型爆发观测参数作比较. 由图 23 的资料得出, III 型爆发在频率  $6-40 \times 10^8$  秒<sup>-1</sup> 开始. 这种观测结果可解释如下: 一电子束以这样一种方式在色球和日冕低层形成, 在它的路程开头, 束不稳定性被纵等离激元的碰撞阻尼所抑制 ( $\gamma^l \ll \nu_e$ ). 当高度达到  $\gamma^l \approx \nu_e$  时, 即

$$\frac{n_*}{n_e} \left( \frac{v_0}{\Delta v_0} \right)^2 \approx \frac{1}{N_D}, \quad (10.3)$$

便开始激发纵等离激元和因此产生射电辐射. 取  $(v_0/\Delta v_0)^2 \approx 10$ , 由这种条件可得电子束中粒子密度为  $1 \leq n_* \leq 10^3$  厘米<sup>-3</sup>. 这一数值与 III 型爆发之后在行星际空间通常所测得的电子数一致.

常常通过把观测强度与用诸如 (8.37) 或 (8.40) 这样的相应理论公式所计算的强度进行比较来估计束粒子密度. 然而, 用这种方法很难得出  $n_*$  的可靠估值, 因为在这些公式中没有考虑电磁波十分重要的吸收. 因此, 较好的是利用上述  $n_*$  估值来计算  $I_\omega^t$  和  $I_\omega^p$ , 并要求计算值不低于观测值. 把产生 III 型爆发的束参数代入式 (8.37) 或 (8.40), 对于  $n_* \approx 10$  厘米<sup>-3</sup>,  $n_e \approx 10^8$  厘米<sup>-3</sup> 和  $R \approx 10^{10}$  厘米, 我们可得下列数值:  $I_\omega^p \approx 3 \times 10^{-7}$  尔格/厘米<sup>2</sup> 和  $I_\omega^t \approx 2 \times 10^{-8}$  尔格/厘米<sup>2</sup>, 正如所期望的一样, 它们比观测值大 1—2 个量级, 这可归因于吸收效应.

若考虑到在主标长区振荡的累积, 频率接近于  $2\omega_{pe}$  的理论辐射强度甚至还要大些. 这种偏差可用磁场中等离子体湍动的各向异性(它使合成过程的概率大大减小)来消除. 按式(8.37)和(8.40)随高度增加而增大的辐射强度与观测资料一致.

观测资料明显地表示频率  $2\omega_{pe}$  的辐射相对于频率  $\omega_{pe}$  的辐射略有延迟. 按照斯默德等(Smerd, Wild and Sheridan, 1962)的看法, 这与频率  $2\omega_{pe}$  的观测辐射不是直接到达, 而是由较低层反射有关; 然而, 更可能的是这种效应简单地由于形成这部分纵等离激元谱的延迟引起的, 正如前面已解释的一样, 它决定着合成过程.

热列兹尼科夫等(Zheleznyakov and Zlotnik, 1971)曾用这里也许有一个双等离子体共振(比值  $\omega_{pe}/\omega_{He}$  接近于整数)来解释运动频谱的不连续性(在某些频率处没有辐射, 而在较低频处又重新出现辐射, 参见图 25). 于是产生强的回旋加速吸收, 而辐射大大减弱. 所需磁场强度大约为几奥斯特.

然而, 磁场的影响也导致更加重要的效应, 尤其是引起 III 型爆发偏振的出现. 在 § 8 我们曾详细讨论磁场对纵和横等离激元湍动的影响, 并证明当  $k_g \lesssim \omega_{He}/v_{Te}$  (对于产生 III 型爆发的束来说, 通常这是满足的)时, 在第一近似下, 纵等离激元湍动具有一维的性质(我们记得, 波矢量相对于磁场的平行和反平行指向的概率相等). 在这种情况下, 能量主要是转变为“非常”横等离激元. 换句话说, 若不考虑波在磁化等离子体中的传播条件, 则在这类等离子体湍动中, 偏振辐射主要由非常波产生. 当然, 若考虑波的传播, 整个图象可能改变, 但在第一近似下, 与观测资料的符合是完全令人满意的. 在任何情况下都可用这种方法来解释 III 型爆发偏振的定性变化.

最后, 人们也可用磁场的影响来解释 V 型和 U 型爆发的

变化。当产生 III 型爆发的部分粒子流被俘获在日冕外部磁阱中,并在那里被箝制一些时间,则显然就会产生 V 型爆发。由于磁力线两端“扎根”在太阳表面层,粒子流沿着磁力线向下运动就产生 U 型爆发。

不难估计此种控制流运动所需的磁场值

$$\frac{H^2}{8\pi} \gg n_* m_e v_0^2, \quad (10.4)$$

即  $H \gg 10^{-2}$  奥斯特,具有这种场强的闭合磁场位形是完全合乎实际的。确实,目前还没有任何关于磁场详细结构的资料,但在日冕中可能有复杂的磁力线系统,这是由在日冕光学辐射所观测到的十分复杂结构(包括冕流,“羽状物”,“盔状物”和其它类似形状物)得知的。

被俘获粒子流的射电辐射的理论分析,可用与直线束情况相同的方法来进行。另外我们指出,韦斯等(Weiss and Stewart, 1965)曾设想, V 型爆发辐射与等离子体湍动有联系,热列兹尼科夫等(Zheleznyakov and Zaitsev, 1968)在准线性理论范围内探讨过一个理论方案。

必须记住,长期的 V 型爆发增加了对俘获粒子束稳定化的要求。这里一般不仅要从不使粒子速度减小,而且特别是不降低它们垂直于磁场的速度分量来“约束”粒子束,否则束就迅速从磁阱“漏出”。非线性转移能防止纵向和横向粒子速度两者的减小,但这里显然要求粒子速度比  $v_*$  大得多:有可能,在色球耀斑中被加速的那些最快粒子会被俘获。在磁阱中,束稳定化的详细方案和考虑到所有可能不稳定性(它对磁阱是典型的)的 V 型爆发的产生都尚未研究过。

## § 10.2 II 型射电爆发

按照现有的理论,II 型爆发是由来自色球耀斑并向上通

过日冕的激波产生的。这种假说由皮克涅尔等(Pikel'ner and Gintsburg, 1964)提出, 并被扎伊采夫(Zaitsev, 1969)研究过, 它是以下列方案为基础的。萨格杰耶夫(Sagdeev, 1962)曾证明, 若来自色球耀斑的激波几乎是横越磁场通过, 就发生导致电子相对于离子漂移的振荡结构。当马赫数满足条件

$$2 > M > 1 + \frac{3}{8} \left( \frac{8\pi n_e T_e}{H^2} \right)^{1/2} = 1 + \frac{3}{4\sqrt{2}} \frac{v_s}{v_A} \quad (10.5)$$

时, 漂移速度  $u$  就比电子热速度大。式(10.5)马赫数的上限限制着层流理论的应用范围, 而这种结论是根据该理论得出的。

皮克涅尔和金兹堡以及扎伊采夫也认为, 条件  $u > v_{Te}$  对激发朗缪尔湍动是足够的。然而, 真实的图象显然更加复杂。第一, 若具有反常电阻率的湍动已发展, 则用于计算漂移速度的层流理论就不适用。于是必须用在 § 4 和 § 9 所给出的方法来决定漂移速度。我们附带指出, 适用于层流理论的马赫数范围对于包括所有可能的 II 型爆发速度区是太窄了(参见图 31)。第二, 在激波中, 主要不是朗缪尔湍动, 而是离子声湍动, 其能量转变为电磁辐射的过程有许多阶段, 例如它可用在 § 9 所讨论的方案来描述。附带指出, 扎伊采夫(Zaitsev, 1966, 1967a, b, 1969; Zaitsev and Kaplan, 1967)假设, 通过电子密度起伏的喇曼(Raman)散射, 换句话说, 通过离子声波与来自热背景的朗缪尔等离激元的合成, 可把离子声波转变为电磁辐射。然而, 他忽略了一个电磁波衰变为一个纵等离激元和一个离子声波的逆过程。考虑这种过程后就使电磁辐射大大减小了。

可以严格地证明, 激发的离子声湍动与朗缪尔波热背景的任何衰变的或非线性的相互作用, 都不能在明显大于热背景能级上产生电磁波。这与在所有这些过程中纵和横等离激元数守恒有关, 而它们中每一种的能量变化不大, 因为离子声

“量子”的能量不大。

在 § 9 中我们曾给出考虑反常电阻率时, 激波中等离子体湍动发展的方式, 并计算在等离子体频率和二倍等离子体频率处的辐射强度. 将这些数字值代入方程 (9.14) 和 (9.16), 并取  $\omega_{pe} \approx 3 \times 10^8 \text{ 秒}^{-1}$ ,  $R \approx 10^{10} \text{ 厘米}$ , 我们可得谱强度  $I_{\omega}^e \approx I_{\omega}^i \approx 10^{-3} \text{ 尔格/厘米}^2$ , 这也与在考虑辐射从日冕发出而不可避免地受到吸收时的观测资料符合. 当然, 所取的  $R$  值可能太大, 因为在波阵面上谱的变化使发射系数减小. 另一方面, 正如我们在 § 9 指出的 [刚好在式 (9.13) 前面], 各向同性化使发射系数增大, 所以这些效应可能相互抵消. 总之, II 型和 III 型射电爆发的观测资料表明, 已被激发的湍动在时标大约为  $1/\nu_e \approx c/R$ , 也就是说在  $R \approx 10^{10} \text{ 厘米}$  范围内被维持着.

我们指出, 一般说来对于其它参数值, 数值计算得出在  $2\omega_{pe}$  处的强度值比在  $\omega_{pe}$  处强度值大, 并与观测资料符合, 这表明通常 II 型爆发只在频率  $2\omega_{pe}$  发出辐射. 其强度随高度的增加, 可用激波陡度的增加和有更大量快电子产生来解释. 可能, 在这种情况下也表示吸收随高度而减小.

在 § 9 所叙述的方案的一个重要证据, 可在 II 型爆发观测到的“类树”结构 (小 III 型爆发重叠在大 II 型爆发上) 中找到. 显然, 这种结构与由“逃逸”电子引起朗缪尔湍动的激发有联系.

必须解释的第二性质是基频和倍频的辐射谱分裂成二个带; 甚至在细节上相互重现. 这认为是磁场的影响或多普勒分裂 (若设想在激波中有二个等离子体湍动区形成, 它们彼此相对运动就出现这种情况) 所引起 (Zheleznyakov, 1967b). 在无碰撞激波中, 开始出现一个孤立波, 在它后面跟着一个振荡结构. 在孤立波的斜面上形成了电子漂移方向相反的双流层, 在彼此相距  $\Delta\omega \approx 2\omega_{pe}u/c$  处就出现辐射谱分裂为二个带.



由于漂移速度  $u \leq v_{Te}$ , 极大位移为  $\Delta\omega \approx 2\omega_{pe}v_{Te}/c \approx 10^7$  秒<sup>-1</sup>, 这比观测值稍为小些.

还可更简单地假设, 激波的结构是这样: 在其中有二个大梯度区. 于是分裂就简单地与空间上二个分离区(具有相应的不同频率)里等离子体湍动的同时产生有关. 为了得出被观测的频率分裂近似地是其本身频率的 1/10, 层的空间分离尺度为等效高度的 1/5 就足够了. 在激波的前部和后部都出现大的磁场梯度区.

由式(9.2)可得出, 为了在激波中开始产生等离子体湍动, 要求磁场梯度  $\frac{\partial H}{\partial l} \approx 10^{-4}$  奥斯特/厘米. 若磁场强度大约为 100 奥斯特(很难设想更大的数值), 则电流层厚度约为 10 公里. 众所周知, 在日冕条件下, 薄层无碰撞激波的振荡结构的特征尺度约为  $c/\omega_{pe} \approx 3 \times 10^3$  厘米. 当然, 湍动激波的结构可能更加延伸. 无论如何, 在目前还没有同这里所讨论的图象相矛盾的迹象. 史密斯(Smith, 1971, 1972a, b)曾提出产生 II 型爆发的类似方案. 这里我们指出, 离子声湍动发生在磁马赫数范围为  $1.6 < M < 2.9$  的激波中. 同以前给出的方案主要差别是与快电子逃逸性质的估计有联系.

### § 10.3 “长命”稳定爆发的解释

正如以前在 § 7 指出的一样, 在太阳偶发射电辐射中, 常常观测到总时间达几十分钟甚至几小时的爆发(IV 型爆发, 噪暴). 这些爆发的频率位于窄的或宽的范围里. 通常频率没有系统的位移. 因而这里有一个产生湍动的经常的作用源, 它处于一个小体积里或占有比较大的区域——当然, 如果我们把这种辐射同等离子体湍动的转换联系起来的话. 显然, 正如戈登(Gordon, 1970)所提出的, I 型射电爆发可能由

$W_k \propto k^{-5/2}$  的小尺度湍动所产生。

另一种可能性是用同步加速辐射来解释这些效应。然而,在这种情况下,不管所有可能的不稳定性,也需要在一定体积里、在相当长时间内保持有确定数量的相对论粒子。显然,这里也不能摆脱不考虑等离子体效应。

因此,我们不将这些爆发的研究与具体的辐射机制联系起来(为了进行这种分析,在等离子体机制情况,不难采用 § 8 和 § 9 的方程,而在同步加速和康普顿机制情况,则用 § 12 和 § 13 的公式),而专心研究日冕有限区域保持有一些快粒子的更为重要的问题。

首先必须考虑到,日冕离子声湍动区不受发生在色球耀斑的强激波所限制。众所周知,日冕本身的加热与比较弱激波能量的耗散有关,而后者是由紧靠光球表面下的对流层产生的声波和磁声波形成的。也可能,这里离子声湍动是弱激波与日冕加热之间的中间阶段。在这种情况下,在日冕里至少在活动极大期间就存有比较稳定的离子声湍动层。由雷达测量(参见下文)或由其它资料,如太阳亮温度的非单调变化,可得出关于这种湍动的结论(Kaplan and Tsytovich, 1968b); 散射太阳射电辐射的离子声湍动能够在其稳定谱中产生附加的极大或附加的极小。目前无论是观测资料,还是理论研究都不能得到关于日冕离子声湍动的范围和性质的令人信服的结论。另一方面,离子声湍动在许多太阳活动现象中起着重要作用的假说,也不与观测资料或理论研究相矛盾。

若借助于离子声湍动使快粒子充满磁阱,也可能在等离子体湍动假说的范围内解释其它的偶发辐射效应。我们将利用式(9.25)给出恰当的数值估计。假设磁阱的尺度约为  $10^{10}$  厘米(这与日冕偶发辐射源的尺度同量级),以及认为在磁阱区磁场是这样:  $\omega_{pe} \approx 10\omega_{He}$ 。于是对于  $\omega_{pe} \approx 5 \times 10^8$  秒<sup>-1</sup>, 我们

得到下列不等式:

$$10^{-8} \left( \frac{v}{v_{Te}} \right)^3 \lesssim \frac{W^w}{n_e T_e} \lesssim \frac{W^s}{n_e T_e} \lesssim 10^{-10} \left( \frac{v}{v_{Te}} \right)^4, \quad (10.6)$$

在  $v \approx 10^2 v_{Te}$  和  $W^w \approx W^s \approx 10^{-2} n_e T_e$  时, 它都能够满足. 因而, 借助于离子声湍动, 由近相对论粒子来充满磁阱是完全可能的, 但所有这些问题仍须仔细地研究.

## § 10.4 雷达观测资料的解释

这种解释的主要问题是阐明雷达讯号反射的很大有效截面. 显然, 有两种可能的解释.

让我们先假设, 反射发生在等离子体频率接近于反射讯号频率的高度, 并认为在反射区存在着朗缪尔湍动. 于是在反射前和反射后讯号都可能有很大的放大 (Gordon and Tsytovich, 1971). 放大率决定于式 (3.19), 用  $W^l/k^2$  代替  $\partial W_k^l / \partial k$  可将该式简化为

$$\frac{\gamma^p}{\omega_{pe}} \approx \frac{m_e}{m_i} \frac{W^l}{n_e T_e}. \quad (10.7)$$

因为放大必须在小的反射区范围内进行, 该处等离子体频率稍为与讯号频率不同, 由此我们可得出量  $\gamma^p$  的范围, 因而也可求出等离子体湍动能密度的范围. 取区域的尺度  $\sim 10^{10}$  厘米, 我们得到  $W^l \approx 10^{-5} n_e T_e$ , 就是说大约比热能级大 3 个量级. 反射本身可能与热离子的自发散射或式 (3.21) 所描述的受激散射有关. 这样, 反射讯号的相对宽度大约为  $v_{Te}/c$ , 这比观测值小几倍.

另一个可能性是与在辐射讯号频率大于等离子体频率的高度的反射有关. 这里不仅需要讯号放大, 而且也要求反射有效性增大, 这时它可能与衰变过程有关. 我们记得, 相应于雷达频率 38.25 兆赫的朗缪尔频率等于  $2.4 \times 10^7$  秒<sup>-1</sup>, 它达

到  $1.6 R_{\odot}$  的高度, 而反射在直到  $2.7 R_{\odot}$  的高度上都观测到. 可能, 在这种情况下, 反射讯号的放大是由 § 5 所研究的机制 [式 (5.37)] 产生的. 所需的离子声湍动能能量密度为  $W^s \approx 3 \times 10^{-4} n_e T_e$ . 这里反射讯号只有在造成离子声湍动的电场向外指向时才被放大. 反射过程与离子声波散射 (Gordon, 1968b) 或与朗缪尔波的四等离激光相互作用 (Gordon, Liperovskii and Tsytovich, 1971) 有关. 反射过程可能是单次的 (波矢量一下就转  $180^\circ$ ) 或是多次的. 在第一种情况下, 谱应由相对于入射频率位移  $v_s/c$  的二个分量组成, 一般说来这没有观测到. 多次散射能产生一个较宽的均匀谱, 但散射次数不需很多 (可能, 不多于 3—4 次), 因为根据观测资料, 讯号反射出现在沿整个谱同时在整个频带区.

## § 10.5 色球耀斑中粒子的加速

许多年来色球耀斑是深入细致的观测和理论研究的课题. 几乎所有的研究都假设在色球耀斑区发生磁场的突然调整, 以及将其部分能量变为等离子体运动能量和快粒子能量. 在一些方案中 (例如, 参见文献: Severnyi, 1960; Severnyi and Shabanskii, 1961a, b; Syrovatskii, 1961, 1966a, b), 研究过在气体 (与磁场一道) 压向中性线时发生的能量释放. 在这种情况下, 磁能主要变为动能和热能, 解释大量的快粒子也很困难. 按照其他的推测 (例如, 参见文献: Severnyi, 1960; Sweet, 1969; Parker, 1964, 1968; Alfvén and Carlquist, 1967; Petschek, 1963; Syrovatskii, 1961, 1966a, b; Friedman and Hamberger, 1969; Tomozov, 1971), 磁能的释放是在电流片中发生的. 让我们稍为更详细地分析这些方案.

完全有可能, 在某一区域的条件逐渐改变之后, 接着便产生色球耀斑, 磁场梯度增大. 于是电流密度将按式 (9.1) 增

加, 而因为密度  $n_e$  受到限制, 电子的漂移(或电流)速度  $u$  也将增大. 依照瑟罗瓦茨基(Syrovatskii, 1966a, b, 1971)的看法, 可以选取这样的条件, 使电流速度相当于光速, 于是在电流片里, 所有等离子体电子将获得接近于光速的速度. 瑟罗瓦茨基称这种方案为动力耗散. 他的计算原来是在层流理论的范围内的, 但后来他也考虑等离子体湍动.

显然, 弗里曼等(Friedman and Hamberger, 1969)首先考虑到等离子体湍动在形成色球耀斑的作用. 他们注意到反常电阻率对计算电流片的重要价值. 为了具体估计, 他们从皮特谢克(Petschek, 1963)的模型出发, 按照这个模型, 当二个磁流体力学的断裂交叉成小角度时就形成一个窄电流片(图 42). 然而, 这个模型没有给出一个色球耀斑所需的释放能率.

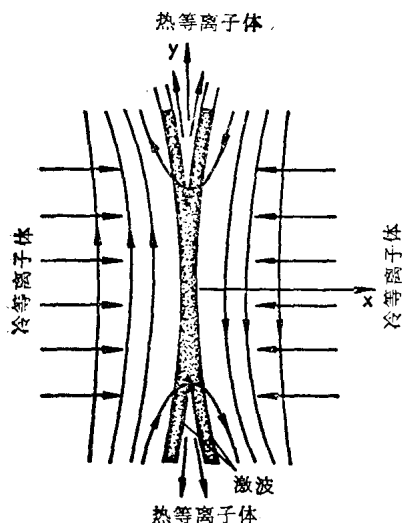


图 42 当两个激波波阵面交叉时形成窄电流片的一个可能方案.

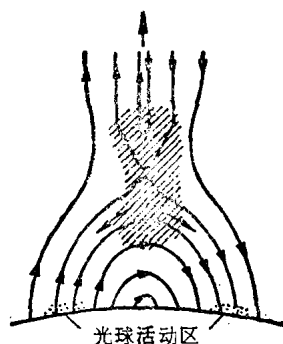


图 43 最常用的形成色球耀斑的方案. 磁力线再连(在阴暗区)和它们的张力抛射等离子体流以及快粒子流(用箭头表示其方向).

在这种窄电流片里,由于电导率减小而违背了冻结原理,磁力线能够再连,而按照几种类似模型的一些作者的意见,它们的张力能以高速抛射等离子体(图 43)。色球抛射、激波和快粒子流就是这样形成的。这里所设想的磁场位形的细节在不同文章中各不相同,但基本的机制却是相同的(参见文献: Coppi and Friedland, 1971)。

## 第三章 星系核、射电星系、类星体

### (混杂极端相对论电子的 等离子体湍动过程)

在所有波段全都产生强电磁辐射是星系核、射电星系和类星体的共同特征，而人们常常把这种辐射归因于同步加速机制。在这些天体中，等离子体湍动作用必定是重要的：一方面它决定快粒子的加速，另一方面它对这些天体的辐射有明显影响。

这一章我们将探讨一些等离子体天体物理问题，它们只涉及到在混有足够数量极端相对论电子和离子的通常“冷”等离子体中的集体过程。这些课题的研究成果至少可以用来解释上述天体的一些特性。我们一开始简短地概括观测资料，在这章末尾将讨论应用所得关系的可能途径。

### § 11 星系核、射电星系和类星体观测资料的简述

在这里，我们只列举一些从运用等离子体天体物理方法的观点看是有意义的资料。我们无意追求这种概述的完整性，而仅援引一些述评文章。

#### § 11.1 星系核的特性

许多星系的核(处于它们的中心部分)是一种具有明显活动的天体，它们的性质至今仍不清楚。在这个中心区域内出

现明显变化的特征时间量级为一年，因而星系中心核的尺度约一个秒差距，也即 $\sim 10^{18}$ — $10^{19}$  厘米或更小。

星系核中存在着恒星、星际等离子体、磁场以及相对论粒子。“正常”星系的核多少是“宁静”的，然而，大约占全部星系1—5%的星系的核出现强的活动。可能所有星系都有比较短暂( $\sim 10^7$ — $10^8$  年)的核活动阶段——可能是“一次性”的(例如，在星系形成的早期阶段)，或经过一段时间后又重复的然而强度较小的阶段。

我们将首先给出“宁静”星系核的资料。

星系核中大约有  $10^9$  (或更多) 颗恒星。已观测到各种光谱型恒星，它们中既有年轻的也有年老的。也可能有中子星和“坍缩星”[坍缩到史瓦西(Schwarzschild)球的恒星]。根据一些谱线分析在某些核中发现了电离气体，它的质量为  $10^6 M_\odot$  量级，也即全部恒星质量的  $10^{-3}$  倍。气体的温度为几千度而密度  $n_e \approx 10^3$ — $10^6$  厘米 $^{-3}$ 。核中还未观测到中性气体，然而在星系的中心部分却可找到它。

稳态核中恒星和气体的速度通常是不大的，可达  $10^7$  厘米/秒，有时也可遇到稍为大些的速度值。然而，核的高速旋转也是可能的。

星系核通常产生射电辐射，它几乎总是可以表示为如下形式的谱强度分布：

$$I_\omega \propto \omega^{-\alpha}, \quad (11.1)$$

式中  $\alpha \approx 0.7$  (对绝大多数源)，不同天体强度  $I_\omega$  的绝对值在一个宽的范围内变化。“正常”态核的射电辐射强度甚为粗略的估值为  $I_\omega \approx 10^{-8}$  尔格/厘米 $^2$  量级 (在频率  $\omega \approx 10^9$  秒 $^{-1}$  处)，但是，对该估值上下偏离达二个量级 (或甚而更大) 都是可能的。

在1970年已发现 (Low and Aumann, 1970)，星系核



(尤其是银河系核)在红外辐射窄带区发出几乎 90% 的光度, 极大处频率为  $\omega_{ir} \approx 2.5 \times 10^{13} \text{ 秒}^{-1}$  (也即, 波长  $\lambda_{ir} \approx 70$  微米), 并且在它两侧急剧下降 ( $\omega < \omega_{ir}$  时,  $I_\omega \propto \omega^{3.5}$ ;  $\omega > \omega_{ir}$  时,  $I_\omega \propto \omega^{-3.5}$ ). 值得注意的是, 许多天体, 尽管它们的性质迥然各异, 然而这个红外辐射的极大频率却几乎相同.

在我们银河系红外辐射(具有量级为  $3 \times 10^{41}$  尔格/秒的总光度)集中在三个源区, 它们的线度可能远小于  $10^{19}$  厘米. 因此, 它的极大谱强度大于  $I_\omega \approx 10^{-10}$  尔格/厘米<sup>2</sup>, 它甚至可能达到  $10^{-6}$  尔格/厘米<sup>2</sup> 量级. 下面我们将看到, 活动核的观测也在红外波段给出极大强度, 只不过其强度大得多.

最后应该指出, 曾报导过在银河系核发现引力辐射(于频率  $\sim 10^4 \text{ 秒}^{-1}$  处), 但这个结果不够可靠\*.

星系核的更进一步观测是与增大射电望远镜(通过建造甚长基线干涉仪)和光学望远镜(把它运送到大气外观测)的分辨本领密切相关. 可能在不远的将来会获得许多重要的新观测资料(参见: Kellermann, Jauncey, Cohen, Shaffer, Clark, Broderick, Rönnäng, Rydbeck, Matveyenko, Moiseyev, Vitkevitch, Cooper and Batchelor, 1971).

## § 11.2 星系核活动, 类星体

如同我们已经指出的, 在一小部分星系中观测到甚为活动的核.

首先, 这表现为气体运动速度的急剧增大. 核中观测到运动速度为  $10^7$ — $10^8$  厘米/秒的星系被称之为塞佛特(Seyfert)星系. 按不同谱线测定出的速度往往是很不相同的. 剧烈的运动有时席卷核范围以外星系区域并一直延伸到约  $10^{21}$  厘米的距离.

---

\* 韦伯(Weber)关于发现引力辐射的报导现已完全被否认. ——译者注

某些塞佛特星系产生强射电辐射，已经观测到二个塞佛特星系有强红外辐射，它们的极大频率  $\omega_{ir} \approx 2.5 \times 10^{13}$  秒<sup>-1</sup>，对应的强度为  $I_{\omega} \approx 3 \times 10^{-4}$  尔格/厘米<sup>2</sup>，光度约  $10^{46}$  尔格/秒。

所谓 N 星系是另一类有活动核的星系，它们至少也常和塞佛特星系那样被观测到，而且有较大的亮度。在它们的中心区域也出现激烈的气体运动，不过速度较低一些。这种类型星系一般有强射电辐射和连续光谱，而某些 N 星系的连续光谱出现约一年的时变，因此它们的核(或至少核内细节)的尺度不超过  $\sim 10^{18}$  厘米。

已知类星体是较少且较亮的有活动核的天体\*。看来可以指出一个序列：塞佛特星系、N 星系、类星体。它们有许多共同特征，但也存在着许多系统的差异。沿着这个序列，发射谱(由气体运动决定)的作用减小，而连续谱(由存在相对论粒子决定)的作用增大。平均宇宙学红移也依次增大(表明相应天体的数量减小和亮度相对增加)。塞佛特星系核及星系本身都清晰可见，到处都有恒星，而 N 星系有一亮核(其内也许没有恒星)和微微发光的包层(其中也许还有恒星)；最后，类星体的核确实没有通常类型的恒星，虽则它们也可能有气体积聚，但四周完全看不出有任何恒星星系。

我们稍为详细地讨论类星体。把它们记为 QSO(quasi-stellar objects; quasars)，或者如果只有射电辐射被观测到，就记为 QSS(quasi-stellar sources)。和其它活动核一样，发现它们有等离子体，但电子密度略高，量级为  $10^6$  厘米<sup>-3</sup>，且温度为  $\sim 2 \times 10^4$  K。除了发射线外，也观测到它们的吸收线系，这些线系的红移一般并不与发射线红移相同。吸收线的相对

---

\* 目前已知类星体有上千个(塞佛特星系只有上百个)，因而它并不少。——译者注

紫移可能与物质落向类星体有关，而相对红移则可能和它的离散或吸收较近一些天体(有较小宇宙学红移)的光有关。

类星体在光学和射电波段的甚强连续辐射可以用幂律谱式(11.1)来表示。这两种波段上强度的时变使我们可能限定

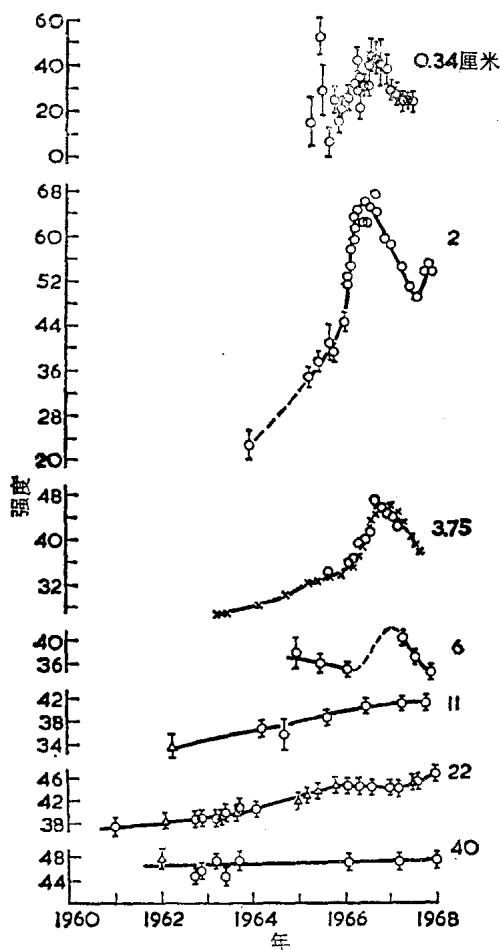


图 44 最近的类星体(3C 273)在不同波长(以厘米为单位)处的谱强度时变。

类星体线度为 $\sim 10^{18}$ — $10^{20}$  厘米, 或许更小, 约  $10^{16}$ — $10^{17}$  厘米. 对不同的波长而言, 这种变化的特征是不同的. 在图 44—45 中我们给出一些资料, 它们表明了类星体辐射强度 (图 44) 和塞佛特星系辐射强度 (图 45) 如何随时间变化.

观测仅仅是开始, 还需要积累更多的观测资料. 我们只

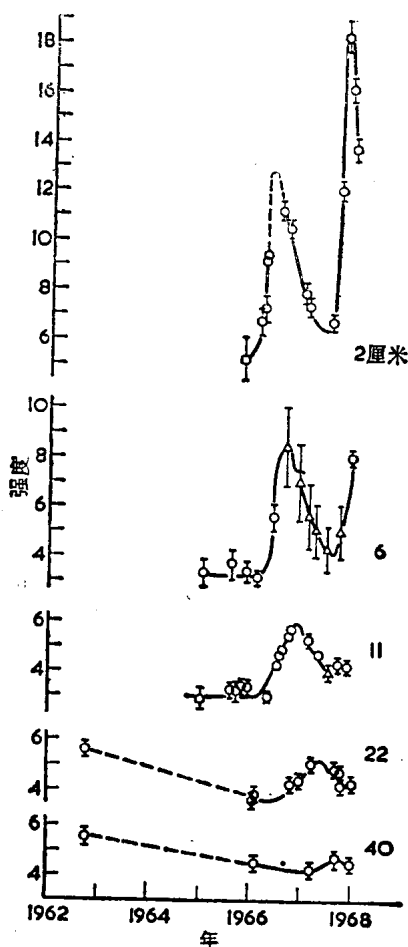


图 45 塞佛特星系 3C120 的时变.

是强调，波长越短，强度的时变愈大。图 46 也清楚反映了这一点，该图给出了一些源(类星体和塞佛特星系)的谱强度的时变。

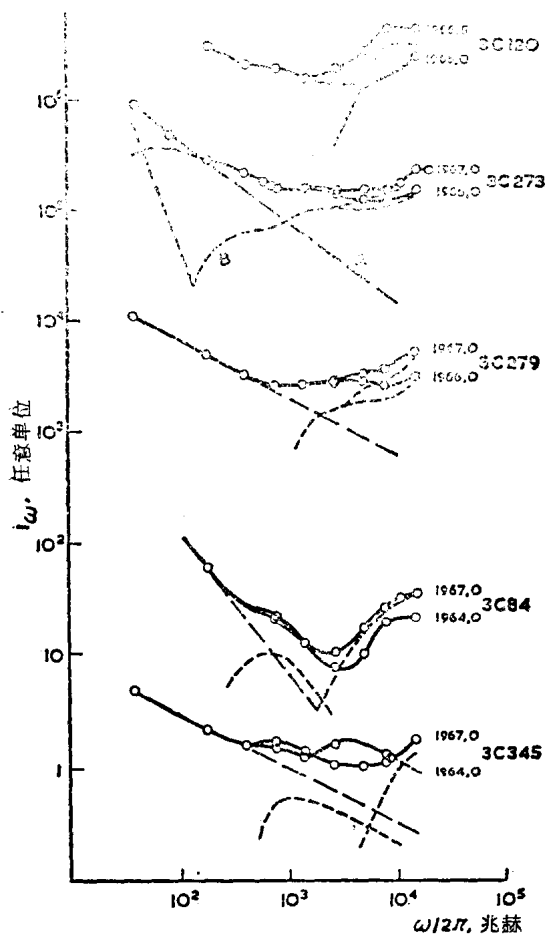


图 46 一些射电星系和类星体的射电辐射谱的时变。对不同天体强度标度是不同的。实线相应观测谱，虚线对应于一些细节谱(对 3C273 是可分辨的，而对其它源则是假定的)。

我们只能很粗略地估计特征谱强度。在光学波段  $I_{\omega} \approx 10^{-8}$  尔格/厘米<sup>2</sup>，而在射电波段它明显可达  $I_{\omega} \approx 10^{-3}$  尔格/厘米<sup>2</sup>。极大强度也出现在红外区 ( $\omega \approx 2.5 \times 10^{13}$  秒<sup>-1</sup>)，这里可能  $I_{\omega} \approx 10^{-2}$  尔格/厘米<sup>2</sup>。这儿所给出的也仅能作为数量级的估计值。

### § 11.3 射电星系, 爆发和它们的射电谱

星系的射电辐射强度是迥然各异的。在频区  $\omega \approx 6 \times 10^8 - 6 \times 10^{10}$  秒<sup>-1</sup> 范围内射电光度超过  $10^{41}$  尔格/秒的星系，通常被分成一类并称之为射电星系。这类星系的射电辐射区的尺度往往大大超过光学波段所看到的星系本身大小。

在许多情况下可以在图平面上详细分析射电亮度分布。射电辐射集中在星系两侧的二个(有时更多)区域内。显然这儿发生了相对论电子云(或束)喷射到星系际空间。这些云可能是从星系核中抛出的(Rees, 1967)。

图 47—49 给出了观测到的射电亮度分布的例子。相对论电子云可能很延展(图 47), 或相反是很致密的(图 49)。必须指出, 对于后面这种情况, 两个云几乎沿一直线离开星系而

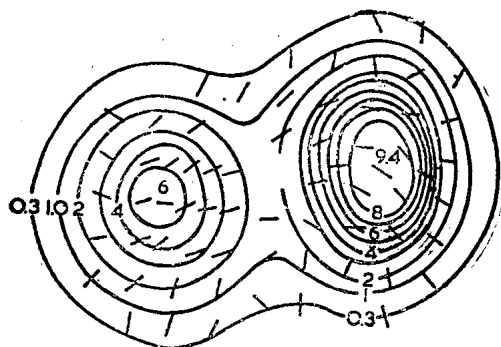


图 47 A 源中射电辐射强度分布。实线相应于射电等光线，短划线表示辐射偏振的方向。

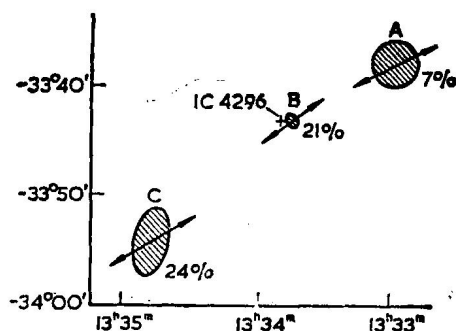


图 48 射电辐射源 MSH13-33 的结构。阴影区表示射电辐射区，数字表示偏振度，箭头表示它的方向。光学星系 IC 4296 用十字标出。

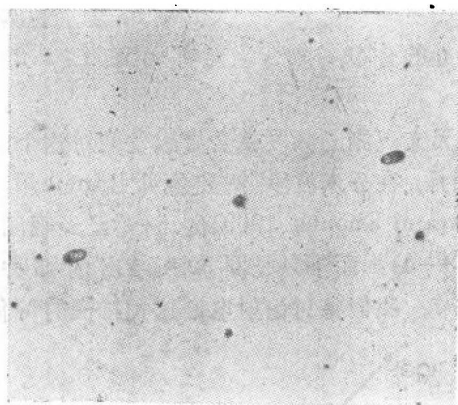


图 49 射电源 3C 33。两个甚致密辐射源位于离光学波段可见的星系同距离上。

且它们距星系的距离近似相等。

通常这些喷射物的辐射是高偏振的。有趣的是，室女座 A 射电源(图 50)的喷射物很近于星系核而且发出偏振的光学辐射。喷射物由象链条分布的不同部分组成，同时对相邻的链结，辐射偏振矢彼此垂直。

或许，射电星系以及几乎所有宇宙射电源(也包括类星

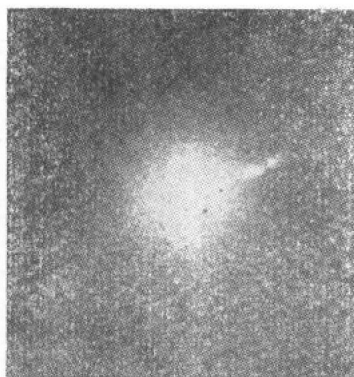


图50 室女座 A 射电星系和它的  
极端相对论电子的喷射物。

体)最有趣的特征是,尽管射电辐射的产生条件各不相同和各类天体尺度差别甚大,但是它们的谱却是惊人的类似,都可用公式(11.1)来表示,而且有几乎相同的谱指数  $\alpha \approx 0.7$ 。

在图 51 和 52 中,我们给出了各种源的谱。它们之间的差别虽则明显但却不大。图 53 表示观测的谱指数在不同频率处的分布。实际上总有  $0.5 \leq \alpha \leq 1.2$ , 而一般地  $\alpha \approx 0.7$ 。

扩大射电天文观测的频段就会导致发现对这个简单规律的偏离。特别是,在分米波段[例如参见 Braude, Lebedeva, Megn, Ryabov and Zhonck(1969)的工作]已经观测到更陡的上升谱( $\alpha \approx 3-4$ ),而不只是图 52 所给出的那种下降类型。在以下几节,我们将讨论射电谱这种特征的可能解释。

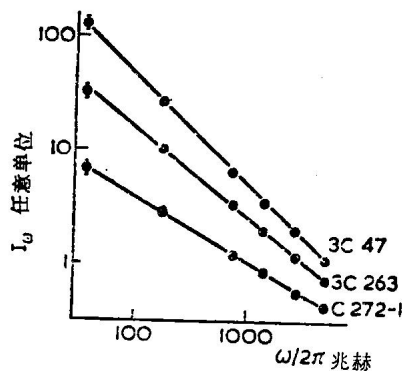


图51 射电星系谱:在甚宽频区内谱指数是常数情况。



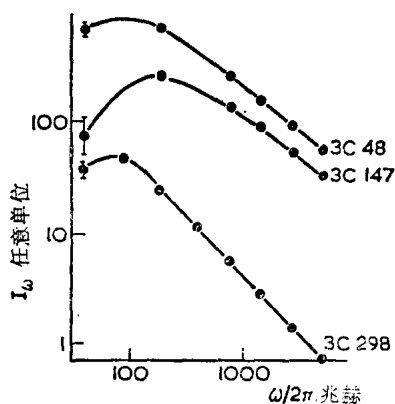


图 52 射电星系谱: 在低频谱端有一下降情况.

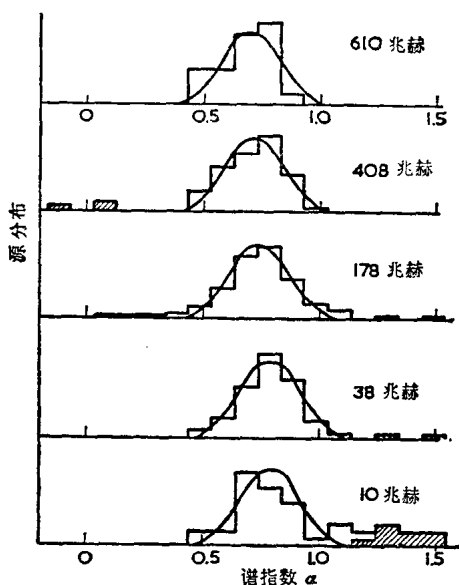


图 53 射电源随谱指数的分布(在不同频率上).

但是应该强调, 理论的主要问题可能是要阐明谱  $I_\omega \propto \omega^{-0.7}$  的普适性.

有关这些天体的详细介绍可参考以下作者的书\*：什克洛夫斯基(Shklovskii, 1960 a), 金兹堡和瑟罗瓦茨基(Ginzburg and Syrovatskii, 1964 a), 卡普兰和皮克涅尔(Kaplan and Pikel'ner, 1970) 以及柏比奇等(Burbidge and Burbidge, 1967)。

## § 12 等离子体中极端相对论粒子的辐射

为了解释天体物理中各种现象, 长期以来人们已经注意到极端相对论粒子。但是, 至今并没有特别注意这些粒子不是在真空而是在等离子体中运动和辐射。确实, 也曾经考虑过等离子体对相对论粒子辐射影响的若干效应: 例如已经证明, 等离子体“抑制”了低频段辐射而导致观测到的谱下降(Tsyтович, 1951; Razin, 1960)。在这之后, 发现了在等离子体中同步加速不稳定效应(Zheleznyakov, 1967a; McCray, 1966), 我们将在下面稍为详细地讨论它。然而即便如此, 等离子体实质上也只起了一种消极作用: 它的影响仅仅归之为改变了电磁波的折射率。

现在大概不必证明: 等离子体的集体特征大大地影响了一切与它有关的过程, 其中包括等离子体中的极端相对论粒子辐射条件。相对论粒子辐射所有类型的等离子体波, 可能引起新的等离子体不稳定性, 而它本身又被等离子体湍动所加速。极端相对论粒子和等离子体间的“集体”耦合是等离子体天体物理的最重要的特性, 我们绝不要忽视它。

### § 12.1 相对论粒子的分布函数

显然, 只要相对论粒子碰撞甚为稀少, 这种粒子在宇宙条

---

\* 新近有关这些天体的述评文章请参见: E. H. Avrett, ed., *Frontiers of Astrophysics*, 1970。——译者注

件下就不服从麦克斯韦分布函数。在宇宙条件下确定极端相对论粒子分布函数问题是很困难的，至今尚未解决。根据定性的理论考虑和观测资料，我们只能近似地描述这个函数。

在宇宙条件下，极端相对论粒子的各向同性和各向异性速度分布显然都是可能的，虽然，或许第一种分布出现得更加频繁。因此，我们着手确定极端相对论粒子的各向同性能量分布函数  $f_0$ ，量  $f_0$  已在 § 2 中引用过。

大量观测资料<sup>1)</sup>表明，在 高能区 相对论电子的分布函数几乎总是按幂律形式随能量增加而减小：

$$f_0 \propto \varepsilon^{-\gamma}, \quad (12.1)$$

式中指数  $\gamma$  在各种极不相同的条件下异乎寻常地是一个常数，它近似为  $\gamma \approx 2.5-2.7$ 。有时也确实观测到分布函数出现折断。这时对某种能量，指数  $\gamma$  跳跃地减小或增大，尔后分布函数重又由关系式 (12.1) 表示，但具有不同的  $\gamma$  值。

等离子体天体物理主要问题之一是阐明这种幂律谱和理论决定指数  $\gamma$  的数值。在 § 14 中我们将指明这个课题是如何解决的。

在低能区，很难观测到  $f_0$ 。自然可预期在某个能值  $\varepsilon_*$  处函数  $f_0$  达到极大，然后随能量减小而减小。如果假定在低能范围相密度是常数——对于通过相互作用（无论如何它们决定着速度的各向同性分布）建立起来的平衡或准平衡分布，它只不过是一个普通条件，那么在小能量情况下，就应该有  $f_0 \propto \varepsilon^2$ （这儿依然假定  $\varepsilon \gg mc^2$ ）。

1) 大多数资料是基于假定相对论电子辐射是同步加速辐射以及谱指数  $\alpha$  与指数  $\gamma$  间关系为  $\alpha = (\gamma - 1)/2$  [参见方程 (12.16)] 而获得的。往后将证明，冷等离子体中相对论电子的大多数等离子体辐射机制也给出同样关系： $\alpha = (\gamma - 1)/2$ 。因此所归算的  $\gamma$  “观测”值实际上与具体辐射机制的假设无关。然而，这并不适合于甚强磁场情况和完全极端相对论等离子体（例如脉冲星近域），该处  $\alpha$  和  $\gamma$  存在另一种关系（详见第四章）。

显然我们可以取快电子的能量分布函数为如下近似公式:

$$f_s = \frac{\gamma(\gamma^2 - 1)n_*\varepsilon_*^{\gamma-1}s^2}{2(\varepsilon_* + s)^{\gamma+2}}, \quad (12.2)$$

对所有天体物理的估计它有足够的精确度. 当  $s \gg \varepsilon_*$ , 这个函数的性质如同式(12.1), 而当  $s \ll \varepsilon_*$ , 则  $f_s \propto s^2$ . 此外, 式(12.2)的  $f_s$  是归一的, 以致相对论电子的总密度等于  $n_*$ .

应用公式(12.2)是方便的, 它还有可使其与观测资料相符的三个参量  $n_*$ ,  $\varepsilon_*$  及  $\gamma$ , 更重要的是, 从具有物理意义观点看, 它是令人满意的. 例如在天体物理中常常假定这样条件, 在某个  $s_1$  处  $f_s$  存在一个截断, 以致在  $s < s_1$  时  $f_s = 0$ , 这既和简单的统计考虑又和周知的物理机制(它们决定  $f_s$  的形成)相矛盾.

在这种意义上, 即相对于等离子体中几乎任何波的受激激发是稳定的, 也就是说对这种分布函数而言, 吸收总是超过受激辐射(当然, 这并不适合于甚强磁场情况, 那时粒子分布变为各向异性, 参见第四章), 分布函数(12.2)特别类似于平衡的麦克斯韦分布. 因此, 分布(12.2)可以称为准平衡分布. 然而, 由于随后对极端相对论电子发射系数的全部计算都将借助于式(12.2)而获得, 我们最好还是称它为标准分布.

必须记住, 式(12.2)仅仅是属于各向同性速度分布, 它是由粒子与周围介质的相互作用而建立起来的. 极端相对论粒子的各向异性分布函数有着完全不同的特性. 这时没有任何一般考虑(诸如对于小的  $s$ , 要求  $f_s \propto s^2$ ), 而分布函数既决定于产生各向异性的条件, 又决定于因不稳定性的发展而引起的振荡波作用.

例如在天体物理对象的表层, 向外运动的粒子离开天体的几率比向内运动粒子的大, 这就形成了极端相对论粒子速

度的各向异性。由以下分布函数给出的近似是合适的:

$$f_{\varepsilon} = f_{\varepsilon}^{(0)}(1 + \eta \cos \theta), \quad (12.3)$$

式中  $f_{\varepsilon}^{(0)}$  是各向同性分布函数[例如式(12.2)],  $\theta$  是与选择的方向(例如天体表面法向)所成的夹角, 而  $\eta$  是各向异性参量。

能量可能有弥散但以相同速度  $v \approx c$  沿一个方向运动的相对论粒子束造成了另一种明显各向异性情况。最合适假定它们是一种高斯能量分布, 在某个能值  $\varepsilon_*$  达到极大而弥散度为  $\Delta\varepsilon_*$ 。当然, 一种真实束也存在速度方向的弥散  $\Delta\theta$ 。

在宇宙条件下束运动方向所张的立体角很小是另一种可能的情况。众所周知, 带电粒子在磁场中运动时旋进不变量(粒子横向能量与  $\sqrt{H}$  之比,  $H$  为磁场强度)是守恒的。因此, 若粒子从强磁场区进入到弱场区, 则粒子束就要沿磁力线伸展。

由于同步加速辐射而使横向能量损失也导致同样效应。因而可预期, 在宇宙条件下将会出现足够窄的多少是单能量的极端相对论电子束, 它们几乎严格沿磁场运动。

## § 12.2 电磁波和朗缪尔波的自发同步加速辐射

通过同步加速机制而能够产生强非热辐射是极端相对论电子的主要特性, 在天体物理中, 它有很大价值。众所周知(例如参见 Ginzburg and Syrovatskiĭ, 1964a; Bekefi, 1966; Ginzburg, Sazonov and Syrovatskiĭ, 1968), 沿着螺旋线(与磁场成  $\theta$  角)运动的极端相对论电子在很宽的频率间隔上辐射出电磁波。辐射的极大强度出现在频率(2.16)处。如果考虑到沿螺旋线运动, 单电子辐射谱极大频率的更为精确表达式则是

$$\omega_{\max} = 0.29\omega_{He} \sin \theta \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2. \quad (12.4)$$

以下, 我们将把因子  $\sin \theta$  归到量  $\omega_{He}$  中去, 也即在本节中的  $\omega_{He}$  看作为量  $eH \sin \theta / m_e c$ .

现在让我们来确定辐射概率. 在谱极大处它由公式 (2.17) 所决定. 这里我们必须考虑一个无量纲函数, 它表征辐射能量的谱分布. 考虑到等离子体影响, 对给定的波数  $k = \omega/c$ , 同步加速辐射概率的精确表达式为 (Tsytovich, 1951)

$$u_k = \sqrt{3} \cdot \pi \frac{e^2 c^2 \omega_{He}}{2 \omega^3} \Psi(\omega, \varepsilon), \quad (12.5)$$

式中

$$\begin{aligned} \Psi(\omega, \varepsilon) &= \frac{\omega}{\omega_c} \left[ \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \right] \\ &\times \left[ 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (12.6)$$

其中  $K_{5/3}(\eta)$  是麦克唐纳 (MacDonald) 函数, 而

$$\omega_c = \frac{3}{2} \omega_{He} \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \left[ 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \right]^{-3/2}. \quad (12.7)$$

采用这个精确公式是不方便的且也不必要, 因为使用它得到的结果已超过了天体物理所有计算的精度. 为此, 我们利用如下近似公式就完全足够了:

$$\Psi(\omega, \varepsilon) = \sqrt{3} \cdot q^{1/3} \exp \left[ -\frac{2}{3} q \left( 1 + \left( \frac{\zeta}{q} \right)^2 \right)^{3/2} \right], \quad (12.8)$$

式中

$$q = \frac{\omega}{\omega_{He}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2, \quad \zeta = \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \frac{m_e c^2}{\varepsilon}. \quad (12.9)$$

式 (12.8) 可从精确公式的渐近近似得到. 当  $q$  从 0 变到 15 时, 式 (12.8) 与精确公式 (12.6) 的偏差小于 5%.

现在我们回到辐射概率与角度  $\theta$  的关系问题. 减小这个角度, 在其它条件保持不变时也就是减小  $\omega_{He}$ , 这等效于增大  $q$  (对于给定的辐射频率和粒子能量). 这就意味着, 在  $\theta$  减小时对给定的  $\varepsilon$  值, 函数  $\Psi(\omega, \varepsilon)$  进入到按指数下降的区域. 只

有  $\sin \theta$  并不太小的粒子才将产生明显的辐射。在下一章我们将研究这种小角度  $\theta$  的情况。

如果利用公式(12.8)，我们就很容易估计等离子体对同步加速辐射概率的影响，它由参量  $\zeta$  决定。显然如果  $q$  和  $\zeta$  的量级都不大于 1，辐射概率才不是指数地小。由此可见，如果

$$1 \ll \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \ll \varepsilon / m_e c^2, \quad (12.10)$$

我们无疑就能略去等离子体的影响。

如果不等式(12.10)反向，几乎所有频率上的辐射将受到强烈地抑制。实际上可认为，能量  $\varepsilon > m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$  的粒子将辐射电磁波，这时等离子体对它没有特别的干扰，而  $\varepsilon < m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$  的粒子所发出的辐射却遭受到强烈抑制。

忽略等离子体的影响，单个相对论电子同步加速辐射的总功率(对所有频率积分)为

$$P_0 = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \omega_{He}^2 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2. \quad (12.11)$$

如果等离子体影响是重要的，那么对于小  $\varepsilon$  值总辐射功率为 (Zheleznyakov and Trakhtengerts, 1966)

$$P^t = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{e^2}{c} \omega_{He} \omega_{pe} \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \exp \left[ -\sqrt{3} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right], \quad (12.12)$$

也即是对  $\varepsilon < m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$ ，辐射谱有一陡降(图 54，曲线  $t$ )。

我们来计算单位体积单位频率间隔的发射系数：

$$J_{\omega}^t = \frac{J_k^t}{c} = \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} u_k f_{\varepsilon} d\varepsilon. \quad (12.13)$$

把公式(12.2)，(12.5)和(12.8)代入上式就得到一个相当复杂的表达式，这里我们不将它写出来。从把此理论应用到天体物理问题的观点来看，在下面规定的频区内获得一个近似

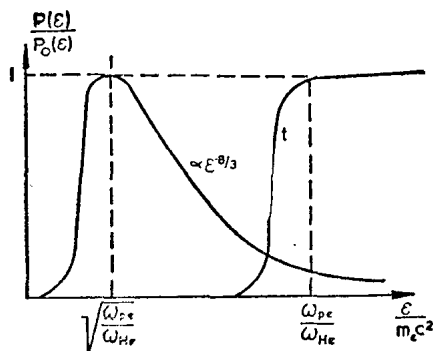


图 54 在等离子体中作为相对论电子能量函数的总同步加速辐射功率。这里  $P_0(\epsilon) = \frac{2}{3} (c^2/c) \omega_{He}^2 (\epsilon/m_e c^2)^2$  是真空中辐射功率，曲线  $t$  表示电磁波辐射功率，曲线  $l$  表示朗缪尔波功率。

表达式就足够了。此外，除了特别声明以外，往后在所有发射和吸收系数中我们将略去依赖于参量  $\gamma$  的量级为 1 的数值因子。一个重要的例外情况将放在 § 14 中讨论。

把整个辐射谱分为两部分——低频和高频部分。不难证明，极大强度出现在以下频率处：

$$\omega_{\max}^* \approx \omega_{He} \left( \frac{\epsilon_*}{m_e c^2} \right)^2. \quad (12.14)$$

在谱的低频部分即当  $\omega \ll \omega_{\max}^*$ ，发射系数为

$$J_{\omega}^t \approx \frac{e^2}{c} \omega_{He} n_* \left( \frac{\omega}{\omega_{\max}^*} \right)^{1/3}. \quad (12.15)$$

在高频部分即当  $\omega \gg \omega_{\max}^*$  时，我们有 (Getmantsev, 1952; Korohak and Terletskii, 1952; Ginzburg and Syrovatskii, 1964a)

$$\begin{aligned} J_{\omega}^t &\approx \frac{e^2}{c} \omega_{He} n_* \left( \frac{\omega_{\max}^*}{\omega} \right)^{(\gamma-1)/2} \\ &= \frac{e^2}{c} \omega_{He} n_* \left( \frac{\epsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{(\gamma-1)/2} \end{aligned} \quad (12.16)$$



在这两种情况中,我们都略去了等离子体的影响,即令  $\zeta=0$ .

我们容易理解谱(12.15)和(12.16)的定性性质. 对于低频区几乎所有极端相对论电子都在使式(12.18)中指数为1的谱区产生辐射. 这里每个电子按规律  $J_\omega \propto \omega^{1/3}$  辐射, 因此整个辐射谱在  $\omega < \omega_{\max}^*$  时都有同样的形式. 在高频区即  $\omega > \omega_{\max}^*$ , 情况则有所不同. 这儿重要的是, 在高频段只有高能粒子才能辐射[这可从公式(12.8)及(12.9)看出]. 能量小于  $m_e c^2 (\omega/\omega_{He})^{1/2}$  的粒子对在频率  $\omega$  处辐射的贡献是按指数地减小(因为  $q > 1$ ). 因此在高频段的发射系数取决于适当能量的粒子数.

只有当可以忽略等离子体的影响时, 我们有关电磁波同步加速辐射谱性质的论述才是正确的. 现在不难考虑这种影响. 实际上, 由于当  $\varepsilon < m_e c^2 \omega_{pe}/\omega_{He}$  时, 等离子体抑制了辐射, 由此立即可得出, 如果

$$\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \gg \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}, \quad (12.17)$$

那么等离子体对整个同步加速辐射谱实际上并无影响, 只不过在式(12.15)成立的区域内略微降低了这个谱. 另一方面, 如果式(12.17)的反向不等式成立, 等离子体就大大地影响这种情况. 因为它截断了能量近于  $m_e c^2 \omega_{pe}/\omega_{He}$  粒子的辐射, 这就意味着, 频率小于

$$\omega_{cr} \approx \frac{\sqrt{3}}{\pi(\gamma-1)} \omega_{He} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \right)^2 \approx \frac{4\sqrt{3}}{\gamma-1} \frac{en_e c}{H} \quad (12.18)$$

的整个谱区也将被截断(Razin, 1960). 甚高频( $\omega > \omega_{cr}$ )辐射依然近似地由表达式(12.16)所决定, 而对小于式(12.18)的频率就出现谱的陡降. 存在下降段的同步加速辐射电磁谱的特征与图54所示的谱形相符.

等离子体对同步加速辐射的这种影响在物理上可解释如

下: 无论是谐波数(在该处辐射强度达到极大), 还是方向图(在窄立体角内辐射的密度), 两者都取决于参量  $(1 - v^2/v_p^2)^{1/2}$ , 其中  $v$  是粒子速度,  $v_p$  是波的相速. 这些特殊相对论效应不仅在产生电磁波情况下而且也对任何辐射都应出现. 真空中的电磁波  $v_p = c$ , 因而  $(1 - v^2/v_p^2)^{1/2} \approx m_e c^2 / \varepsilon \ll 1$ . 等离子体中的电磁波相速

$$v_p = \omega/k = c(1 + \omega_{pe}^2/2\omega^2) > c,$$

因而量  $(1 - v^2/v_p^2)^{1/2}$  甚至对于极端相对论电子也不很小. 这时可得到

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{v^2}{v_p^2}\right)^{1/2} &\approx \left(1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^2}{c^2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right)^{1/2} \\ &\approx \left[\left(\frac{m_e c^2}{\varepsilon}\right)^2 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right]^{1/2} \gtrsim \frac{\omega_{pe}}{\omega}. \end{aligned} \quad (12.19)$$

如果  $\omega_{pe}/\omega$  不太小, 则甚至极端相对论粒子的辐射也分布在一个较宽的立体角内和出现在较小的谐波数区.

另外, 由此还可得到另一个重要结论: 同步加速机制仅能产生相速很近于光速的波. 除了电磁波外, 在等离子体中只有朗缪尔波才具有这样的相速. 因此, 我们还必须研究纵等离激元的同步加速辐射, 其波数近于  $k_0 = \omega_{pe}/c$ , 即相速接近于光速.

纵等离激元同步加速辐射概率由下式决定 (Kaplan and Trakhtengerts, 1967; Kaplan and Tsytovich, 1972b):

$$u_k = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{e^2}{k^2} \int_{\xi}^{\infty} K_{1/3}(\eta) d\eta, \quad (12.20)$$

式中  $K_{1/3}(\eta)$  是麦克唐纳函数. 这个积分的下限等于

$$\xi = \frac{2}{3} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \left(\frac{m_e c^2}{\varepsilon}\right)^2 \left[1 + 2 \frac{\omega_{pe} - kc}{\omega_{pe}} \left(\frac{\varepsilon}{m_e c^2}\right)^2\right]^{3/2}. \quad (12.21)$$

用如下近似表达式代替等式 (12.20) 是合宜的:

$$u_k = \frac{2\pi^2}{3} \frac{e^2 c^2}{\omega_{pe}^2} \exp \left\{ -\frac{2}{3} q \left[ 1 + 2 \frac{\omega_{pe} - kc}{\omega_{pe}} \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \right]^{3/2} \right\}, \quad (12.22)$$

式中  $q$  由式(12.9)定义. 首先由此可见, 仅仅具有能量为

$$\frac{\varepsilon}{m_e c^2} \gtrsim \sqrt{\frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}} \quad (12.23)$$

的一些电子才产生明显的同步加速辐射( $q \lesssim 1$ ). 而且粒子能量越大, 它们辐射的波数间隔就越小. 从式(12.22)可以得到同步加速机制所辐射的纵等离子激元的波数范围为

$$\frac{\Delta k_e}{k_e} \approx \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^{2/3} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^{2/3} \lesssim \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}}. \quad (12.24)$$

当式(12.23)中等号成立时, 这个间隔的宽度达到极大.

对整个波数积分辐射概率, 我们就得到单个相对论电子产生的纵等离子激元同步加速辐射功率(参见图 54, 曲线  $l$ ):

$$P = \frac{\Gamma \left( \frac{2}{3} \right) 3^{1/6}}{4\pi} \frac{e^2 \omega_{pe}^2}{c} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^{2/3} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^{2/3} \lesssim 0.1 \frac{e^2}{c} \omega_{pe} \omega_{He}. \quad (12.25)$$

在把公式(12.25)与(12.11)及(12.12)作比较时, 我们必须记住, 当  $\varepsilon/m_e c^2 < \omega_{pe}/\omega_{He}$  时电磁波的同步加速辐射受到了强烈抑制. 因此可论述如下: 当  $\varepsilon/m_e c^2 \gg \omega_{pe}/\omega_{He}$  时, 同步加速机制几乎只能唯一产生电磁波辐射. 而当

$$\sqrt{\frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}} < \frac{\varepsilon}{m_e c^2} < \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \quad (12.26)$$

时, 这种机制主要辐射朗缪尔波. 最后, 当  $\varepsilon < m_e c^2 (\omega_{pe}/\omega_{He})^{1/2}$  时, 由于等离子体的影响, 相对论电子的辐射都受到抑制.

### § 12.3 相对论粒子产生的朗缪尔波及阿尔文波的契连科夫辐射

当然, 极端相对论粒子通过契连科夫机制也能辐射各种

模式等离子体波(它们的相速小于光速)。特别是,也能辐射朗缪尔波。前面已计算了朗缪尔波的同步加速辐射,而且证明了,仅仅在一个窄的波数范围内(相速近于光速)才能产生这种波。

通过契连科夫辐射机制,相对论粒子能产生纵等离子激元,它们的相速可从  $3v_{Te}$  到  $c$ , 即是它们的波数可从  $(3d_0)^{-1}$  到  $k_0 = \omega_{pe}/c$ 。辐射概率仍然由表达式(2.24)(令  $v=c$ )表示,即

$$u_k = 2\pi^2 \frac{e^2 \omega_{pe}}{k^3 c}. \quad (12.27)$$

重要的是,这个概率不依赖于粒子能量。单个相对论粒子辐射朗缪尔波的总功率等于

$$P^l = \int_{k_c}^{(3d_0)^{-1}} \frac{k^2 \omega_{pe}}{2\pi^2} u_k dk = \frac{e^2 \omega_{pe}^2}{c} \ln \left( \frac{c}{3v_{Te}} \right), \quad (12.28)$$

它也不依赖于粒子能量。如果

$$\frac{\varepsilon}{m_e c^2} < \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \sqrt{\frac{3}{2} \ln \frac{c}{3v_{Te}}}, \quad (12.29)$$

则功率(12.28)就大于(12.25)和(12.12)甚至大于(12.11)。因此在不等式(12.26)区间内,超过横波辐射的朗缪尔波辐射的上限值还应当提高好几倍。顺便指出,一般对于这些能量范围,粒子在等离子体中运动期间电离损失能量比由于同步加速和契连科夫辐射损失的要多。

由于辐射概率不依赖于能量,发射系数仅取决于量  $n_*$ 。我们可得

$$J_k^l = \frac{e^2 \omega_{pe}^2}{ck} n_*. \quad (12.30)$$

发射系数随着波数的减小而增大(图55)。当  $k \gg \omega_{pe}/c$  时,粒子几乎在垂直于它运动的方向上产生辐射。当  $v_p$  接近光速时,辐射锥变小,而契连科夫辐射集中于沿粒子运动的朝前方向。

显然, 相对论粒子也能产生其它等离子体波。这儿特别重要的是阿尔文波, 因为它们的吸收系数比较小。在宇宙等离子体中的通常条件下相对论粒子密度不高, 因而与吸收系数(它取决于  $n_e$ )相比, 发射系数(它取决于  $n_*$ )是小的。仅对阿尔文波而言, 在宇宙等离子体中相对论粒子的辐射效应可能是明显的。

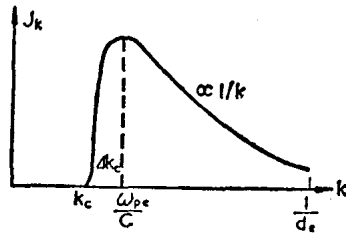


图 55 相对论粒子辐射朗缪尔波的发射系数。区域  $k - \omega_{pe}/c \gg \Delta k_c$  相应于契连科夫辐射机制, 而  $k < \omega_{pe}/c$  相应于同步加速机制。随着能量增加, 量  $\Delta k_c$  按规律  $\propto (mc^2/\varepsilon)^{2/3}$  而减小, 参见式(12.24)。

然而, 我们必须首先

考虑对波数的限制。事实上, 阿尔文波的波数是小的, 即波长是长的。加之, 当被辐射波的波长小于回旋半径时, 契连科夫机制才起作用。因此, 对于因契连科夫机制产生的阿尔文波的波数而言, 就存在着一个下限。它们也存在一个上限, 等于  $\omega_{H1}/v_A$ 。

因此

$$\frac{\omega_{H1}}{v_A} = \frac{\omega_{pe}}{c} > k > k_{\min} = \frac{\omega_{He}}{c} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} = \frac{eH}{\varepsilon}. \quad (12.31)$$

因而只有能量

$$\varepsilon > m_e c v_A \quad (12.32)$$

的粒子才能产生阿尔文波的契连科夫辐射。相对论离子通过契连科夫机制总能产生阿尔文波, 而对相对论电子, 条件(12.32)也很容易满足。

按角度平均, 相对论粒子产生阿尔文波的契连科夫辐射概率等于

$$u_k = \frac{\pi^2 e^2 v_A (2c^2 + 3v_A^2)}{4(v_A^2 + c^2)^{3/2} k^2}. \quad (12.33)$$

阿尔文波总辐射功率为

$$P^a = \frac{e^2 c \omega_{Hi}^2 (6v_A^2 + 5c^2)}{30(v_A^2 + c^2)^2} \approx \frac{e^2 \omega_{Hi}^2}{6c}. \quad (12.34)$$

最后的等式在  $v_A \ll c$  范围内成立。如同我们所预期的，阿尔文波以及其它低频波的辐射总功率与电磁波和朗缪尔波的辐射功率相比是很小的。

我们也很容易决定阿尔文波的辐射谱。当  $v_A \ll c$  时有

$$J_k^a = \frac{e^2 v_A^2 k}{6c} \int_{eH/k}^{\infty} f_e d\varepsilon = \frac{e^2 v_A^2 k_* n_*}{6c} S(k_*/k), \quad (12.35)$$

式中  $k_* = eH/\varepsilon_*$ ，而无量纲波长  $\lambda = k_*/k$  的函数  $S(k_*/k)$  (它

决定谱分布) 有如下形式:

$$S(\lambda) = \frac{\gamma(\gamma+1)\lambda^2 + 2(\gamma+1)\lambda + 2}{\lambda(\lambda+1)^{\gamma+1}}. \quad (12.36)$$

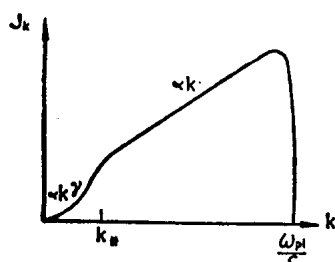


图 56 相对论粒子产生阿尔文波的发射系数, 它是波数的函数。

图 56 表示这种谱分布。当我们观测宇宙射电源强度起伏时，这种表征磁场小尺度起伏谱也可能出现。那时更为重要的

的是阿尔文波的受激激发和随之而来的非线性转换为磁流体动力学波 (Scheuer and Tsytovich, 1970)。

## § 12.4 相对论电子受激辐射及再吸收

对于相对论粒子，电磁波和等离子体波的受激辐射增长率或衰减率(再吸收)都可利用 § 2 中公式[例如式(2.33)和(2.34)]进行计算。在本小节中，从  $f_p$  化到  $f_e$  就更为方便。

我们从各向同性分布情况开始。由公式(2.27)，(2.33)和(2.34)得到

$$\begin{aligned}\gamma &= \int u_k \omega \frac{\partial f_p}{\partial \varepsilon} \frac{4\pi \varepsilon^2 d\varepsilon}{(2\pi c)^3} \\ &= \omega \int_0^\infty u_k \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2} \right) d\varepsilon.\end{aligned}\quad (12.37)$$

分部积分及考虑到  $f_\varepsilon(0) = f_\varepsilon(\infty) = 0$ , 就得到

$$\frac{\gamma(\omega)}{\omega} = - \int_0^\infty \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (\varepsilon^2 u_k) d\varepsilon. \quad (12.38)$$

当我们能判断上面两式任一种导数符号时, 它就很便于进行定性估计. 例如对标准分布函数(12.2), 导数  $\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{f_\varepsilon}{\varepsilon^2}$  总是负的. 在这情况下任何辐射机制只能导致吸收: 由于总有  $u_k > 0$ , 故而  $\gamma < 0$ . 正是这个缘故我们才称函数(12.2)为准平衡分布, 因为它相对于等离子体中任何类型波的激发实际上是稳定的. 另一方面, 如果  $\partial/\partial \varepsilon (\varepsilon^2 u_k) > 0$ , 一般地说, 任何各向同性分布函数无论在低能区如何截断它都不能产生辐射场的放大.

公式(12.38)使我们能确定每个粒子的衰减率或增长率. 我们引进一个将称之为再吸收系数的量:

$$\kappa = \frac{\omega}{\varepsilon^2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (\varepsilon^2 u_k), \quad (12.39)$$

并来计算相对论粒子各种辐射机制所对应的这个系数.

把式(12.5)代入(12.39)中, 我们得到同步加速机制的吸收:

$$\kappa^{\dagger}(\omega) = \sqrt{3} \cdot \pi \frac{e^2 c^2}{\omega^2} \frac{\omega_{He}}{\varepsilon^2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} [\varepsilon^2 \Psi(\omega, \varepsilon)]. \quad (12.40)$$

保持  $\omega$  为常数对  $\varepsilon$  微分式(12.6)或(12.8) (对其微分比较方便也是足够精确), 我们就得到

$$\kappa^{\dagger} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{e^2}{m_e \omega_{He}} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{5/2} \Psi'(\omega, \varepsilon), \quad (12.41)$$

式中无量纲函数  $\Psi'$  (撇号并不表示微分) 为

$$\Psi'(\omega, \varepsilon) = \sqrt{3} q^{5/6} \left\{ 1 + q \left[ 1 + \left( \frac{\zeta}{q} \right)^2 \right]^{3/2} - \frac{3}{2} \frac{\zeta^2}{q} \right. \\ \left. \times \left[ 1 + \left( \frac{\zeta}{q} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \exp \left\{ -\frac{2}{3} q \left[ 1 + \left( \frac{\zeta}{q} \right)^2 \right]^{3/2} \right\}. \quad (12.42)$$

从式(12.42)我们立即可以得出某些重要结论。第一, 当等离子体影响不重要时 ( $\zeta=0$ ), 再吸收系数总是正的。换句话说, 真空中相对论电子同步加速辐射决不能导致电磁场放大(我们记得, 目前仅讨论了各向同性粒子的速度分布)。

等离子体的影响会在再吸收系数中引起一个负的部分。这个效应已由热列兹尼科夫 (Zheleznyakov, 1967a, b) 和姆克拉依 (McCray, 1966) 所发现<sup>1)</sup> (也参见 Zheleznyakov and Suvorov, 1968), 他们得到了再吸收系数的表达式, 它相应于把等式(12.6)代入(12.39) (在极限  $\zeta \gg 1$  和  $\zeta \ll 1$  情况下)。由于公式(12.41)及(12.42)对整个频率范围都是统一的, 因而应用它们是方便的。

公式(12.42)表明, 当  $\zeta^3/q^2 \gtrsim 2$  时, 再吸收系数的负部就超过它的正部。对于该量的较大值, 指数函数很小, 以致再吸收系数仅在  $\omega_n$  附近的窄频区内才是负的而且并不是按指数减小, 值  $\omega_n$  相应于条件  $\zeta^3 \approx 4q^2$ , 即

$$\omega_n \approx \left( \frac{\omega_p^3}{4\omega_{H0}} \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^{1/2}. \quad (12.43)$$

负再吸收区域的宽度约为  $0.3\omega_n$  [在值(12.43)两边]。当  $\omega \leq 0.7\omega_n$  时, 再吸收系数仍是负的, 但按指数减小, 而对  $\omega \gtrsim 1.3\omega_n$  情况, 再吸收系数就是正的 (图 57)。

我们指出, 同步加速再吸收系数的负部, 即同步加速激励, 一般地出现于折射率异于 1 的介质中。对于任意形式的

1) 相应于  $\Psi'(\omega, \varepsilon)$  的量早被盖利季斯和齐托维奇 (Gailitis and Tsytovich, 1963) 找到, 而且他们发现, 考虑到等离子体影响, 对某些频率它就变成负的。



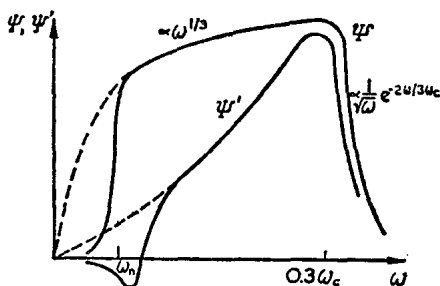


图 57 对给定能量的粒子,同步加速辐射系数 ( $\Psi$ ) 和再吸收系数 ( $\Psi'$ ) 的频率依赖关系。虚线相应于忽略等离子体影响的情况。

折射率  $n(\omega)$  [但在  $n(\omega) < 1$  的条件下], 出现同步加速不稳定性的频率判据有如下形式 (Kaplan and Tsytovich, 1972 b):

$$\frac{\omega \varepsilon}{ecH} \left[ 1 - n(\omega) - \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right] \times \left\{ 2[1 - n(\omega)] + \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right\}^{1/2} \geq 1.$$

当  $n(\omega) > 1$  时, 也存在同步加速不稳定性, 但出现于各别的甚窄几个频率间隔内。

现在, 我们来计算同步加速的衰减率。把公式 (12.41) 和 (12.42) 代入 (12.38) 中, 我们就可获得这个表达式。一般的公式是冗繁的, 但对天体物理问题我们完全可以化简为近似公式, 它们表示了谱的低频和低频部分。此处, 我们再次省去依赖  $\gamma$  的稍为异于 1 的数字因子:

$$\gamma^*(\omega) = -\frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{max}^*} \right)^{5/2} \frac{(\omega_{max}^*/\omega)^{(\gamma+4)/2}}{1 + (\omega_{max}^*/\omega)^{(3\gamma+2)/6}}. \quad (12.44)$$

随着频率的增加, 这个衰减率开始是缓慢地 (当  $\omega < \omega_{max}^*$  时, 它正比于  $\omega^{-5/3}$ ) 而后较快地 (当  $\omega > \omega_{max}^*$ , 它正比于  $\omega^{-(\gamma+4)/2}$ ) 减小。

考虑到等离子体的影响, 这种情况就略有改变. 如就标准分布函数(12.2)而言, 当  $\varepsilon_* \gg m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$  时, 等离子体作用依然很小, 但当  $\varepsilon_* \ll m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$  时, 对小于式(12.18)的频率就出现衰减率的下降, 这种情况与发射系数中的下跌相类似.

但是, 这里产生了一种新的可能性, 即衰减原则上可变为放大. 的确, 为此粒子能量分布函数必须在吸收系数为负的能量区内有正的斜率, 也就是说, 在这种能量间隔内  $\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{f_s}{\varepsilon^2} > 0$ . 而且, 在其余能区内分布函数必须是小的, 否则式(12.37)中被积函数大的负部将淹没这个表达式的小正部. 换句话说, 仅当在下面等式所确定的能量处:

$$\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \approx \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}, \quad (12.45)$$

分布函数有一极大, 而且当在此极大两边它很陡地下降, 几乎被截断(在低能端比  $\varepsilon^2$  更陡, 而在高能端比  $\varepsilon^{-2}$  更陡)时, 我们才可能获得负的再吸收. 这时辐射在一个窄频区内(在频率  $\omega_n \approx \omega_{pe}^2 / 2 \omega_{He}$  附近)被激发起来. 它的增长率约为

$$\gamma^t \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{He}^4}{\omega_{pe}^3}. \quad (12.46)$$

图 58(Kaplan, 1968)表示了这种激发效应对所选择的相对论电子能量以及对取定的光学厚度(此处, 激发成为明显)的敏感性. 在该图上, 我们给出了单能相对论的众电子系统辐射的总强度(按频率积分), 它是能量  $\varepsilon_*$  及光学厚度  $\tau_0 = \gamma^t R / c$  的函数, 其中  $\gamma^t$  由式(12.46)确定,  $R$  为系统的大小. 非线性效应被忽略;  $I_0$  是  $\tau_0 \ll 1$  时的强度. 从图 58 中曲线可见, 仅当  $\tau_0 \gtrsim 10^3$  和在以下电子能量区域:

$$0.9 \lesssim \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \lesssim 1.5, \quad (12.47)$$

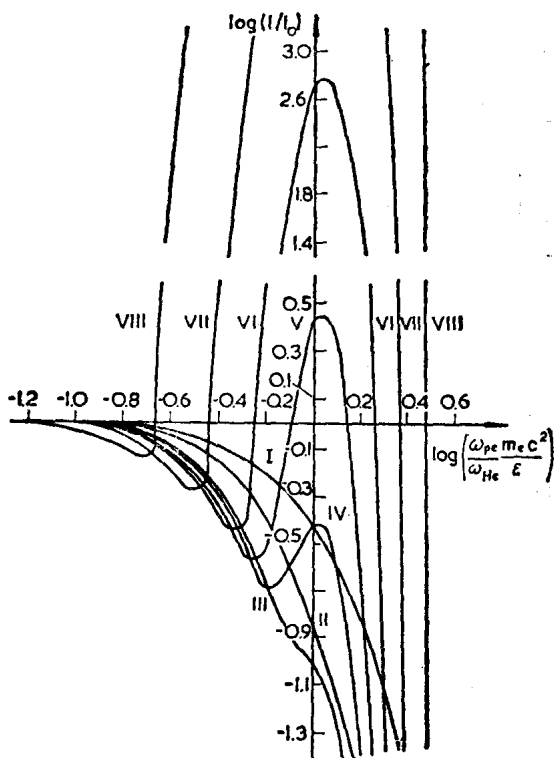


图 58 考虑到等离子体影响，由于横波的同步加速不稳定性而激起的电磁辐射强度，它是粒子能量和系统光深的函数。I:  $\tau_0=1$ ; II: 100; III: 600; IV: 800; V: 1000; VI: 1500; VII: 3000; VIII: 10000.

放大才是可能的。

我们应当强调，如果单能电子能量  $s_*$  位于式(12.47)范围之外，或不满足条件  $\tau_0 \gtrsim 10^3$ ，就不会有同步加速辐射的放大。对由条件(12.47)所给定的粒子能量来说，同步加速机制辐射朗缪尔波比辐射电磁波更有效，这一点也是很重要的。自然可期望，朗缪尔波的增长率也将远大于式(12.46) (Goreva and Suvorov, 1972; Kaplan and Tsytovich, 1972b)。

把公式(12.22)代到(12.39)中, 我们就得到朗缪尔波同步加速再吸收系数:

$$\kappa^l = \frac{2\pi^2 e^2}{3} \frac{q^{1/2} (\omega_{He}/\omega_{pe})^{3/2}}{m_e \omega_{He}} \left\{ 2 + \frac{2}{3} q \left[ 1 + \left( \frac{\zeta}{q} \right)^2 \right]^{3/2} - 2 \frac{\zeta^2}{q} \left[ 1 + \left( \frac{\zeta}{q} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \exp \left\{ -\frac{2}{3} q \left[ 1 + \left( \frac{\zeta}{q} \right)^2 \right]^{3/2} \right\}, \quad (12.48)$$

式中

$$\left( \frac{\zeta}{q} \right)^2 = 2 \frac{\omega_{pe} - kc}{\omega_{pe}} \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2, \quad q = \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2.$$

我们特别把式(12.48)写成类似于式(12.42)的形式。对关系式(12.48)的分析类似于先对式(12.42)所作的一样。除了一个小间隔(这儿,  $\zeta^2 \geq q^2$ )外, 再吸收系数到处都是正的。从式(12.48)可得, 若  $k$  精确等于  $k_0 = \omega_{pe}/c$ , 波仅受到衰减, 衰减率为

$$\gamma^l = -\frac{2\pi^2(\gamma-1)}{3} \frac{e^2 c^2}{\omega_{pe} \varepsilon_*} n_* \approx -\frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \omega_{pe}. \quad (12.49)$$

当  $k$  减小时, 再吸收系数也减小; 而当

$$\frac{k_0 - k_1}{k_0} \approx \frac{1}{4} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{2/3}, \quad (12.50)$$

它就变成为负的。在

$$\frac{k_0 - k_2}{k_0} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{2/3} \quad (12.51)$$

时, 也即在同步加速机制所产生的等离子体波的波数间隔中部, 它的绝对值才近于达到极大。如果我们假定, 这里也有一个分布函数, 它在能量(12.45)处有一极大且在此极大两边很陡地下降, 那么也将出现纵波的同步加速不稳定性, 而它们的增长率却为

$$\gamma^l \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \omega_{pe}. \quad (12.52)$$

电磁波与朗缪尔波的增长率之比是

$$\frac{\gamma^i}{\gamma^l} \approx \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^3 \ll 1. \quad (12.53)$$

这个不等式指出, 要出现电磁波同步加速不稳定性是比较困难的. 事实上, 分布函数一旦形成了相应于同步加速不稳定性的斜率, 那么朗缪尔波首先就被激发. 这是由于: 第一, 它们的增长率大得多; 第二, 纵等离激元的群速度比电磁波的小得多, 以致它们的光学厚度更早地就变得大于 1; 第三, 尽管朗缪尔波的碰撞衰减率也比横波的大, 但它们的比值等于  $(\omega_{pe}/\omega_{He})^2$ ——换句话说, 甚至可以实现这种条件, 即  $\gamma^l$  小于而  $\gamma^i$  大于相应的衰减率.

在等式(12.53)中, 我们比较了具有相同能量  $\varepsilon_* \approx m_e c^2 \omega_{pe}/\omega_{He}$  电子的增长率, 在此能量处, 电磁波的增长率达到极大. 然而对更低能量电子, 也就是当  $\varepsilon_* \approx m_e c^2 \sqrt{\omega_{pe}/\omega_{He}}$  时, 朗缪尔波的增长率才达到极大, 它为  $\gamma_{\max}^l \approx (n_*/n_e) \sqrt{\omega_{pe}\omega_{He}}$ . 这时, 被激起的朗缪尔波的波数间隔宽度大于式(12.51), 它近似等于  $k_0 - k \approx \omega_{He}/c$ .

同时, 通过非线性过程, 纵等离激元的同步加速不稳定性比电磁波的同步加速不稳定性更容易被稳定住, 因此仅出现电磁波的明显放大也是可能的.

相速小于  $c$  的纵等离激元也受到相对论粒子的朗道阻尼. 由于这时  $u_k$  不依赖于能量, 再吸收系数的相应计算是简单的:

$$\kappa^l = \frac{2u_k \omega_{pe}}{\varepsilon} = \frac{\pi \omega_{pe}^4}{c^3 k^3 n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon}. \quad (12.54)$$

利用分布函数(12.2), 积分后可得阻尼率:

$$\gamma^l \approx - \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^4}{(ck)^3} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*}. \quad (12.55)$$

这种阻尼率随波数增加而减小. 在  $k \approx k_0$  时, 它们的极大值

等于

$$\gamma' \approx -\frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \omega_{pe}, \quad (12.56)$$

即与同步加速的衰减率有相同的量级。图 59 表示朗缪尔波的这种阻尼率的一般特征。应该强调，当  $k > k_0$  时出现朗道阻尼，而当  $k < k_0$  时，则在一窄的间隔内出现同步加速阻尼。自然，当相应的阻尼率大于碰撞频率，即  $\gamma' \gg \nu_e$  时，这两种类型的阻尼都必须考虑。

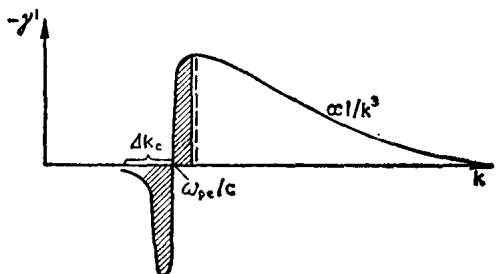


图 59 各向同性相对论粒子产生的朗缪尔波的阻尼和激发。阴影区相应于同步加速机制，非阴影区相应于契连科夫辐射机制。激发出现于  $k < \omega_{pe}/c$  的一个间隔  $\Delta k_c$  内[参见等式(12.24)]。

我们也给出阿尔文波的朗道阻尼率的表达式，它是由具有分布函数(12.2)的相对论粒子所产生的：

$$\begin{aligned} \gamma^a &= -\frac{\pi^2 e^2 v_A^2}{3ck} \int_{eH/k}^{\infty} f_s \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \\ &= -\frac{(\gamma-1)\pi^2}{6} \frac{e^2 v_A^2 n_*}{c\varepsilon_* k_*} \frac{\lambda[\lambda(\gamma+1)+1]}{(1+\lambda)^{\gamma+1}}, \quad (12.57) \end{aligned}$$

式中我们引进了约化的阿尔文波波长  $\lambda = k_*/k$ ,  $k_* = eH/\varepsilon_*$ 。在  $k \approx k_*$  时，这种朗道阻尼率达到极大值：

$$\gamma^a \approx -0.1 \frac{n_*}{n_e} \omega_{H1}. \quad (12.58)$$

在相对论粒子密度相当大情况下，它可能大于碰撞阻尼率。

## § 12.5 各向异性分布和相对论粒子引起的波的激发

在本节开始我们就提及过, 在宇宙条件下常常遇到各向异性粒子速度分布, 而可能它是相当窄的粒子束. 这里, 条件  $\mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}} > 0$  自然可满足.

然而, 我们已经指出过, 在天体物理条件下电磁辐射场的同步加速激发也是不大可能的. 这里我们指的是: 当不存在冷等离子体时, 由于电子分布的各向异性而产生的电磁放大效应 (Sazonov and Tsytovich, 1968). 我们记得, 在此情况下各向同性电子总是导致吸收, 而要出现放大, 电子分布的各向异性程度就必须超过某个临界值, 它可从以下简单考虑中找到.

极端相对论电子的同步加速辐射是集中在一个窄的立体角内, 其量级为  $(m_e c^2 / \varepsilon)^2$ . 只要分布函数在这些角度范围内有明显的变化, 那么与各向异性有关的能级的过密就可能影响辐射. 因此, 产生放大的各向异性度必须很大:  $\theta \ll m_e c^2 / \varepsilon$ .

例如, 如果所有电子都严格在一个垂直于磁场的平面上运动, 也许可能发生这种电磁同步加速辐射激发. 但是, 相对于许多等离子体不稳定性来说, 这种分布是不稳定的, 因而在宇宙条件下, 常常不大可能出现这种粒子速度分布.

一般地说, 当粒子束几乎严格沿磁场运动时, 在这种重要情况下才可能实现各向异性粒子速度分布 (具有  $\theta \ll m_e c^2 / \varepsilon$ ). 然而, 即便是这样, 一般也不会出现通常意义下的同步加速辐射. 这种情况将在下一章单独研究.

因此, 在宇宙条件下, 各向异性同步加速不稳定性是很少可能的. 但是, 对许多天体物理对象来说, 相对于其它一些等离子体波的激发, 相对论粒子的束性不稳定具有很大的价值

(Ginzburg, 1966; Tsytovich, 1966b; Lerehe, 1966, 1967, 1968).

让我们研究各向异性相对论电子束引起纵等离子激元的激发。这里我们将假定, 粒子速度方向的弥散满足不等式:

$$1 > (\Delta\theta)^2 > \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2. \quad (12.59)$$

增长率的大小显著依赖于  $(\Delta\theta)^2$ . 很容易核计, 如果  $(\Delta\theta)^2$  与 1 相比并不太小, 我们就应利用平均的契连科夫辐射概率来计算增长率, 而它的大小将与阻尼率式 (12.56) 同量级, 即

$$\frac{\gamma^l}{\omega_{pe}} \approx \frac{n_*}{n_0} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \quad (1 \gtrsim (\Delta\theta)^2). \quad (12.60)$$

重要的是, 这个增长率几乎不依赖于能量弥散  $\Delta\varepsilon_*$ , 但是, 只当这个弥散和角弥散  $\Delta\theta$  不太小时, 等式 (12.60) 才是对的 (我们马上给出合适的判据).

就窄粒子束而言, 分布函数按方向的导数对增长率贡献比按能量导数的大. 为了估计增长率, 这儿可用公式  $[(\Delta\theta)^2 \gg (m_e c^2 / \varepsilon_*)^2]$ :

$$\frac{\partial f_p}{\partial p} \approx \frac{n_*}{(p\Delta\theta)^2} \approx \frac{n_* c^2}{\varepsilon_*^2 (\Delta\theta)^2}. \quad (12.61)$$

因此, 增长率的估算是

$$\frac{\gamma^l}{\omega_{pe}} \approx \frac{n_*}{n_0} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \frac{1}{(\Delta\theta)^2}. \quad (12.62)$$

更精确的表达式包含的不是  $(\Delta\theta)^{-2}$  而是

$$\frac{(\Delta\theta)^2 + (m_e c^2 / \varepsilon_*)^2}{[(\Delta\theta)^2 + (m_e c^2 / \varepsilon_*)^2 (\Delta\varepsilon_* / \varepsilon_*)]^2}$$

在  $(\Delta\theta)^2 \gg (m_e c^2 / \varepsilon_*)^2$  时, 它实际上等同于  $(\Delta\theta)^{-2}$ . 齐托维奇 (Tsytovich, 1969c) 和鲁达科夫 (Rudakov, 1971; 也参见 Breizman and Ryutov, 1971) 已给出了这个最后公式的严格推导. 在  $(\Delta\theta)^2 \lesssim (m_e c^2 / \varepsilon_*)^2 (\Delta\varepsilon_* / \varepsilon_*)$  情况下, 增长率达到极



大值:

$$\frac{\gamma^l}{\omega_{pe}} \approx \frac{n_*}{n_0} \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \left( \frac{\varepsilon_*}{\Delta \varepsilon_*} \right)^2. \quad (12.63)$$

此增长率依赖于能量弥散  $\Delta \varepsilon_*$ , 但当  $(\Delta \theta)^2 \gg (m_e c^2 / \varepsilon_*)^2 (\Delta \varepsilon_* / \varepsilon_*)$  时, 这种依赖性不再存在。

如同分析所表明一样, 在产生纵等离子激元的过程中, 主要是损失粒子的纵向能量, 也就是说, 甚至在相当强的湍动被激发情况下, 角度弥散仍然是  $\Delta \theta$  的量级\*。

当能量和角度弥散不大时(所谓单能束), 就会出现流体动力学不稳定, 它的增长率为(Fainberg, Shapiro and Shevchenko, 1970)

$$\frac{\gamma^l}{\omega_{pe}} \approx \left( \frac{n_*}{n_0} \right)^{1/3} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{1/3} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^3 + (\Delta \theta)^2 \right]^{1/3}. \quad (12.64)$$

直到增长率变得小于  $(\mathbf{k} \cdot \Delta \mathbf{v}) \approx \omega_{pe} [(\Delta v/c) + (\Delta \theta)^2]$  为止(其中  $\Delta v$  相应于能量弥散  $\Delta \varepsilon_*$  的速度弥散), 等式(12.64)都是对的。由此, 我们就得到束能量弥散的判据, 对于这种能量弥散, 流体动力学不稳定性大于运动学不稳定性:

$$(\Delta \theta)^2 + \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 \frac{\Delta \varepsilon_*}{\varepsilon_*} \lesssim \left( \frac{n_*}{n_0} \right)^{1/3} \times \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{1/3} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 + (\Delta \theta)^2 \right]^{1/3}. \quad (12.65)$$

通常, 流体动力学不稳定性不能被稳定住。因此, 如果重新形成束的能量和角度弥散非常小, 比式(12.65)还小, 那么粒子就迅速地增大能量弥散达到量级为式(12.65)的值, 这时不稳定性的增长率是式(12.64)。此后, 运动学不稳定阶段就开始了[增长率为式(12.60)—(12.63)]。下面我们将证明, 相对论粒子运动学不稳定性相当容易被非线性过程所稳定住, 以致在这种能量和方向弥散[它们由式(12.65)给定]所决定的

\* 此大段系英译本漏译, 今据俄文原版补上。——译者注

条件下,束参量可长时间保持不变。

各向异性分布的粒子也可以激发其它类型的波,特别是阿尔文波(Leroche, 1967)。这时极大增长率和量(12.58)同量级,但符号相反。

## § 12.6 相对论粒子不稳定性稳定化

在宇宙条件下,那里特征时间远大于任何增长率的倒数,对不稳定性的稳定作用是非常大的。如果没有这种稳定化,那么一般也许就很难发现具有确定能级的等离子体湍动的发展和维持。决定太阳偶发射电辐射的束稳定化已在§ 8中详细研究过。

尤其重要的是相对论粒子不稳定性稳定化。这可用几个理由予以说明。第一,极端相对论粒子不稳定性增长率是相当小的(必须记住,这些增长率取决于相对论粒子数量,而起稳定作用的非线性过程的增长率则决定于基础等离子体的粒子密度)。第二,经由相对论粒子准线性弛豫,能量变化的特征时间也是很长的。第三,极端相对论束所激起的纵等离子激元的波数间隔

$$\frac{\Delta k}{k} \approx \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 \frac{\Delta \varepsilon_*}{\varepsilon_*} + (\Delta \theta)^2 \quad (12.66)$$

通常是很窄的,而非线性转移迅速地把纵等离子激元从束粒子共振区移出去。而且,如果式(12.66)中的 $\Delta k$ 小于 $k_* \approx \frac{1}{3} (m_e/m_i)^{1/2} (\omega_{pe}/v_{Te})$  [它由式(3.8)给定,且 $T_e = T_i$ ],那么经由一次非线性散射过程纵等离子激元就立即从束共振区逃逸出来;而如果这时增长率小于非线性转移的增长率,那么极端相对论粒子束实际上将不能激发任何朗缪尔波(因为在波数共振区 $W_k \approx 0$ )。相对于纵等离子激元的激发来说,这样的束实

际上完全被稳定住 (Tsytovich and Shapiro, 1965; Tsytovich, 1966b, 1969 c). 利用公式 (3.17), 其中用  $W^l/k_*k$  代替  $\partial W_k^l/\partial k$ , 就找到这种“绝对”稳定化的判据:

$$\frac{W^l}{n_*\varepsilon_*} \gtrsim \frac{10}{(\Delta\theta)^2} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} \left(\frac{v_{Te}}{c}\right)^3 \left(\frac{m_e c^2}{\varepsilon_*}\right)^2, \quad (12.67)$$

它的必要条件可从不等式  $k_* > \Delta k$  得到:

$$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{c}{v_{Te}} > \left(\frac{m_e c^2}{\varepsilon_*}\right)^2 \frac{\Delta\varepsilon_*}{\varepsilon_*} + (\Delta\theta)^2. \quad (12.68)$$

公式 (12.67) 中的  $W^l$  是不与束粒子共振的等离激元能量密度, 实际上这里没有共振等离激元.

在宇宙条件下对于极端相对论束而言, 不等式 (12.68) 通常是满足的. 我们可以假定, 在宇宙等离子体中, 任何极端相对论束都可激发纵等离激元湍动到式 (12.67) 所确定的能级, 而此后, 如果耗散过程导致纵等离激元数减少, 则它仍保持稳定, 维持湍动到这个能级.

如果  $k_* < \Delta k$ , 就不存在“绝对”稳定化, 而出现 § 8 所研究过的那种通常的准线性弛豫稳定化. 当纵等离激元湍动被激发起来时, 束弛豫特征时间为

$$\begin{aligned} \gamma_*^l/\omega_{pe} &\approx \frac{c^2 D_{\perp}^l}{\omega_{pe} \varepsilon_*^2 (\Delta\theta)^2} \\ &\approx 30 \frac{m_i}{m_e} \frac{n_*}{n_e} \left(\frac{v_{Te}}{c}\right)^4 \left(\frac{m_e c^2}{\varepsilon_*}\right)^3 \ll \frac{\gamma^l}{\omega_{pe}}, \end{aligned} \quad (12.69)$$

式中已假定  $\Delta\theta > (m_e c^2/\varepsilon_*)^2 (\Delta\varepsilon_*/\varepsilon_*)$ . 其中  $1/\gamma_*^l$  是束衰变时间,  $1/\gamma^l$  是纵等离激元能级有明显增加的时间.

各向同性分布相对论电子所产生朗缪尔波的同步加速不稳定性也能被稳定住. 与早先研究过的束稳定化情况完全不同, 这时存在另一纵等离激元波数区, 它与粒子分布函数不稳定部分处于共振, 因此这时必须考虑式 (12.51) 而不是 (12.66). 利用 § 8 中的方法, 我们就得到共振波数区纵等离激

元的谱能密度:

$$W_k^l \approx \frac{\gamma^l \Delta k}{\alpha^l} \\ \approx 30 \frac{m_i}{m_e} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^{2/3} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{8/3} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^4 \frac{c}{\omega_{pe}} n_* \varepsilon_*. \quad (12.70)$$

把这个量代入扩散系数表达式(5.6),我们就得到由于涉及纵波不稳定性所引起的相对论电子的特征弛豫率为

$$\frac{\gamma_*^l}{\omega_{pe}} \approx \frac{c^2 D_{||}^l}{\omega_{pe} \varepsilon_*^2} \\ \approx 30 \frac{n_*}{n_0} \frac{m_i}{m_e} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^{4/3} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{13/3} \left( \frac{v_{Te}}{c} \right)^4. \quad (12.71)$$

比较公式(12.71)和(12.52),我们相信,的确同步加速不稳定性的弛豫率比纵等离子激元增长率 $\gamma^l$ 差不多总是小好几个量级,增长率 $\gamma^l$ 也是由同样的同步加速不稳定性引起的.这就意味着,稳定化效应经常出现,即是说,由于不稳定性引起的相对论电子弛豫时间远大于朗缪尔振荡增长的特征时间.当然,我们必须记住,在等离子体湍动对相对论电子直接作用区,它的强度的计算还应当考虑使这种不稳定性稳定住的非线性转移.

我们也能类似地研究涉及电磁波的同步加速不稳定性的稳定化.受激康普顿散射或衰变过程 $t \rightarrow t' + l$ 使电磁波从与同步加速不稳定性共振区移开,从而使它稳定.两种非线性效应都近似地导致到同样的结束.因此我们把等式(3.37)作为稳定过程的增长率,这里把它写成如下形式:

$$\frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} \approx \frac{\pi}{3} \frac{\omega_{pe}^3}{n_e m_e c^2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{W_\omega^t}{\omega} \right) \approx \frac{W_\omega^t}{n_e m_e c^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^3. \quad (12.72)$$

现在把 $\omega$ 代换为 $\varepsilon = m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$ 时式(12.43)的 $\omega_n$ (也即取 $\omega_n \approx \omega_{pe}^2 / \omega_{He}$ ):  $\omega \approx \omega_n$ , 并把非线性转移率与同步加速不稳定性引起的电磁波增长率式(12.46)相比较,我们就得到电磁波

能量密度(在这种能量密度情况下, 稳定化得以出现):

$$\frac{W^t}{n_e m_e c^2} \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*}. \quad (12.73)$$

由于电磁波的激发和它们从同步加速不稳定性的共振区转移这两者之间的平衡, 就确立了这样的能量密度. 从式(12.73)可得出, 总有  $W^t \ll n_* \varepsilon_*$  这意味着, 涉及电磁波同步加速不稳定性的弛豫也进行得相当缓慢. 等式(12.72)也确定了非共振区电磁辐射谱:  $W_\omega^t \propto \omega$  (图 60).

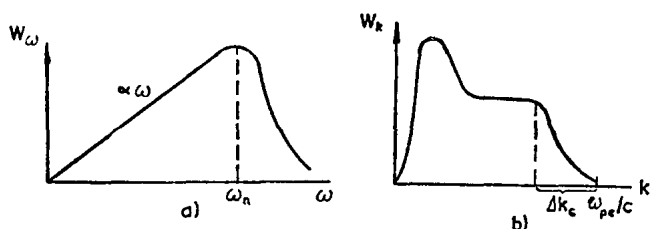


图 60 对于辐射粒子的各向同性分布情况, 同步加速不稳定性所激发的横波(a)和纵波(b)的谱.

我们将在 § 14 求得相对论电子扩散加速系数, 这时它们通过同步加速机制吸收电磁波[等式(14.16)]. 利用这个公式, 我们也能估计同步加速不稳定性的弛豫时间. 我们得出同步加速扩散系数为

$$D_1^t \approx \frac{\pi^2 c^2}{\omega} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 W^t \approx \frac{m_e \omega_{He}}{n_e} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^2 W^t. \quad (12.74)$$

因此, 弛豫率为

$$\frac{\gamma_*^t}{\omega_{pe}} \approx \frac{c^2 D_1^t}{\omega_{pe} \varepsilon_*^2} \approx \frac{n_*}{n_e} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^6. \quad (12.75)$$

对同步加速不稳定性, 涉及电磁波的弛豫率与涉及纵波的弛豫率之比是

$$\frac{\gamma_*^t}{\gamma_*^l} \approx 10^{-5} \left( \frac{c}{v_{Te}} \right)^4 \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^{1/8}. \quad (12.76)$$

这个比率既可大于 1, 又可小于 1, 因之在不同的具体条件下,

同步加速不稳定性的衰减能以不同方式进行。这里我们对相同电子能量  $\varepsilon_* \approx m_e c^2 \omega_{pe} / \omega_{He}$  比较了  $\gamma_*^I$  和  $\gamma_*^L$ , 而  $\gamma_*^I$  在

$$\varepsilon_* \approx m_e c^2 (\omega_{pe} / \omega_{He})^{1/2}$$

时达到极大。

本小节的公式, 特别是极端相对论电子束不稳定性所激发的纵等离子激元的能量密度估计[公式(12.6)]以及同步加速不稳定性所激起的电磁波能量密度估计[公式(12.73)], 可用来解释观测资料。我们将在 § 15 研究这个问题。

## § 13 极端相对论粒子的等离子体和 康普顿辐射机制

以前, 我们把等离子体波变为电磁波的这种转换(通过等离子体中粒子的康普顿散射或非线性散射等离子体波)称之为等离子体辐射机制。然而, 在相对论粒子散射时, 也出现这种转换(Gailitis and Tsytovich, 1964a)。现在我们将研究这些机制, 其中也包括电磁波的通常康普顿散射。对于天体物理来说, 特别重要的是相对论粒子的等离子体辐射机制, 此时会出现频率的明显增高。我们记得, 在冷等离子体中, 转换实际上不伴随频率的改变。利用散射过程的能量和动量守恒律, 就能把这个效应以最简单的形式表示出来。

### § 13.1 散射过程的守恒律分析

众所周知, 入射和散射波参量是通过守恒律[公式(3.2)和(3.3)]而相互联系。我们将用撇号表示入射波参量。

假定  $\omega$  是电磁波频率, 该电磁波的色散关系为  $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + c^2 k^2$ , 并假定  $\omega \gg \omega_{pe}$ 。我们可以把公式(3.3)写成如下形式:

$$\begin{aligned}
 \omega(\mathbf{k}) &= \omega'(\mathbf{k}') + ([\mathbf{k} - \mathbf{k}'] \cdot \mathbf{v}) \\
 &= \frac{\omega'(\mathbf{k}') - (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v})}{1 - \frac{v}{c} \cos \vartheta + \frac{1}{2} \frac{v}{c} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}} \\
 &\approx \frac{2[\omega'(\mathbf{k}') - (\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v})]}{\left(\frac{mc^2}{\varepsilon}\right)^2 + \vartheta^2 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}, \quad (13.1)
 \end{aligned}$$

式中  $m$  是粒子(电子或离子)质量。

对于电磁波(例如热光子)的康普顿散射, 公式(13.1)也是对的(Ginzburg and Syrovatskiĭ, 1964 b). 如果  $\omega'$  也相应于电磁波(为简单起见, 设  $\omega' \gg \omega_{pe}$  和  $\vartheta' \gg mc^2/\varepsilon$ ), 我们可得

$$\omega = \omega' \frac{2(1 - \cos \vartheta')}{(mc^2/\varepsilon)^2 + \vartheta'^2}, \quad (13.2)$$

由于对角度  $\vartheta$  和  $\vartheta'$  的依赖性, 在散射过程中辐射可发生在从  $\omega = \omega_{pe}$  到

$$\omega_{\max} = 4\omega' \left( \frac{\varepsilon}{mc^2} \right)^2 \quad (13.3)$$

的不同频率处, 但是, 在这个宽谱内, 不同频率处的辐射概率是很不相同的. 按照相对论粒子辐射的一般特性, 我们得到: 辐射极大(它很陡)出现在近于式(13.3)所给出的一些频率处, 而由于它们相应于  $\vartheta \rightarrow 0$  情况, 这就是说, 辐射集中在一个小于  $(mc^2/\varepsilon)^2$  的立体角之内。

在康普顿效应中, 相对论粒子也能吸收高频辐射, 这种辐射几乎精确沿粒子运动的方向传播( $\cos \vartheta' \approx 1$ ), 同时, 在所有方向上多少均匀地再辐射较低的频率为

$$\omega_{pe} \leq \omega \leq \omega' \frac{(mc^2/\varepsilon)^2 + (\omega_{pe}/\omega')^2}{2(1 - \cos \vartheta) + (\omega_{pe}/\omega)^2} \quad (13.4)$$

的类型波. 这里必须保留项  $(\omega_{pe}/\omega)^2$  及  $(\omega_{pe}/\omega')^2$ , 因为散射波的频率不高, 而  $\cos \vartheta = 1$  的情况也是可能的。

伴随着转变为电磁波的朗缪尔波康普顿散射, 明显地仅使频率增高, 这里区分两种情况比较方便: 纵等离激元的相速度远大于或远小于光速.

对第一种情况, 我们可略去表达式(13.1)中的 $(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v})$ 及 $(\omega_{pe}/\omega)^2$ . 于是, 我们就得到发生纵等离激元转换时的电磁波频率:

$$\omega = \frac{2\omega_{pe}}{(mc^2/\varepsilon)^2 + \vartheta^2}. \quad (13.5)$$

辐射的最大概率出现在近于上限频率 $\omega = 2\omega_{pe}(\varepsilon/mc^2)^2$ 处.

如果被散射的是低相速纵等离激元, 代替式(13.5)我们有

$$\omega = \frac{2k'v|\cos\vartheta'|}{(mc^2/\varepsilon)^2 + \vartheta^2} \leq 2k'c\left(\frac{\varepsilon}{mc^2}\right)^2, \quad (13.6)$$

而这里, 仅仅波矢量与速度之间夹角 $\vartheta' > \frac{\pi}{2}$  [因为必须存在 $(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{v}) < 0$ ]的那些等离激元才转变为电磁波. 我们指出, 由于对纵等离激元 $k' \leq \frac{1}{3}(\omega_{pe}/v_{Te})$ , 在转换过程中也可能有频率达到 $\frac{2}{3}(c/v_{Te})(\varepsilon/mc^2)^2\omega_{pe}$ 的电磁波辐射.

最后, 其它等离子体波也能转变为电磁波. 由于所有这些波的相速通常都小于光速, 那么辐射频率就为

$$\omega = \frac{2k'c|\cos\vartheta'|}{(mc^2/\varepsilon)^2 + \vartheta^2 + (\omega_{pe}^2/\omega^2)}. \quad (13.7)$$

这里必须保留项 $(\omega_{pe}/\omega)^2$ , 因为这时辐射的频率不必远大于 $\omega_{pe}$ . 特别是, 如果极端相对论粒子散射甚低频等离子体波而辐射电磁波, 则这种辐射频率为

$$\omega = \frac{\omega_{pe}^2}{2k'c|\cos\vartheta'|}. \quad (13.8)$$

我们还必须指出另外一种情况. 当回旋频率等离激元



( $\omega' = \omega_{He}$ ) 被散射时, 它也能产生电磁波: 如果这种等离激元相速小于光速, 那么该电磁波的频率就为

$$\omega = 2\omega_{He} \frac{c}{v_p} \left( \frac{\varepsilon}{mc^2} \right)^2, \quad (13.9)$$

如果它们的相速大于光速(在  $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$  的等离子体中, 这是可能的), 此频率则为

$$\omega = 2\omega_{He} \left( \frac{\varepsilon}{mc^2} \right)^2. \quad (13.10)$$

我们可以把频率(13.9)和(13.10)与同步加速辐射频率(12.4)相比较。当然, 相对论电子总是在同步加速频率处辐射, 而若存在等离激元(频率为  $\omega_{He}$ ) 时, 它就仅在频率(13.9), (13.10)处辐射, 但是, 另一方面, 这时对相同的粒子能量频率就明显增高。对于相对论离子, 同步加速辐射公式将包含  $\omega_{Hi}$ , 而在离子散射回旋频率等离激元时, 辐射则在频率(13.10)处产生。这个分析的重要结果在于, 等离子体的和同步加速的辐射机制都给出极大辐射频率对相对论粒子能量有相同的依赖关系:  $\omega_{\max} \propto (\varepsilon/mc^2)^2$ 。

这里所给出的守恒律, 无论对极端相对论电子的康普顿散射还是对同一些电子或相对论离子的极化“包层”的非线性散射都是对的。仅当我们在分析散射的辐射方向特性时, 它们才有所不同。

极端相对论电子的康普顿散射总是伴随辐射集中于窄立体角  $(mc^2/\varepsilon)^2$  内, 因此, 转换的进行主要有利于产生最高频辐射。

极端相对论粒子的极化“包层”也以接近光速的速度运动, 但是“包层”中粒子本身具有热速度。这里, 辐射并不集中在窄立体角内, 它多少是各向同性地分布。因此, 虽然极端相对论粒子“包层”的非线性散射也能导致转换为高频电磁波,

但这种转换概率不大。

计算相对论离子“包层”的非线性散射是特别重要的，因为我们没有别的办法来观测它们。而且，有理由期望，在某些天体中也许存在比电子多得多的相对论离子，因为离子丧失它们能量要慢得多。至少在宇宙线中，对同样能量区域观测到离子密度比电子的约大二个量级。相对论电子“包层”非线性散射的转换明显地小于康普顿散射中的类似转换。

### § 13.2 相对论离子引起的电磁波及朗缪尔波的非线性散射

从分析守恒律可得，“包层”所引起的朗缪尔波和电磁波的非线性散射导致产生高频电磁波，虽然它们的强度是相当低的。在相对论和非相对论离子非线性散射任何类型等离子体波时所发生的转换已由卡普兰和齐托维奇 (Kaplan and Tsytovich, 1969c) 作过详细的计算。这里我们仅给出散射朗缪尔波的结果：首先，在此情况下我们可获得最大的频率增加；其次，纵等离激元能量密度可能比较大。

在有高能量密度电磁辐射的天体中，也可预期相对论离子“包层”对电磁波有着明显的非线性散射。我们将给出这个效应的相应近似公式。

我们可用通常方法计算辐射概率 (参见附录 IV)。为了获得较简单的表达式，我们可以按等离子体湍动波矢量方向和散射电磁波的波矢量方向来平均这个概率。于是对于能量区域  $m_i c^2 \ll \varepsilon \ll m_i^2 c^2 / m_e$ ，我们可得

$$w_{k,k'} = \frac{(2\pi)^3}{8} \frac{Z^2 \omega_{pe} \theta^4}{m_e^2 \omega^4} \frac{k'}{k} \Phi(\omega, k', \varepsilon). \quad (13.11)$$

这里  $k = \omega/c$ ， $k' \gg \omega_{pe}/c$  是等离子体湍动波数，而函数  $\Phi(\omega, k', \varepsilon)$  决定了按矢量  $\mathbf{k}$  及  $\mathbf{v}$  间夹角  $\theta$  平均的概率结果。它有如下形式：

$$\Phi(\omega, k', \varepsilon) = \ln \left[ \frac{2ck'}{\omega} \left( \frac{\varepsilon}{m_i c^2} \right)^2 \right] + \frac{\frac{1}{2} \omega (m_i c^2 / \varepsilon)^2 - ck'}{ck'}. \quad (13.12)$$

现在, 我们很容易找到所有转换参量. 自发辐射系数是

$$J_{\omega}^i(l+i \rightarrow l+i') = \frac{\omega^3}{2\pi^2 c^3} \int u_{k,k'} N_{kl}^i f_{\varepsilon} \frac{d^3 k' d\varepsilon}{(2\pi)^3}. \quad (13.13)$$

在这个积分中, 我们用各向同性等离子体湍动的谱能密度代替  $N_{kl}^i$ , 而把  $f_{\varepsilon}$  取为分布函数(12.2)的下降部分——它相应于最大的频率增加——同时取  $n_*$  为相对论离子密度. 这样, 我们就得到

$$J_{\omega}^i = \frac{\pi \gamma Z^2 e^4 n_*}{(\gamma-1) m_i^2 c^3 \omega} \int \left( \frac{2ck'}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+1)} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_i c^2} \right)^{\gamma-1} W_k^i dk'. \quad (13.14)$$

这里我们假定, 对所有等离子体湍动波数来说, 能在频率  $\omega$  处产生辐射的离子极小能量大于  $\varepsilon_*$ , 即是

$$\varepsilon_{\min} = m_i c^2 \left( \frac{\omega}{2ck'} \right)^{1/2} \gg \varepsilon_*. \quad (13.15)$$

如同我们应当期望的那样, 对辐射的最大贡献来自具有极大波数  $k' \approx k_g$  的纵等离子激元. 略去量级为 1 的数字因子 (依赖于  $\gamma$ ) 并假定  $\varepsilon_* = m_i c^2$ , 我们就得到如下估计:

$$J_{\omega}^i \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{Z^2 \omega_{pe}^3}{n_e c^3} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+3)} \left( \frac{k_g c}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+1)} W^i. \quad (13.16)$$

与前节所说的相符, 辐射谱随频率的增加而急剧减小——正比于  $\omega^{-(\gamma+3)/2}$ , 即对宇宙线中离子, 它近似正比于  $\omega^{-3}$ .

很容易阐明这种关系的物理意义. 只要满足守恒律, 给定频率处的辐射功率就首先取决于能产生这种辐射的离子数. 对于同步加速辐射, 也出现类似情况. 然而, 这时谱下降得更缓慢, 它正比于  $\omega^{-(\gamma-1)/2}$ . 随着频率增加更陡地下跌是与“包层”极化随频率增加而减小有关, 它正比于  $\varepsilon - 1 \approx \omega_{pe}^2 / \omega^2$

( $\epsilon$ ——介电常数). 这就给出一个附加因子  $\propto \omega^{-2}$ .

目前还很难说, 我们能否可以把刚才研究的辐射从其它机制的背景中区分出来. 但是, 在有着高密度带电量大的相对论离子的湍动等离子体中, 这种辐射可能起着重大的作用.

在电磁波通过相对论离子非线性散射逆转换为等离子体波时, 我们也能用标准方法计算它们的衰减率. 对粒子的幂律分布, 在如同对公式(13.16)曾用过的同样近似下, 我们得到

$$\frac{\gamma^t(l+i \rightarrow i'+t)}{\omega_{pe}} \approx -\frac{n_*}{n_e} \frac{Z^2 W^l}{n_e m_e c^3} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+3)}. \quad (13.17)$$

该衰减率随频率的增加很快地减小. 离子速度分布函数的各向异性导致电磁波的放大, 它的增长率为式(13.17)量级. 最后, 我们给出电磁波发射系数的估计公式, 它们是相对论离子的极化“包层”对低频(但仍然是电磁波)非线性散射时所产生的. 就象以前我们所假定的一样, 离子能量分布遵从幂律分布. 我们可得

$$J_{\omega}^t(t'+i \rightarrow t+i') \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^4}{n_e c^3} \int_{\frac{1}{4}\omega(m_e c^2/\epsilon)^2}^{\infty} \left( \frac{\omega'}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+3)} I_{\omega'} \frac{d\omega'}{\omega'}, \quad (13.18)$$

式中  $I_{\omega'}$  是低频电磁辐射强度. 这里, 被散射辐射谱与散射纵等离激元情况中的相同. 朗缪尔波的散射比电磁波的更有效, 只要

$$W^l \gtrsim \left( \frac{\omega_*}{k_y c} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+1)} W^t, \quad (13.19)$$

式中  $\omega_*$  是被散射电磁辐射极大时的频率, 而  $W^t$  是它的密度. 在附录中, 我们给出了相对论离子散射引起的所有最重要模式等离子体湍动的转换概率.

### § 13.3 相对论电子对电磁波和朗缪尔波的康普顿散射

在恒定外磁场中, 沿螺旋线运动的极端相对论电子以频

率  $\omega_{He} m_e c^2 / \varepsilon$  振荡, 同时产生同步加速辐射. 此外, 如果它出现在一种强等离子体湍动及强电磁波场中, 那么它的运动还将要受到等离子体波频率 (例如  $\omega_{pe}$  或辐射频率  $\omega'$ ) 的调制. 结果, 电子辐射出有几个极大的甚宽频谱. 其一是在频率  $\omega_{He} (\varepsilon / m_e c^2)^2$  处, 另一个则在频率  $\omega_{pe} (\varepsilon / m_e c^2)^2$ , 而第三个则在频率  $\omega' (\varepsilon / m_e c^2)^2$ . 极大的相对值决定于磁场、等离子体和电磁波能量密度.

因此, 整个谱实质上都由单一的辐射机制产生, 差别仅在于电子非匀速运动的原因. 当然, 在等同加速情况下发射系数将近似相同.

开始研究最简单情况——频率为  $\omega_{pe}$ , 相速远大于光速的纵和横等离子激元的转换, 它们已由齐托维奇和奇哈切夫 (Tsytovich and Chihachev, 1969, 1971) 详细研究过.

我们指出, 对纵等离子激元, 既可  $v_p < c$  又可  $v_p > c$ .  $v_p \gg c$  情况是重要的, 因为这时散射概率在第一级近似下不依赖于等离子激元波数, 而因此辐射参量仅取决于  $v_p > c$  的等离子体湍动总能量密度.

按被散射等离子激元和所产生的高频波的方向平均, 纵和横等离子激元的转换概率对这两个过程都是一样的, 并等于

$$\begin{aligned} \bar{u}_k = \frac{1}{2} \int u_{k,k'} \sin \vartheta' d\vartheta' &= \frac{\pi}{12} \frac{\omega_{pe}}{n_c^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \\ &\times \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_{pe}} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 - 2 \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (13.20)$$

因为由上述, 对  $k \ll \omega_{pe}/c$  的所有等离子激元这个概率都相同, 那么发射系数将简单地正比于在这个谱区的总等离子激元能量密度  $W^l + W^p$ . 对于各向同性分布的相对论电子, 我们有

$$J_{\omega}^t \left( \begin{smallmatrix} p+\theta \rightarrow t+\theta' \\ l+\theta \rightarrow t+\theta' \end{smallmatrix} \right) = \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{W^l + W^p}{\omega_{pe}} \int_{m_e c^2 (\omega/2\omega_{pe})^{1/2}}^{\infty} \bar{u}_k f_{\varepsilon} d\varepsilon. \quad (13.21)$$

在以下的计算中，我们将保留依赖于相对论电子能量分布指数的数字因子，这时假定，这个分布是由公式(12.2)表示，在下节我们将需要这些数字因子。我们不写出整个谱的一般表达式，而只限于低频和高频区的渐近公式。

把公式(13.20)和(12.2)代入(13.21)中去。在低频区，当  $\omega \ll 2\omega_{pe} (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$  时，我们得到

$$J_{\omega}^t = \frac{\gamma(\gamma-1)}{24\pi} \frac{\omega_{pe}^3}{c^3 n_0} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 \frac{n_*}{n_0} \frac{\omega}{\omega_{pe}} (W^l + W^p). \quad (13.22)$$

在高频区，当  $\omega \gg 2\omega_{pe} (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$ ，则有

$$J_{\omega}^t = \frac{2^{(\gamma-1)/2} \gamma(\gamma-1)(\gamma^2+4\gamma+11)}{12\pi(\gamma+3)(\gamma+5)} \frac{\omega_{pe}^3}{c^3 n_0} \times \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \frac{n_*}{n_0} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-1)} (W^l + W^p). \quad (13.23)$$

当电磁波通过康普顿散射变成纵和横等离子激元时，它们的衰减率为

$$\gamma^t \left( \begin{smallmatrix} l+\theta \rightarrow t+\theta' \\ p+\theta \rightarrow t+\theta' \end{smallmatrix} \right) = (W^l + W^p) \frac{\omega}{\omega_{pe}} \times \int_{m_e c^2 (\omega/2\omega_{pe})^{1/2}}^{\infty} \bar{u}_k \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{f_{\varepsilon}}{\varepsilon^2} \right) d\varepsilon. \quad (13.24)$$

在低频，当  $\omega \ll 2\omega_{pe} (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$  时，可得

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} &= -\frac{\pi\gamma(\gamma^2-1)}{24} \frac{n_*}{n_0} \frac{W^l + W^p}{n_0 \varepsilon_*} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 \frac{\omega_{pe}}{\omega} \\ &\approx -\frac{n_*}{n_0} \frac{W^l + W^p}{n_0 m_e c^2} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^3 \frac{\omega_{pe}}{\omega}. \end{aligned} \quad (13.25)$$

在高频区，当  $\omega \gg 2\omega_{pe} (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$ ，则

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^{\frac{1}{2}}}{\omega_{pe}} &= \frac{\pi 2^{\gamma/2} \gamma (\gamma^2 - 1) (\gamma^2 + 6\gamma + 16)}{12 (\gamma + 4) (\gamma + 6)} \\ &\times \frac{n_*}{n_e} \frac{W^l + W^p}{n_e \varepsilon_*} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \\ &\approx - \frac{n_*}{n_e} \frac{W^l + W^p}{n_e m_e c^2} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)}. \quad (13.26) \end{aligned}$$

必须特别强调,在谱的高频区,发射系数和衰减率同频率的关系和同步加速系数与频率的关系相同。

对于康普顿和同步加速机制而言,辐射谱的低频区是不同的。这是与低频区辐射概率的不同性质有关。这里我们不对所有辐射机制作详细说明,而把这个问题放在下一节讨论。

用类似方法可以计算小相速  $v_p < c$  的纵等离子激元变成横电磁波的转换。这个问题已由盖利季斯和齐托维奇 (Gaillitis and Tsytovich, 1964a) 以及卡普兰和齐托维奇 (Kaplan and Tsytovich, 1969a) 研究过。特别是,已研究过各种模式等离子体波的转换。读者可详细参考上述文章和附录,而这里仅给出朗缪尔波变成电磁波的最重要的转换情况的最后公式,这种转换是相对论和非相对论(但仍是过热的,  $v \gg v_{Te}$ ) 电子散射所造成的,其发射系数为

$$\begin{aligned} J_{\omega}^l(l+\theta \rightarrow l+\theta') &= \frac{\omega_{pe}^4}{16\pi n_e^2 c^4} \int_{\omega_{pe}/\sigma}^{k_e} W_{k'}^l \frac{dk'}{k'} \\ &\times \int_{q < 1}^{\infty} f_{\varepsilon} \Phi(\omega, \varepsilon) \frac{d\varepsilon}{q}, \quad (13.27) \end{aligned}$$

式中函数  $\Phi(\omega, \varepsilon)$  类似于公式 (12.5) 中的函数  $\Psi(\omega, \varepsilon)$ , 作为电子能量和等离子体湍动波数  $k'$  的函数(即  $q$  的函数),它确定了出射的辐射谱,而

$$q = \frac{\omega}{k'v} \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \approx \frac{\omega}{2k'c} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2. \quad (13.28)$$

这种一般形式的公式 (13.27) 不仅可用于相对论的也可用于非相对论电子情况,两者差别在于函数  $\Phi(\omega, \varepsilon)$  形式不同。

在一般情况下, 这个函数是一个非常冗繁的表达式. 对于极端相对论电子, 它就简化了, 这是因为在此情况下仅仅只有康普顿散射才是重要的:

$$\Phi(\omega, \varepsilon) = \frac{8}{3}q[(1-q)^3 - 3q^2(1-q + \ln q)]. \quad (13.29)$$

对于中等能量和相对论能量电子, 我们在图 61 中给出了函数  $\Phi(\omega, \varepsilon)$  的变化特性, 这里考虑了在低能区康普顿散射和非线性散射的补偿. 转换效应随能量减小而很快地减小.

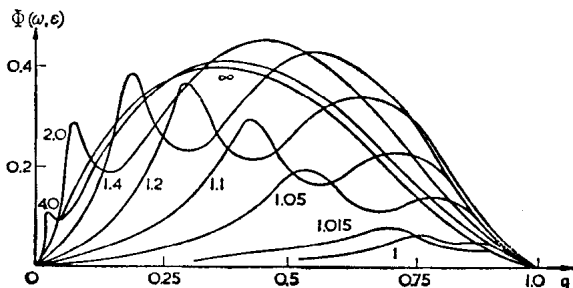


图 61  $v_p \ll c$  的朗缪尔波被相对论粒子散射时的辐射谱. 量  $q = (\omega/2k_1c) (m_e c^2/\varepsilon)^2$  作横坐标, 标记曲线的数字是量  $\varepsilon/m_e c^2$  值.

把公式(12.2)和(13.29)代入(13.28), 对谱的下降部分, 即对  $\omega \gg 2\omega_{pe}(\varepsilon_*/m_e c^2)^2$ , 得到

$$J_\omega^t = \frac{\gamma(\gamma^2 + 4\gamma + 11)2^{(\gamma-1)/2}}{\pi(\gamma+3)^2(\gamma+5)} \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^3}{c^3 n_e} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \times \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-1)} \int \left( \frac{k'c}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-3)} W_k^t dk'. \quad (13.30)$$

因为在实际条件下,  $\gamma \approx 3$ , 而通常  $k'c/\omega_{pe}$  与 1 相差不超过一或二个量级, 因此代替式(13.30), 我们可取

$$J_\omega^t \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^3}{c^3 n_e} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-1)} W^t. \quad (13.31)$$

式(13.31)与(13.23)之间的差别在于量级为 1 的数字因子.



然而,在式(13.31)中,我们必须把  $W^l$  理解为  $v_p \leq c$  的等离子体波的总能量密度,而在式(13.23)中,它是  $v_p \geq c$  的等离子体波的能量密度——通常是一个相当大的量值。

我们得到衰减率为

$$\gamma^t \left( \begin{matrix} t+e \rightleftharpoons l+e' \\ t+e \rightleftharpoons p+e' \end{matrix} \right) = -\frac{\pi\omega_{pe}^4}{8cn_e^2\omega^2} \int W_{k'}^l \frac{dk'}{k'} \int \frac{f_e d\varepsilon}{\varepsilon} \Phi'(\omega, \varepsilon), \quad (13.32)$$

这里对极端相对论电子有

$$\Phi'(\omega, \varepsilon) = \frac{8}{3} [(1-q)^3 + 3q(1-q^2 + q \ln q)]. \quad (13.33)$$

在和式(13.30)同样条件下,我们得到

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} = & -\frac{2^{\gamma/2} \pi (\gamma^2 - 1) (\gamma^2 + 6\gamma + 16)}{\gamma(\gamma + 4)^2 (\gamma + 6)} \frac{n_*}{n_0} \\ & \times \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \int \left( \frac{ck'}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-2)} \frac{W_{k'}^l dk'}{n_e m_e c^2}. \end{aligned} \quad (13.34)$$

在比导出式(13.31)的更为粗略近似下,我们可得如下估计:

$$\frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} \approx -\frac{n_*}{n_0} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \frac{W^l}{n_e m_e c^2}, \quad (13.35)$$

而此表达式与式(13.26)仅相差一个数字因子。

康普顿散射效应(低频电磁波转变为高频波)已由齐托维奇和奇哈切夫(Tsytoich and Chikhachev, 1969)分析过. 这种散射概率(按角度平均), 可以利用类似于计算朗缪尔波的康普顿散射的方法得到

$$\begin{aligned} \bar{u}_k = & \frac{\pi}{2} \frac{\omega'}{n_0} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega'} \right)^2 \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \left\{ \left[ 1 - \frac{\omega}{4\omega'} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right] \right. \\ & \times \left[ 1 + \frac{\omega}{2\omega'} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right] + \frac{\omega}{2\omega'} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \\ & \left. \times \ln \left[ \frac{\omega}{4\omega'} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (13.36)$$

式中  $\omega'$  和  $\omega$  是入射及散射电磁波的频率.

自发康普顿散射系数可按下式计算:

$$J_{\omega}^t(t+\epsilon \rightarrow t'+\epsilon') = \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3} \int W_{\omega'}^t \frac{d\omega'}{\omega'} \int_{m_e c^2 (\omega/4\omega')^{1/2}}^{\infty} \bar{u}_k f_s d\epsilon. \quad (13.37)$$

我们记得, 这儿  $W_{\omega'}^t/\omega'$  是单位频率电磁波的波粒数.

把概率(13.36)和分布函数(12.2)代入(13.37)中, 对于下降段, 我们得到

$$J_{\omega}^t = \frac{2^{\gamma} \gamma (\gamma-1) (\gamma^2 + 4\gamma + 11)}{\pi (\gamma+3)^2 (\gamma+5)} \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^3}{c^3 n_e} \left( \frac{\epsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \\ \times \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-1)} \int \left( \frac{\omega'}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-3)} W_{\omega'}^t d\omega'. \quad (13.38)$$

我们必须注意到公式(13.38)和(13.30)的类似性. 最好把公式(13.38)重新写成略为不同的形式. 假定入射波  $\omega'$  的谱密度在某个频率  $\omega_*$  处有一极大值. 考虑到  $\gamma$  通常近于 3, 我们就得到

$$\left( \left( \frac{\omega'}{\omega_k} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-3)} W_{\omega'}^t d\omega' \approx W^t, \quad (13.39)$$

因此, 代替(13.38), 我们可得估值

$$J_{\omega}^t \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_* c^3 n_e} \left( \frac{\epsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\omega_*}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-1)} W^t. \quad (13.40)$$

式(13.40)与精确关系式不同处也仅在于数字因子. 量  $\omega_{pe}/\omega_*$  的出现是因为散射概率正比于被散射波的波粒数, 而不是正比于它们的能量密度.

类似地可确定衰减率:

$$\frac{\gamma^t}{\omega_*} = - \frac{\pi 2^{\gamma+1} \gamma (\gamma^2-1) (\gamma^2+6\gamma+16)}{(\gamma+4)^2 (\gamma+6)} \left( \frac{\epsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma} \frac{n_*}{n_e} \\ \times \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_*} \right)^4 \left( \frac{\omega_*}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \int \left( \frac{\omega'}{\omega_*} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-2)} \frac{W_{\omega'}^t d\omega'}{n_e \epsilon_*}, \quad (13.41)$$

或近似地,

$$\frac{\gamma^{\dagger}}{\omega_*} \approx -\frac{n_*}{n_e} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_*} \right)^4 \left( \frac{\omega_*}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \frac{W^{\dagger}}{n_e m_e c^2}. \quad (13.42)$$

我们已特别注意到了电磁辐射谱的这种下降部分,这与谱的这个部分经常被观测到有关。

本小节开始,我们就指出,在一般情况下辐射谱可能有几个极大。如果再吸收也起重要作用,那么情况就更加复杂些。众所周知,确实在大多数射电源中,谱的下降的短波部分多少具有标准形式,它相应于谱分布律  $\omega^{-(\gamma-1)/2}$ 。然而,在某些情况下,也已观测到了复杂的谱。

在结束这一小节时我们指出,在所有这些涉及各种机制的谱极大中,还应补充另一个谱极大。如果甚低频等离子体湍动转换成电磁波是这样的,以使守恒律可化为公式(13.8),那么发射系数在频率  $\sqrt{3}\omega_p$  处将有一个极大,这里量  $\omega_p$  由具有极大低频湍动波数值的式(13.8)所规定。在这个频率附近,辐射谱为  $I_{\omega} \propto (\omega - \omega_p)^{(\gamma+3)/2}$ 。

### § 13.4 在朗缪尔波及电磁波康普顿散射中所产生的电磁辐射的放大和稳定化

在上一小节我们已经指出,当通过极端相对论粒子同步加速机制产生电磁辐射时,在天体物理对象中很难实现放大它的条件。在这方面,康普顿散射较为有效,因而在宇宙条件下获得电磁波的放大是完全能现实的。

作为一个例子,我们开始研究如下的问题(Kaplan and Tsytovich, 1969a)。假使能量为  $\varepsilon_*$ , 密度为  $n_*$  的极端相对论电子束通过具有强朗缪尔波湍动的等离子体,束中粒子能量弥散  $\Delta\varepsilon_*$  对于以下情况是不重要的: 结果在  $\Delta\varepsilon_* \leq \varepsilon_*$  时也是对的。目前假定速度方向的弥散不大。

等离子体波经受束粒子的康普顿散射。于是，它们转变为电磁波，它的频率按照守恒律(13.5)或(13.6)由散射角确定。粒子束的轴与电磁波波矢量间的夹角越大，这种波的频率就越低。

束的存在产生了相对于这种“侧翼”辐射而言的过密能级。因此我们可期望，在与束轴交角  $\vartheta > m_e c^2 / \varepsilon_*$  时，就会出现“脉降效应”。在同步加速辐射情况下，由于在“侧翼”方向所产生的部分能量按指数减小，因而就不会出现这种效应。另一方面，虽然这儿辐射的能量比在  $\vartheta \lesssim m_e c^2 / \varepsilon_*$  时小很多，但它仍然占总能量的相当大的部分。这就使激励成为可能。

增长率可用通常公式计算。我们仅需要考虑散射概率与角度的关系。下面将略去量级为1的数字因子。我们也将引进某些其它简化公式(与原来的文章比较而言)。

在康普顿散射时产生在角  $\vartheta < m_e c^2 / \varepsilon_*$  范围内的束运动方向上的电磁辐射不会得到放大。这种情况类似于同步加速辐射情况，也就是，每个粒子的再吸收系数总是正的。我们可以求得沿束轴传播的波的衰减率，它是由束粒子本身造成的(湍动波有较低的相速  $v_p < c$ )：

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} &\approx -\frac{n_*}{n_e} \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \int_{(\omega/2c)(m_e c^2/\varepsilon_*)}^{(d\varepsilon)^{-1}} \frac{W^l_k dk'}{n_e m_e c^2} \frac{\omega_{pe}}{k'c} \\ &\approx -\frac{n_*}{n_e} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^3 \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^3 \frac{W^l}{n_e m_e c^2}. \end{aligned} \quad (13.43)$$

按照上述，以与束轴成交角  $\vartheta > m_e c^2 / \varepsilon_*$  而传播的辐射可得到放大。当  $m_e c^2 / \varepsilon_* \ll \vartheta \ll 1$ ， $\omega < 2ck_g / \vartheta^2$  时，我们就得到增长率的如下表达式(Kaplan and Tsytovich, 1969 a)：

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^t(\vartheta)}{\omega_{pe}} &\approx \frac{4\pi}{\vartheta^4} \frac{n_*}{n_e} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^3 \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \\ &\quad \times \int \frac{W^l_k dk'}{n_e m_e c^2} \frac{\omega_{pe}}{k'c} \left[ 1 - \left( \frac{\omega \vartheta^2}{2k'c} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

$$\approx \frac{8\pi}{\vartheta^6} \frac{n_*}{n_0} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^3 \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^3 \\ \times \frac{W^l}{n_e m_e c^2} \frac{\omega \vartheta^2}{2 c k_y} \left[ \ln \frac{2 k_y c}{\omega \vartheta^2} - \frac{1}{2} \right]. \quad (13.44)$$

显然这里增长率随角  $\vartheta$  增加并不是按指数减小, 虽然它也取决于一个高幂,  $\propto \vartheta^{-4}$ . 我们指出,  $\vartheta \lesssim m_e c^2 / \varepsilon_*$  的衰减率的绝对值和  $\vartheta \approx m_e c^2 / \varepsilon_*$  的增长率彼此很接近(图 62).

即便是这样, 要获得明显放大效应也是相当困难的. 问题在于, 除了极端相对论粒子的康普顿散射外, 在同一湍动等离子体介质中也要出现衰变过程  $t \rightarrow t' + l$ , 它改变了电磁波的  $\vartheta$  角, 从而使它们与束脱离共振. 由公式(5.27)所决定的弹性散射系数通常远大于式(13.44). 它的极小值由以下表达式( $\omega > c k_y$ )确定:

$$\frac{\sigma_{\perp}^l}{\omega_{pe}} \approx \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^4 \frac{W^l}{n_e m_e c^2} \frac{k_y^3 c^3}{10 \omega_{pe}^3}. \quad (13.45)$$

因此, 当角

$$\vartheta \lesssim \vartheta_{cr} = \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{3/8} \left( \frac{n_*}{n_e} \right)^{1/8} \quad (13.46)$$

时, 在湍动介质中增长率就超过电磁波散射的稳定效应. 这意味着, 在康普顿散射等离子体情况下只有一种窄粒子束( $\Delta\vartheta \lesssim \vartheta_{cr}$ )才能放大电磁辐射.

如果这种放大确实发生的话, 则通过增长率(13.44)与过程  $t \rightarrow t' + l$  的衰减率[它决定于公式(3.37)或(12.72)]相比较, 我们就能获得激发的电磁波能量密度的范围. 从这个比较

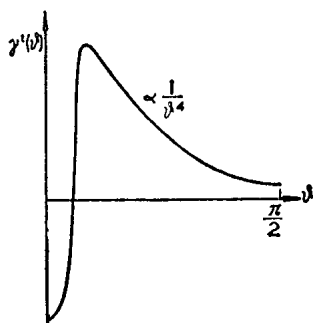


图 62 相对论电子束产生的电磁波增长率, 它是束轴和波矢量方向间夹角的函数.

可得

$$W^t \approx W^l \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^3 \frac{n_*}{n_e} \frac{8\pi}{\beta^6}. \quad (13.47)$$

因此, 甚窄的相对论电子束通过湍动等离子体时, 就会在高频区产生相当强的电磁辐射. 等离子体波能量密度可能是比较低的, 这是因为电磁辐射可从相对论粒子获得能量. 而且, 仅当光学厚度大于 1 时才可能激发. 这个条件给等离子体波能量密度带来一个下限.

与能量从相对论电子转移到电磁波过程有关的束特征弛豫率, 它的量级为 ( $ck_g \approx \omega_{pe}$ )

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_*^t}{\omega_{pe}} &\approx \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^4 \frac{W^t W^l}{(n_e m_e c^2)^2} \\ &\approx \frac{n_*}{n_e} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^7 \frac{8\pi}{\beta^6} \left( \frac{W^l}{n_e m_e c^2} \right)^2. \end{aligned} \quad (13.48)$$

我们指出, 束速度中角弥散大于式 (13.46)  $\partial_{cr}$  的粒子束不能因康普顿散射而弛豫.

这里我们还要提及另一个问题, 即各向异性分布的相对论电子散射纵等离激元问题. 代替各向同性分布函数 (12.2), 把各向异性函数 (12.3) 代入上几节的所有关系式中去, 我们再次可以完成这些计算. 特别地, 这种计算结果使衰减率 (13.35) 中出现一个额外因子:

$$1 - \frac{2(\gamma+6)(\gamma^2+\gamma-8)}{(\gamma+2)(\gamma^2+6\gamma+16)} \eta \cos \vartheta, \quad (13.49)$$

在对参量  $\gamma$  和  $\eta$  作某种选择情况下, 它可以变为负, 即是说, 衰减可变成放大. 但是由于上述原因, 那样弱的各向异性和比较小的增长率很难导致明显放大.

让我们来讨论在相对论电子束散射低频电磁波并转换为高频电磁波情况下的辐射问题 (Kaplan, Tsytovich and Chikhachev, 1970). 这里我们假定, 纵等离激元能量密度不大.

严格地说, 这个假定并非是显然的: 快粒子束存在本身就不可避免地导致产生朗缪尔湍动, 而仅当纵等离子激元有相当大的衰减时, 我们才能忽略  $W^t$ 。然而以下所获得的关系也适用于完全没有等离子体情况, 那时相对论电子束在真空中穿过电磁辐射场; 于是我们确实可认为, 所有效应仅依赖于  $W^t$ 。

考虑一具有很小角弥散  $\Delta\theta$  (我们将在下面给出它的估值) 的电子束通过充满电磁辐射的空间区域, 此电磁辐射的谱能密度为  $W_\omega^t$ , 它可能是各向同性的或各向异性的, 如同对纵等离子激元那样, 束粒子散射的电磁波也能在与束轴成交角  $\vartheta > m_e c^2 / \varepsilon_*$  的近域激励辐射。

设  $\omega_*$  为谱辐射密度极大的频率。我们假定: 在高频端谱能密度通常随谱指数  $\alpha$  下降, 也即是  $W_\omega^t \propto (\omega_*/\omega)^\alpha$ ; 在低频区, 则下降得比  $\omega^2$  更陡。这时我们能证明, 在频区

$$\omega_* < \omega < \frac{4\omega_*}{(m_e c^2 / \varepsilon_*)^2 + \vartheta^2}, \quad (13.50)$$

在第一级近似下增长率与频率无关而仅依赖于散射角  $\vartheta$  (相对于束轴而言)。在这种过程中, 整个频区 (13.50) 内都出现辐射, 这是假定被散射波有甚宽方向弥散的结果, 如果我们假定电磁辐射也是各向异性的, 例如研究一束电磁波被极端相对论粒子束所散射, 我们就得到散射角和频率的单一关系:

$$\omega \approx \omega_* \frac{2(1 - \cos \vartheta)}{(m_e c^2 / \varepsilon_*)^2 + \vartheta^2}, \quad (13.51)$$

式中  $\vartheta$  是电磁波束轴与极端相对论粒子束轴间夹角。

在区域 (13.50) 或在频率 (13.51) 处, 增长率由以下等式决定:

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^t(\vartheta)}{\omega_{pe}} &\approx \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 + \vartheta^2 \right] \\ &\times \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_*} \right)^3 \frac{W_*^t}{n_e m_e c^2}, \end{aligned} \quad (13.52)$$

式中  $W^t_*$  是“初始”电磁辐射的总能量密度。对于比式(13.50)中那些频率更高的频率,它也能得到增长,但其增长率随频率的增高按  $(\omega_*/\omega)^{2+\alpha}$  形式很快地减小。况且,这里还出现一个附加数字因子  $(\gamma+1)(\gamma+2)/(2\alpha-\gamma-2)$ , 在  $\alpha < (\gamma+2)/2$  时,它变为负的,也就是说,增长率变成衰减率。换言之,在区间(13.50)范围外,实际上不存在辐射放大。

如果我们现在把增长率(13.52)与过程  $t \rightarrow t' \pm l$  的衰减率[它由公式(3.37)给定]相比较,就获得被激发的电磁波能量密度估值以及放大的条件(如果初期已经不存在那样的密度,那么放大就不会出现):

$$\frac{W^t_\omega}{\omega^2} \ll \frac{W^t_{\omega_*}}{\omega_*^2} \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 + \vartheta^2 \right], \quad (13.53)$$

式中  $W^t_{\omega_*}$  及  $W^t_\omega$  分别是入射和散射波的谱能量密度。

联合公式(13.50)—(13.53), 我们就能估计出在每种实际情况下放大的可能性。例如,如果电磁辐射谱是平滑谱,  $\alpha \approx 0$ , 我们就得到对可出现放大的散射辐射角度的限制,因而也可得到对束角弥散的限制:

$$\Delta\theta \lesssim \vartheta \ll \left( \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{1/2}. \quad (13.54)$$

如果我们研究真空中由粒子束引起的康普顿散射电磁辐射,那么当我们忽略束本身等离子体性质的影响时,衰变过程  $t \rightarrow t' \pm l$  就不会发生。如果是这样,上述限制就不成立,而在较宽的一系列条件下都可能出现放大。

回到等离子体中相对论粒子束的情况。我们可以从关系(13.53)粗略估计电磁波能量密度,它由具有给定方向弥散  $\Delta\theta$  的相对论电子束的康普顿散射产生,而又被非线性衰变过程  $t \rightarrow t' \pm l$  稳定:

$$W^t \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \frac{W^t_*}{(\Delta\theta)^4}; \quad (13.55)$$



我们这里已假定, 入射波的辐射密度  $W_{\omega}^t$  是给定的。比较公式(13.54)和(13.55)可得,  $W^t \gg W_*$  情况是完全可能的, 虽然这只是对较窄的方向束而言。束弛豫由关系(13.48)决定, 只要在它的第一个等式中用  $W^t W_* \omega_{pe}^2 / \omega_*^2$  代替  $W^t W^t$  即可。

我们已经在 § 3 中强调过, 如果散射粒子分布是各向同性的, 则涉及降低频率的受激散射过程总是导致辐射放大。在康普顿散射情况下, 这也是对的。

考虑在极端相对论粒子各向同性分布的区域内有一高频辐射——它是各向同性或各向异性这一点是无关紧要的。高频辐射将通过极端相对论粒子受激散射而转移到谱的低频端 (Kaplan, Tsytovich and Chikhachev, 1970)。在频率区域

$$\frac{\omega_*}{4} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 < \omega < \omega_*, \quad (13.56)$$

在靠近频率  $\omega_*$  处具有谱极大的辐射的转移增长率等于

$$\frac{\gamma^t(\omega)}{\omega_*} \approx \frac{n_*}{n_0} \frac{\omega_p^4}{\omega_*^3 \omega} \frac{W_*^t}{n_0 m_e c^2}. \quad (13.57)$$

它在频率下限  $\frac{1}{4} \omega_* (m_e c^2 / \varepsilon_*)^2$  处达到极大值。从而

$$\frac{\gamma'_{\max}}{\omega_*} \approx \frac{n_*}{n_0} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^2 \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_*} \right)^4 \frac{W_*^t}{n_0 m_e c^2}. \quad (13.58)$$

能量转移也发生在谱的低频端, 即在  $\omega < \frac{1}{4} \omega_* (m_e c^2 / \varepsilon_*)^2$ , 然而, 那时增长率随频率的减小近似按  $\omega^3$  很快地下降。把式(13.58)与非线性转移系数的值相比较, 我们就得到低频电磁波能量密度为

$$W^t \approx W_*^t \frac{n_*}{n_0} \left( \frac{\omega}{\omega_*} \right)^2 \approx W_*^t \frac{n_*}{n_0} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^4. \quad (13.59)$$

如我们所预期的那样, 散射辐射的能量密度远小于入射辐射能量密度, 因为被激发的低频辐射能量是由高频辐射产生的。指出这一点也是重要的: 低频辐射是各向同性地分布。

公式(13.58)的重要性如下: 在一个对辐射(频率 $\omega$ 处)而言光学厚度很大[即是 $\gamma'_{\max}R/c > 1$ ,  $\gamma'_{\max}$ 由式(13.58)给出]的系统中, 高频辐射必须相当快地转变为低频辐射。因此 $\gamma'_{\max}R/c < 1$ 是存在有很大高频辐射密度的准稳态系统的必要条件。

### § 13.5 湍动等离子体的电磁辐射偏振

宇宙辐射的一个基本特征是它的偏振, 根据偏振观测分析, 人们常常可得到产生辐射机制的性质和系统结构的透彻结论。同步加速辐射的偏振性质是周知的, 自然, 必须从各种机制所产生的辐射偏振角度来比较它们。

仅当存在着由各种原因造成的一个从优方向, 大量电子组成的系统的辐射才可能是偏振的。例如同步加速辐射的偏振与存在多少是均匀的外磁场有关。当我们涉及等离子体或康普顿机制时, 也存在其它偏振原因, 例如等离子体湍动或粒子速度分布的各向异性。

在研究源的辐射偏振时, 我们首先必须考虑分立的辐射体的偏振, 其次是辐射体系统的偏振, 再就是当辐射在介质传播时偏振的变化。以同步加速辐射为例, 我们将指明这种情况是怎样出现的。

众所周知, 在磁场中作螺旋运动的电子产生椭圆偏振电磁辐射。电矢量的旋转方向取决于纵向速度分量平行还是反平行于矢量 $\mathbf{H}$ 。单电子辐射偏振度在不同频率处是不同的。在高频范围 $\omega \gg \omega_0$ , 它达到100%, 而在低频区, 它为50%。

作为一种非常好的近似, 电子系统的总偏振是线偏振, 而电矢量位于垂直于磁场的平面内。这是与如下事实有关: 具有平行或反平行于 $\mathbf{H}$ 的速度分量 $v_{\parallel}$ 的电子数是相同的, 而对于观测到的辐射, 所有电子的 $v_{\perp}$ 都指向同一侧——我们记

得, 相对论电子沿运动前进方向辐射. 加之, 给定频率处的总偏振是由众电子的各种  $\omega_0$  辐射偏振合成的, 因此偏振度必须依赖电子的能量分布. 对于分布函数(12.2)——或精确一点, 对于它的  $f_0 \propto \varepsilon^{-\gamma}$  部分——偏振度在所有频率处都相同, 并等于 (Garibyan and Gol'dman, 1954; Trubnikov, 1958)

$$\Pi = \frac{\gamma+1}{\gamma+\frac{7}{3}}. \quad (13.60)$$

在此情况下, 偏振度的意义如下: 我们定义波的电场强度两个分量的平方, 此两分量分别垂直和平行于磁场在垂直视线平面上的投影. 这两种场强分量的平方差与它们的平方和之比就是偏振度.

如果波的电场严格垂直于磁场, 那么线偏振就达到 100%. 在实际的宇宙同步加速源中, 百分之一百偏振是不可能的.

公式(13.60)决定了同步加速辐射的极大偏振度. 磁场结构的不均匀性仅使它减小. 还存在另一个减小偏振度的重要原因, 这就是法拉第效应. 由于这种效应, 来自系统不同部分的辐射偏振矢量旋转了不同角度. 来自更远离部分的辐射偏振平面旋转的角度比略近部分的大. 如果电子在辐射系统体积内均匀地分布, 那么总合偏振度为 (Razin, 1958)

$$\Pi = \frac{\gamma+1}{\gamma+\frac{7}{3}} \frac{\sin \frac{1}{2} \psi(R)}{\frac{1}{2} \psi(R)}, \quad (13.61)$$

式中总旋转角  $\psi$  由公式(1.12)决定, 而  $R$  是系统的线度. 在  $\psi(R) \gg 1$  情况下, 偏振实际上是不明显的.

再吸收也减小偏振. 在光学厚的介质中, 我们总有  $\Pi \approx 0$ . 然而, 也存在另一种影响偏振的效应, 我们在地球上观

测到它：在磁活动等离子体中到处存在寻常波和非常波，它们有不同的偏振和传播特征。正如一些作者(Ginzburg, Zheleznyakov and Zaitsev, 1969; 也参见 Zheleznyakov, 1970 b)曾指出过，也许会发生如下情况：两种特征波中有一种被选择吸收，而另一种——具有非常确定的偏振——可能会从等离子体中出现。虽然热列兹尼科夫的分析仅适用于很特殊的情况，但是新近的工作(Grounds, 1972; 也参见 Grounds and ter Haar, 1973)已证明，一般的结果或许并非差别很大。

现在，我们来讨论在等离子体辐射机制情况下的偏振。齐托维奇(Tsytoovich, 1969 d)已经研究了湍动等离子体辐射偏振的一般理论。在这里我们给出偏振度的一些简化的具体表达式，它适用于以前讨论过的那些机制。显然，由各向同性分布的粒子散射各向同性湍动波所产生的辐射是非偏振的。因此，我们必须研究湍动或粒子速度分布各向异性的可能情况。

先谈各向异性湍动。通常，发展了的等离子体湍动是各向同性的，但是也有重要的例外，它已经在§8中讨论过。我们记得，如果非线性过程已使纵等离子激元转移到波数  $k < \omega_{He}/\sqrt{3} v_{Te}$  的谱区[见公式(8.41)]，那么进一步转移就使波矢量与磁场间夹角  $\theta$  减小，因此等离子体湍动就变成一维了，纵等离子激元的波矢量平行或反平行指向磁场。当纵等离子激元以这样方式指向时，电场方向也就沿着磁场，因此散射辐射的电子也沿磁场方向加速。

从而，得到一个重要结论：各向同性分布电子进行散射时，这种一维等离子体湍动将产生线偏振辐射，但是电矢量沿着磁场，而不象同步加速辐射情况那样与磁场垂直。

为了确定偏振度，我们必须得到电矢量沿着和垂直于磁场的波的辐射概率。在  $v_p \gg c$  时，总散射概率由公式 (13.20)

给出；现在我们给出单个分量的概率，而它仅对粒子运动方向进行过平均。纵等离子激元散射为电磁波，后者的电场矢量位于通过矢量  $\mathbf{k}$  和  $\mathbf{H}$  平面上——这种过程的概率为

$$u_k^{(1)} = \frac{\pi}{4} \frac{\omega_{pe}}{n_e^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \times \left\{ -1 + \frac{\omega}{\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 + \frac{3}{8} \left[ \frac{\omega}{\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 - 2 \right]^2 \right\} \sin^2 \vartheta; \quad (13.62)$$

而对于电矢量垂直这个平面的过程，其概率为

$$u_k^{(2)} = \frac{\pi}{32} \frac{\omega_{pe}}{n_e^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \times \left[ \frac{\omega}{\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 - 2 \right]^2 \sin^2 \vartheta, \quad (13.63)$$

式中  $\vartheta$  是散射波的波矢量与磁场间的夹角。于是我们可用通常方法来计算发射系数，尔后再计算偏振度。经过简单的然而冗长的计算之后，我们得到

$$H = \frac{(\gamma+1)(\gamma+3)}{\gamma^2+4\gamma+11}. \quad (13.64)$$

这个偏振度的公式，也和早先给出的公式(13.60)和(13.61)一样，是属于自发辐射情况，这时再吸收和放大都不大。如同同步加速辐射情况一样[见式(13.60)]，这个偏振度不依赖于角  $\vartheta$ ，而在  $\gamma=3$  时，公式(13.60)和(13.64)给出相同的结果：

$H = \frac{3}{4} = 75\%$ 。当然，前面说过的法拉第旋转对偏振的影响，仍然是对的。

现在，我们研究导致散射辐射偏振的第二种原因——极端相对论粒子速度分布的各向异性。我们假定，有一相对论电子窄方向束通过各向同性湍动区。此外，这时还假定，放大电磁波的光学厚度很小，因此仅仅自发辐射才是重要的。

这种束散射产生的电磁波也将出现偏振，它的电场矢量基本上与束轴垂直。最可能的是，相对论电子束沿磁场运动，以致这儿也和同步加速辐射情况一样，辐射波的电场矢量垂直于外磁场，而与各向异性湍动情况相反。

我们将不给出不同电场方向的辐射概率的冗繁表达式。我们立即写出电场位于矢量  $\mathbf{k}$  和  $\mathbf{v}$  平面内和垂直这个平面的概率之差与它们之和的比值：

$$\frac{\bar{u}_k^{(1)} - \bar{u}_k^{(2)}}{\bar{u}_k^{(1)} + \bar{u}_k^{(2)}} = \frac{\frac{\omega}{\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \left[ 1 - \frac{\omega}{2\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]}{1 - \frac{\omega}{\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \left[ 1 - \frac{\omega}{2\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]}. \quad (13.65)$$

公式(13.65)用粒子能量表示，它也用波和束方向之间的角度  $\vartheta$  表示，而  $\vartheta$  通过公式(13.5)唯一地由  $\varepsilon$  决定。

从(13.65)式得出，在极大可能的频率处，对给定的能量——或  $\vartheta$ ——偏振度等于 0，而以后它陡升到极大，在  $\omega \approx \omega_{pe} (\varepsilon / m_e c^2)^2$  时，它近似等于 100%，以后在频率进一步减小时，它又重降到 0。

利用分布函数(12.2)并平均，得到

$$\Pi = \frac{4(\gamma+1)}{\gamma^2 + 4\gamma + 11}. \quad (13.66)$$

然而，在散射辐射光学厚度大于 1 的情况下，偏振性质就有很大的改变。那时，各向异性束散射就导致电磁波放大以及辐射偏振急剧地增大 (Tsytovich, 1969 d)。

显然，偏振和非偏振辐射的增长率是不同的。如果  $\gamma^{\dagger}$  是总增长率，那么偏振部分的增长率等于

$$\gamma_{12}^{\dagger} \approx \frac{\bar{u}_k^{(1)} - \bar{u}_k^{(2)}}{\bar{u}_k^{(1)} + \bar{u}_k^{(2)}} \gamma^{\dagger}. \quad (13.67)$$

设  $I_{\omega}$  为辐射强度，而  $U_{\omega}$  是偏振部分的强度——更精确

地说,  $I_\omega$  和  $U_\omega$  是相应的斯托克斯参数, 所以  $\Pi = U_\omega/I_\omega$ . 那么, 我们就有下列关于量  $I_\omega$  和  $U_\omega$  随时间变化的方程:

$$\frac{dI_\omega}{dt} = \gamma^i I_\omega + \gamma'_{i2} U_\omega, \quad \frac{dU_\omega}{dt} = \gamma'_{i2} I_\omega + \gamma^i U_\omega. \quad (13.68)$$

这组方程的解确定偏振度随时间的变化:

$$\Pi = \left| \frac{1 + \Pi_0 - (1 - \Pi_0) \exp(2\gamma'_{i2} t)}{1 + \Pi_0 + (1 - \Pi_0) \exp(2\gamma'_{i2} t)} \right|, \quad (13.69)$$

式中  $\Pi_0$  是初始的偏振度. 由此得到, 甚至如果  $\Pi_0 = 0$ , 那么在  $\gamma'_{i2} t \gg 1$  情况下由于放大而产生的电磁辐射的偏振度也可达到 100%. 对于从高频转移到低频的辐射, 情况也是如此.

### § 13.6 湍动等离子体中相对论电子和离子的韧致辐射机制

在这节结尾, 我们还将简短地研究湍动等离子体中另一种高频辐射机制(Tsytoich, 1971c). 极端相对论粒子在通过契连科夫机制吸收和辐射纵等离子激元时, 它们就受到散射, 即是说改变了它们运动的方向. 显然, 这个过程可以比拟为粒子与波之间的碰撞. “碰撞”频率由沿能量轴线的扩散决定, 即是

$$\begin{aligned} \nu_{\text{eff}} &= \frac{c^2 D_i^i}{\varepsilon^2} = \frac{2\pi^2 e^2 \omega_{pe}^2}{\varepsilon^2 c} \int_{\omega_{pe}/c}^{K_{\text{max}}} W^i_{k'} \frac{dk'}{k'^4} \\ &\approx \frac{\pi}{2} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \frac{W^i}{n_e \varepsilon} \omega_{pe}, \end{aligned} \quad (13.70)$$

式中  $W^i$  是共振等离子激元(即  $v_p < c$  的等离子激元)的能量密度. 根据偶极辐射的一般性质, 这种散射必定伴随电磁辐射. 其辐射功率为

$$\begin{aligned} P_\omega^i &= \frac{2e^2}{\pi c} \nu_{\text{eff}} \left( \ln \frac{2\varepsilon}{m_e c^2} - 1 \right) \\ &\approx \frac{e^2 \omega_{pe}}{c} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \frac{W^i}{n_e \varepsilon} \left( \ln \frac{2\varepsilon}{m_e c^2} - 1 \right), \end{aligned} \quad (13.71)$$

在分布函数(12.2)情况下, 发射系数为

$$J'_\omega \approx \frac{\gamma(\gamma-1)}{4\pi} \frac{n_*}{n_0} \frac{\omega_{n0}^3}{n_0 c^3} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 \left[ \ln \frac{2\varepsilon_*}{m_e c^2} - 1 \right] W^l. \quad (13.72)$$

辐射功率随能量的增加而减小,但也有一个“优点”:如同通常韧致辐射情况一样,直到甚高频率 $\sim \varepsilon_*/\hbar$ ,  $J_\omega$ 都不依赖于频率。因此,这里所叙述的机制在甚高频区是重要的。而且,离子和电子的辐射强度相同。

## § 14 相对论电子的等离子体湍动反应堆\*

我们称湍动很发展的,“捕获”了辐射和大量相对论粒子的一种等离子体区为反应堆<sup>1)</sup>。在这种反应堆中,部分快粒子由于存在随机加速甚至可获得更高的能量。我们在这里将不讨论反应堆的动力学问题和这种等离子体的约束问题。等离子体可以由引力或磁场约束,而这种(或其它一些)约束也能提供维持湍动能级的能量。

现在,对我们来说重要的是:在等离子体反应堆中能量耗散伴随着粒子的加速而形成相对论电子谱。嗣后,这些粒子通过扩散或由于反应堆的非常可能的“爆发”(与它的“过热”有关)而可能离开反应堆。

下一节我们将研究等离子体湍动反应堆能表示实际天体物理对象到何等程度的问题。

---

\* 这一节内容略有发展,请读者参阅 Цытович: «Плазменные турбулентные реакторы в астрофизике», Изв. высш. учеб. заведений, 19, Вып 5—6, 822—833, 1976. —译者注

1) 齐托维奇和奇哈切夫 (Tsytovich and Chikhachev, 1969, 1971)、卡顿采夫和齐托维奇 (Kadomtsev and Tsytovich, 1970) 首先研究过这种反应堆理论,这里我们将从稍微更一般的观点来研究该问题,而下一章将对于甚强磁场中极端相对论等离子体情况给出推广的湍动反应堆理论。



对等离子体湍动反应堆的计算是解决一个复杂的自治课题, 因为这里粒子分布函数、电磁辐射谱能量密度以及湍动能密度都是相互关联的。因此, 完整课题的解决必须包括写出并分析一组关于  $W_k^l$ ,  $I_\omega$ ,  $f_s$  等等的动力学方程。

写出这样一组方程系原则上并不太难, 但是当着手研究它时, 我们合理地力求简化这个课题, 以使它的物理意义不被复杂而冗繁的数学弄模糊。

我们列举在这里引进的简化。第一, 我们将假定, 相对论电子分布函数由公式(12.2)给出, 其中参量  $n_*$ ,  $\varepsilon_*$  和  $\gamma$  必须由反应堆性质确定。可以证明, 至少在  $\varepsilon \gg \varepsilon_*$  及  $\varepsilon \ll \varepsilon_*$  的极限情况下, 函数(12.2)确实是湍动反应堆的自治课题的解 (Tsytovich and Chikhachev, 1969)。

第二, 我们将不考虑朗缪尔湍动的精细谱。这在相速远大于光速区域内总可以这样做的, 因为那时散射概率不依赖于  $k$ 。相速小于或等于光速区包含了比较少部分等离子体湍动能量, 因此, 这种近似保证了很高的精确度。

第三, 我们将假定, 在反应堆中除了朗缪尔湍动外, 还存在其它模式的湍动, 例如横等离激元湍动。根据卡普兰和齐托维奇 (Kaplan and Tsytovich, 1968 b) 的工作, 在湍动等离子体中存在着能量从横等离激元连续转移到纵等离激元以及同样方式的相反转移, 因而两种湍动模式都是不稳定的, 然而它们能量之和却是常数 ( $W^l + W^p = \text{常数}$ ), 而仅仅是这个和值才进入下面相当于(13.21)和(13.25)的公式中。在这种意义上, 考虑横等离激元使我们可认为总湍动能量不变。

## § 14.1 湍动反应堆中的电磁辐射谱

按定义, 等离子体反应堆就表示其内存在着被“捕获”的电磁辐射, 它的频率明显高于  $\omega_{pe}$  或  $\omega_{He}$ 。这意味着, 对这种

辐射反应堆的光学厚度远大于 1.

我们将研究反应堆的内部区域, 其中粒子分布函数和电磁辐射强度明显是各向同性的, 因此不发生辐射放大. 但是, 这里存在着几种阻尼机制, 因而为比较起见, 我们写出所有主要的衰减率, 其中略去量级为 1 的因子并限于高频情况.

### 1. 碰撞衰减率

$$\gamma_1^i \approx - \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_{pe}}{N_D}; \quad (14.1)$$

### 2. 同步加速衰减率, 对 $\omega > \omega_{He}(\varepsilon_*/m_e c^2)^2$ 时它有形式

$$\gamma_2^i \approx - \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1}; \quad (14.2)$$

### 3. 康普顿衰减率, 归因于纵等离子体激元散射,

$$\omega > \omega_{pe}(\varepsilon_*/m_e c^2)^2$$

时为

$$\gamma_3^i \approx - \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \frac{n_*}{n_e} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \frac{\omega_{pe} \bar{W}^i}{n_e m_e c^2}; \quad (14.3)$$

4. 韧致辐射衰减率, 它涉及因等离子体振荡而使粒子散射[参见式(13.70)]:

$$\gamma_4^i \approx - \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \frac{n_*}{n_e} \frac{\omega_{pe} \bar{W}^i}{n_e m_e c^2} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^3, \quad (14.4)$$

式中  $\bar{W}^i$  是  $v_p \ll c$  的等离子体激元能量密度;  $\bar{W}^i \ll W^i$ .

除了这些“纯粹”衰减率外, 我们还必须考虑沿频率的“滑动”, 它是由于非线性散射和衰变过程[公式(3.37)]以及电磁波的康普顿散射所致.

### 5. 相应于相互作用 $t \rightarrow t' \pm l$ 的衰减率

$$\gamma_5^i \approx - \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2 \frac{\omega_{pe}^2 4\pi I_\omega}{n_e m_e c^3} \approx - \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^3 \frac{\omega_{pe} W^i}{n_e m_e c^2}; \quad (14.5)$$

### 6. 电磁波的康普顿相互作用

$$\gamma_0^t \approx -\left(\frac{\omega_*}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \frac{n_*}{n_0} \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_*^2} \left(\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2}\right)^{\gamma-1} \frac{4\pi I_\omega^*}{n_0 m_e c^3}$$

$$\approx -\left(\frac{\omega_*}{\omega}\right)^{\frac{1}{2}(\gamma+4)} \frac{n_*}{n_0} \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_*^2} \left(\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2}\right)^{\gamma-1} \frac{W_*^t}{n_0 m_e c^2}. \quad (14.6)$$

这样,我们有六种不同的衰减率. 在不同条件下,它们中任何一种都可能成为最重要的. 对所研究的每种具体情况,我们必须找到哪一种衰减率和何时它是重要的.

我们讨论的程序如下: 将研究两种情况. 在第一种情况中,假定磁场强到使衰减率(14.2)大于其它所有衰减率;而对第二种情况,假定衰减率(14.3)是最大的衰减率. 所有其它衰减率仅将限制着解的适用范围.

反应堆的光学半径决定于阻尼和经过等离子体波的散射. 根据式(5.42),可得到光学半径:  $\tau_R \approx (|\gamma^t| \sigma_\perp)^{1/2} (R/c)$ , 式中  $R$  为反应堆的几何半径.

因为在所研究的反应堆中,纵等离子激元的大部分能量都发生在大于光速的相速区,我们就可以把从式(5.27)得到的关系(在  $k' \approx \omega_{pe}/c$  时)取作为有效的弹性散射系数:

$$\frac{\sigma_\perp}{\omega_{pe}} \approx \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega}\right)^4 \frac{W^t}{n_0 m_e c^2}. \quad (14.7)$$

条件  $\tau_R \approx 1$  确定了频率  $\omega_R$ , 在频率低于它时,辐射就被捕获;而高于它时,则反应堆就是透明的. 对于康普顿散射起主要作用反应堆——我们称它为康普顿反应堆——我们有

$$\frac{\omega_R}{\omega_{pe}} \approx \left[ \frac{n_*}{n_0} \left(\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{W^t}{n_0 m_e c^2}\right)^2 \left(\frac{\omega_{pe} R}{c}\right)^2 \right]^{\frac{2}{\gamma+12}}. \quad (14.8)$$

类似地,对同步加速反应堆[具有衰减率(14.2)],我们亦有

$$\frac{\omega_R}{\omega_{He}} \approx \left[ \frac{n_*}{n_0} \left(\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2}\right)^{\gamma-1} \left(\frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}\right)^5 \frac{W^t}{n_0 m_e c^2} \left(\frac{\omega_{pe} R}{c}\right)^2 \right]^{\frac{2}{\gamma+12}}. \quad (14.9)$$

我们必须指出, 频率  $\omega_R$  对那种不大好确定的反应堆参量(象  $n_*/n_e$  或  $W^l/n_e m_e c^2$ ) 的依赖关系是弱的.

在低于  $\omega_R$  的频区, 谱强度或辐射密度由瑞利-金斯 (Rayleigh-Jeans) 定律所确定. 但是, 这里有一些与不同能量粒子在不同频区辐射有关的特性.

在谱的低频端, 这儿辐射来自相应于关系式  $f_* < \varepsilon^2$  所规定的这部分分布函数的一些电子, 也就是, 对同步加速反应堆在频区  $\omega < \omega_{He} (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$ , 而对康普顿反应堆在频区  $\omega < \omega_{pe} (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$  范围内, 辐射谱密度由通常瑞利-金斯定律确定:

$$W_\omega^l = \frac{k^2 \varepsilon_*}{\pi^2 c} = \frac{\omega^2 \varepsilon_*}{\pi^2 c^3}. \quad (14.10)$$

在较高频率区, 我们必须考虑频率与辐射粒子能量及它们的分布函数的关系.

众所周知, 在光学厚的介质中电磁波的谱能量密度由公式  $W_\omega^l = J_\omega^l / |\gamma^l(\omega)|$  确定. 量  $J_\omega^l$  及  $\gamma_\omega^l$  已在前二节给出. 它们当中有些已写出了所有的数字因子, 而另一些则略去了量级为 1 的因子. 以下, 我们需要电磁波谱密度的精确表达式. 在 § 13 中我们已给出康普顿散射情况下的相应数字系数, 而对于同步加速机制, 这些系数是周知的 (例如参见 Ginzburg and Syrovatskii, 1964a; Kaplan and Pikel'ner, 1970). 结果, 我们获得康普顿反应堆的辐射谱密度:

$$W_\omega^l = \frac{(\gamma+4)(\gamma+6)(\gamma^2+4\gamma+11)}{\sqrt{2}(\gamma+1)(\gamma+3)(\gamma+5)(\gamma^2+6\gamma+16)} \times \frac{m_e \omega_{pe}^2}{\pi^2 c} \left( \frac{\omega}{\omega_{pe}} \right)^{5/2}, \quad (14.11)$$

而对同步加速反应堆 [这里, 我们已改正了上述文献所给出的某些系数, 例如在吸收系数中应删去因子  $(\gamma-2)/\gamma$ ], 则有

$$W_{\omega}^t = \frac{\Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+5}{12}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+8}{4}\right)}{\sqrt{3}(\gamma+1) \Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+22}{12}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+7}{4}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+6}{4}\right)} \times \frac{m_e \omega_{He}^2}{2\pi^2 c} \left(\frac{\omega}{\omega_{He}}\right)^{5/2}. \quad (14.12)$$

显然,在两种情况下对频率的关系都是相同的( $W_{\omega}^t \propto \omega^{5/2}$ ),但是数字系数却不同。

在高于  $\omega_R$  频率区,同步加速反应堆和康普顿反应堆的谱也是相同的:

$$W_{\omega}^t \approx J_{\omega}^t R/c \propto \left(\frac{\omega_R}{\omega}\right)^{(\gamma-1)/2}, \quad (14.13)$$

但是,当然它们有不同的确定它们强度的因子。

在齐托维奇和奇哈切夫(Tsytoovich and Chikhachev, 1969, 1971)研究过的一般情况下,我们可以获得这样一种反应堆的一些参量,在这种反应堆中,衰减率由表达式(14.2)及(14.3)之和确定,而发射系数则等于康普顿及同步加速机制的发射系数之和。由于它们的频率依赖关系是一样的,这种反应堆的参量不同于上面研究的仅在于数字因子,但是,如同我们在下面将看到那样,它们的大小对于决定相对论电子谱是无关重要的。

只有当相应的衰减率(它们决定着辐射强度)大于本节开始列举的其它衰减率时,这里所获得的反应堆参量间关系才是对的。因此,当我们计算反应堆的这些参量时,就必须检验所有关系的相容性。以康普顿反应堆为例,下面我们将指出这一点是可以做到的。

显然,我们总可以忽略碰撞衰减率。衰减率  $\gamma_4^t$  与  $\gamma_3^t$  比较小,只要共振等离子激元的能量密度远小于  $v_p \gg c$  的等离

激元能量密度即可。如果下列条件满足, 那么  $\gamma_5^t$  也比  $\gamma_3^t$  小:

$$\frac{n_*}{n_0} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} W^l > \left( \frac{\omega_R}{\omega_{pe}} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-2)} W^t. \quad (14.14)$$

最后, 从不等式  $\gamma_6^t < \gamma_3^t$ , 可得到

$$W^l > \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_R} \right)^3 W^t. \quad (14.15)$$

一旦我们从计算结果或从观测资料获得反应堆参量, 我们就易于验证它们彼此的相容性。我们还必须类似地分析同步加速反应堆。

## § 14.2 由于吸收电磁辐射而引起的电子加速

显然, 如果介质中粒子吸收电磁波的能量比它辐射出去的更多, 那么它的能量就要增加。在谱能量密度随频率而增加情况下, 吸收就将超过辐射。因此, 例如处于电磁辐射场(14.11)或(14.12)中的电子平均说来应该得到加速(Tsyrovich, 1963)。这种加速具有随机性质, 并完全类似于§ 5中所研究过的由于吸收等离子体波而引起的随机加速。这里, 重又得到扩散方程(5.4), 具有相应的扩散系数(5.5), 式中  $u_k$  必须取作为电磁辐射概率, 而  $N_k$  取为电磁波波粒数。由此, 在因吸收电磁波而出现加速时, 我们就得到扩散系数如下:

$$D_1^t = \pi^2 e^2 \int_0^\infty F(\omega, \varepsilon) W_\omega^t \frac{d\omega}{\omega}. \quad (14.16)$$

这里也假定, 电磁辐射是各向同性的。

函数  $F(\omega, \varepsilon)$  决定于电磁波的辐射和吸收机制。在计算它时, 必须对所有角平均发射系数。结果, 例如对同步加速辐射所加速的各向同性电子, 我们得到(Tsyrovich and Chikhachev, 1969; Chikhachev, 1971) (从这里起, 我们重又用  $\omega_H$  表示  $eH/m_e c$ , 而不表示  $eH \sin \vartheta/m_e c$ )

$$F(\omega, \varepsilon) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{\omega_{He}}{\omega} \left(\frac{q}{3}\right)^2 \left\{ K_{4/3}\left(\frac{q}{3}\right) K_{1/3}\left(\frac{q}{3}\right) + \frac{q}{5} \left[ K_{1/3}^2\left(\frac{q}{3}\right) - K_{4/3}^2\left(\frac{q}{3}\right) \right] \right\}, \quad (14.17)$$

如以前一样, 式中  $q = (\omega/\omega_{He})(m_e c^2/\varepsilon)^2$ . 在因康普顿散射而吸收情况下(电磁波转变为等离子激元, 同时把能量传给电子), 可得

$$F(\omega, \varepsilon) = \frac{\omega^2(W^I + W^P)}{\pi^2 \omega_{pe}^2 c^2} \bar{u}_k, \quad (14.18)$$

式中概率  $\bar{u}_k$  由公式(13.20)给出.

我们将计算扩散加速系数, 对同步加速机制, 可利用辐射谱密度(14.12), 而对康普顿过程, 则利用谱密度(14.11). 这些计算虽很冗繁, 但却完全能进行.

对同步加速机制, 可得

$$\begin{aligned} D_1^I &= \frac{3}{2\sqrt{3}} \left[ \Gamma\left(\frac{31}{12}\right) \Gamma\left(\frac{11}{12}\right) \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right) \right. \\ &\quad \times \Gamma\left(\frac{3\gamma+19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+8}{4}\right) \Big] \\ &\quad \times \left[ (\gamma+1) \Gamma\left(\frac{11}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+22}{12}\right) \right. \\ &\quad \times \Gamma\left(\frac{\gamma+7}{4}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+6}{4}\right) \Big]^{-1} \left[ \frac{m_e e^2 \omega_{He}^2}{c} \left(\frac{\varepsilon}{m_e c^2}\right)^3 \right] \\ &\approx \frac{m_e e^2}{c} \omega_{He}^2 \left(\frac{\varepsilon}{m_e c^2}\right)^3. \end{aligned} \quad (14.19)$$

对于涉及电磁波变为等离子激元的康普顿加速, 我们得到

$$\begin{aligned} D_1^I &= \frac{344}{945} \frac{(\gamma+4)(\gamma+6)(\gamma^2+4\gamma+11)}{(\gamma+1)(\gamma+3)(\gamma+5)(\gamma^2+6\gamma+16)} \\ &\quad \times \frac{e^2 \omega_{pe}^2 (W^I + W^P)}{n_e c^3} \left(\frac{\varepsilon}{m_e c^2}\right)^3 \\ &\approx \frac{m_e e^2}{c} \omega_{pe}^2 \left(\frac{\varepsilon}{m_e c^2}\right)^3 \frac{W^I + W^P}{n_e m_e c^2}. \end{aligned} \quad (14.20)$$

为往后分析等离子体湍动反应堆性质, 需要这些精确的依赖

于  $\gamma$  的数字系数。然而, 对于许多估计, 利用最后的近似表达式就完全足够了。

特别地, 当电子吸收在同步加速机制中所研究过的这类电磁辐射时, 我们就可利用这些公式来求出它们的加速率:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \approx \frac{c^2 D_1^t}{\varepsilon} \approx \frac{e^2}{c} \omega_{He}^2 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2, \quad (14.21)$$

或对康普顿机制, 有

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \approx \frac{c^2 D_1^t}{\varepsilon} \approx \frac{e^2}{c} \omega_{pe}^2 \frac{W^l + W^p}{n_e m_e c^2} \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2.$$

我们必须注意, 能量增益率以和电子因辐射而损失能量情况中的同样方式依赖于能量(参见下面)。

非常重要的一点是, 所获得的加速扩散系数与能量成立方的关系是电磁辐射谱  $W_\omega^t \propto \omega^{5/2}$  的直接结果。如果谱形不同, 例如  $W_\omega^t \propto \omega^\nu$ , 我们就将得到加速扩散系数为  $D_1^t \propto \varepsilon^{2(\nu-1)}$ 。特别地, 在吸收谱(14.10)或一般热谱情况下, 加速扩散系数将是  $D_1^t \propto \varepsilon^2$ 。

由此也可得到, 扩散加速机制仅对那样一些粒子——它们吸收小于  $\omega_R$  频区内的电磁辐射, 也就是能量处于以下间隔内的电子——才是有效的:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} &\lesssim \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \lesssim \left( \frac{\omega_R}{\omega_{pe}} \right)^{1/2}, \\ \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} &\lesssim \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \lesssim \left( \frac{\omega_R}{\omega_{He}} \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (14.22)$$

前一间区相应于康普顿反应堆, 而后者相应于同步加速反应堆。

如所周知, 契连科夫吸收  $v_p \lesssim c$  的等离激元也导致相对论电子的加速。相应的加速扩散系数由公式(5.6)确定, 它为  $D_1^t \approx (m_e \omega_{pe} / n_e) \bar{W}^l$ , 式中  $\bar{W}^l$  是共振等离激元的能量密度。在低能区, 共振加速大于康普顿加速。在能量区



$$\frac{\varepsilon}{m_e c^2} \gtrsim \left[ \frac{\tilde{W}^l}{W^l} \frac{n_e c^3}{\omega_{pe}^3} \right]^{1/3}, \quad (14.23)$$

康普顿加速开始占优势，但比值  $\tilde{W}^l/W^l$  通常很小，因此式 (14.23) 对电子能量并不构成一种苛刻的限制。我们可以用类似方法比较共振和同步加速机制的加速。

### § 14.3 等离子体反应堆中幂律能量分布函数的形成

从前一小节可得出，在“捕获”电磁辐射的等离子体反应堆中，相对论电子受到强有力的加速。实际上，这些电子也大量地丧失能量。

同步加速机制中电子辐射的能量由式 (12.11) 决定。对角度平均这个表达式，并记住，式 (12.11) 中的  $\omega_{He}$  仍保持为  $\omega_{He} \sin \vartheta$ ，我们就得到

$$P_2 = \frac{4}{9} \frac{e^2}{c} \omega_{He}^2 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2, \quad \omega_{He} = \frac{eH}{m_e c}, \quad (14.24)$$

而当电子通过康普顿散射减速时，对频率积分 (13.21) 之后，我们就得到

$$P_3 = \frac{4}{9} \frac{e^2}{c} \omega_{pe}^2 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \frac{W^l + W^p}{n_e m_e c^2}. \quad (14.25)$$

也存在其它损失能量的方式，但对高能电子，上面二种能量损失是主要的。在较低能区，电离损失开始占优势：

$$P_1 = \frac{e^2}{c} \omega_{fe}^2 A, \quad (14.26)$$

式中  $A$  是库仑对数——在宇宙等离子体中， $A \approx 40$ 。如果电子能量满足关系式（分别对弱磁场和强磁场）：

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{m_e c^2} &\gtrsim \sqrt{\frac{9A}{4}} \left( \frac{n_e m_e c^2}{W^l} \right)^{1/2} \approx 10 \left( \frac{n_e m_e c^2}{W^l} \right)^{1/2}, \\ \frac{\varepsilon}{m_e c^2} &\gtrsim \sqrt{\frac{3A}{2}} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \approx 8 \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}, \end{aligned} \quad (14.27)$$

那么，我们就能忽略电离损失能量。

相对论电子能量分布函数由加速和能量损失间的平衡确立。这还是由有附加损失项的扩散方程表述：

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} = c^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[ \varepsilon^2 D_1 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{f_s}{\varepsilon^2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (P f_s). \quad (14.28)$$

在反应堆中，相当快地就确立了粒子能量的准稳定分布。这时，令  $\partial f_s / \partial t = 0$ ，再积分并记住在  $\varepsilon = 0$  及  $\varepsilon \rightarrow \infty$  时  $f_s$  等于 0，我们就得到

$$c^2 D_1 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left( \frac{f_s}{\varepsilon^2} \right) + P \frac{f_s}{\varepsilon^2} = 0. \quad (14.29)$$

现在，我们容易证实，仅仅如果

$$\frac{c^2 D_1}{\varepsilon P} = \text{常数} = \frac{1}{\gamma + 2}, \quad (14.30)$$

那么方程 (14.29) 的解就是一种幂律分布<sup>1)</sup>： $f_s \propto \varepsilon^{-\gamma}$ 。然而，同步加速吸收产生的加速和同步加速损失以及康普顿散射引起的加速和康普顿损失恰好满足条件 (14.30)，因为这里  $D_1 \propto \varepsilon^3$  和  $P \propto \varepsilon^2$ 。当然，这些机制的组合也满足这个条件。

把公式 (14.19) 和 (14.24) 代入 (14.30)，就得到\*

$$\begin{aligned} & \frac{9}{32\sqrt{3}\pi} \left[ \Gamma\left(\frac{31}{12}\right) \Gamma\left(\frac{11}{12}\right) \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right) \right. \\ & \quad \times \Gamma\left(\frac{3\gamma+19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+8}{4}\right) \Big] \\ & \quad \times \left[ (\gamma+1) \Gamma\left(\frac{11}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right) \Gamma\left(\frac{3\gamma+22}{4}\right) \right. \\ & \quad \times \Gamma\left(\frac{\gamma+7}{4}\right) \Gamma\left(\frac{\gamma+6}{4}\right) \Big]^{-1} = \frac{1}{\gamma+2}. \quad (14.31) \end{aligned}$$

1) 奇哈切夫 (Chikhachev, 1971) 和诺曼 (Norman, 1972) 已经证明，方程 (14.29) 总有一个可能的解——相对论性的麦克斯韦-玻尔兹曼分布，但是，如果湍动能量超过某种不太大的临界值，那么，幂律分布就更快地形成并成为稳定的分布 (Chikhachev, 1971)。

\* 式 (14.31) 的数字系数  $\frac{9}{32\sqrt{3}\pi}$  疑误，应为  $\frac{27}{8\sqrt{3}}$ 。——译者注

类似地,把公式(14.20)和(14.25)代入(14.30),就得

$$\frac{86}{105} \frac{(\gamma+4)(\gamma+6)(\gamma^2+4\gamma+11)}{(\gamma+1)(\gamma+3)(\gamma+5)(\gamma^2+6\gamma+16)} = \frac{1}{\gamma+2}. \quad (14.32)$$

方程(14.31)和(14.32)是决定指数 $\gamma$ 的方程[ $\gamma$ 给出方程(4.29)的一个解]. 从方程(14.31)和(14.32)可得

$$\gamma=3. \quad (14.33)$$

因此,我们得出主要结论:粒子通过同步加速吸收和康普顿吸收引起的加速及随同相应机制的能量损失一起给出了粒子幂律分布函数,它具有接近于观测资料的幂指数 $\gamma$ 值(Tsytoviich and Chikhachev, 1971). 为简单起见,我们只研究了各向同性的粒子和波的分布. 然而,在各向异性分布情况下,我们也能证明某些有关 $\gamma$ 值的一般性定理(Nikolaev, Tsytoviich and Chikhachev, 1973; Tsytoviich, 1973). 如有一种各向异性的相对论粒子分布函数,而当粒子能量 $mc^2/\varepsilon \ll 1$ 时,它在粒子速度的窄角度范围内是缓变的(近似不变),以及如果湍动波也是各向异性分布,并且它在波矢量的同一个角范围 $\Delta\theta = mc^2/\varepsilon$ 内也是缓变的(几乎不变),那么,在这种情况下湍动波(低速或高速波、朗缪尔波、阿尔文波或其它类型波)散射粒子的所有过程与同步加速辐射过程一道,将导致湍动反应堆内粒子分布函数具有正比于 $\varepsilon^{-\gamma}$ 的形式,其中 $\gamma=3$ .

人们也许要问,在不改变分布函数的幂律型的性质情况下,其它的机制能否改变 $\gamma$ 值. 由于磁场或相对论粒子密度的不均匀性,这种情况可能出现. 这将由由于激发起阿尔文波而导致相对论粒子扩散. 如果我们考虑到这种扩散,只要阿尔文波谱正比于 $1/\omega$ ,则分布函数也将是幂律形式. 事实上,根据对阿尔文波湍动谱的理论预测[参见式(4.50)],情况确

是如此。这样,我们可以解释 $\gamma$ 观测值的弥散。 $\gamma$ 平均观测值近于理论上得到的 $\gamma$ 值。如果我们考虑到外磁场的规则和随机成分,那么同步加速机制相应于较小的 $\gamma$ 值,而康普顿机制则相应于较大的 $\gamma$ 值。如果两个机制同时出现,我们就得到适中的 $\gamma$ 值。因此,对等离子体康普顿湍动反应堆和等离子体同步加速湍动反应堆来说,幂律分布函数的形成并不是异乎寻常的,而是一种规律,并且这些函数的幂指数很接近于观测值。

现在,我们来决定快电子分布函数的另一个参量 $\varepsilon_*$ 。人们容易看出,当方程(14.30)右边不再是常数并开始随能量减小而减小时,在低能区分布函数就开始出现下降(它等同于指数 $\gamma$ 的减小)。特别地,对于这样一种电子能量——它使电离损失大于同步加速辐射或康普顿散射的损失,就出现这种下降。而且,如果契连科夫吸收引起的共振加速开始占优势,而能量损失仍然决定于康普顿散射,那么随着能量减小,电子能量分布函数就变得更陡。

因此,在式(14.27)右端大于(14.23)右端条件下,相对论电子分布函数的极大就由公式(14.27)右端决定。当我们假定共振等离激元能量密度远小于非共振等离激元能量密度时,式(14.23)右边就可能非常小。这个条件往后将认为是满足的(参见下面)。

显然,实际的极大决定于式(14.27)右边较大的量。我们可以写为

$$\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} = \max \left\{ 8 \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}, 10 \left( \frac{n_e m_e c^2}{W^I} \right)^{1/2} \right\}. \quad (14.34)$$

在小于 $\varepsilon_*$ 的能量区域,一般地说分布函数取决于几个参量,而在这里很难得到一般关系。在 $\varepsilon \ll \varepsilon_*$ 区域,情况又变得简单了,这儿主要加速机制是纵等离激元的共振契连科夫吸收,

而能量损失是电离损失。对此情况, 方程(14.29)的解为

$$f_e = \text{常数} \times \varepsilon^2 \exp \left[ -\frac{\Lambda}{4\pi} \frac{\omega_{pe}^3 \varepsilon}{c^3 \bar{W}^l} \right]. \quad (14.35)$$

由此可得到, 首先, 对很小能量事实上有  $f_e \propto \varepsilon^2$  的关系, 正如我们对式(12.2)所假定的一样; 其次, 只要共振等离激元的能量密度满足不等式[利用式(14.23)]

$$\frac{\omega_{pe}^3}{c^3 n_e} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^3 W^l \geq \bar{W}^l \geq \frac{\omega_{pe}^3}{c^3} \varepsilon_*, \quad (14.36)$$

共振等离激元引起的加速就不会导致破坏我们已获得的幂律谱。显然, 在宇宙等离子体条件下完全可能满足此不等式。如果能量相当低(但大于  $\varepsilon_*$ ), 那么有时韧致辐射机制和电离损失两者都可能是重要的。如果对于湍动韧致辐射系统是光学薄, 我们就只须考虑自发损失式(13.71), 它导致分布函数中出现附加因子  $\exp\{(\varepsilon_*/\varepsilon)^3\}$ , 该因子表示分布函数的陡度。

我们还要确定两个参量:  $n_*/n_e$  和  $W^l/n_e m_e c^2$ 。两者实质上都与等离子体反应堆内湍动加热机制有关, 而这种加热机制也依赖于使反应堆免于衰变的约束机制。解决这个问题就需要分析宇宙等离子体的大尺度磁场-引力结构。这些问题还远没有解决, 而它们已超出本书的范围。

同时很显然, 在任何这样的结构中(其内可能出现引力能、磁能或核能的猛烈释放), 等离子体加热是非常急剧的, 而且, 我们可以假定, 在急剧加热情况下这种反应堆中的等离子体将变化到这样一种状态, 那里相当大部分的电子成为近相对论的或甚至极端相对论的。在这种反应堆中, 大部分气体物质的温度与  $m_e c^2$  相比也不很低。我们指出, 这种等离子体的碰撞阻尼将显然是不重要的, 而正是集体等离子体过程(湍动加热), 才可能使任何形式能量转变为热能。

由上述可见, 在这种湍动等离子体反应堆中, 参量  $n_*/n_e$  及  $W^l/n_e m_e c^2$  并不小. 我们也记得, 量(14.8)和(14.9)是比较弱地依赖这些参量的数值, 因而可以限于以下粗略的估计:

$$\frac{n_*}{n_e} \approx 10^{-2}, \quad \frac{W^l}{n_e m_e c^2} \approx 10^{-1}. \quad (14.37)$$

利用这两个参量的估值并取  $\varepsilon_* \approx 10^2 m_e c^2$ , 我们可以把公式(14.8)及(14.9)写成如下形式:

$$\frac{\omega_R}{\omega_{pe}} \approx \left( \frac{\omega_{pe} R}{c} \right)^{4/(\gamma+12)}, \quad (14.38)$$

$$\frac{\omega_R}{\omega_{He}} \approx \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \right)^{10/(\gamma+12)} \left( \frac{\omega_{pe} R}{c} \right)^{4/(\gamma+12)}. \quad (14.39)$$

我们可以利用这些关系直接与观测资料相比较(参见§15). 我们仅需牢记, 比值  $\omega_R/\omega_{pe}$  及  $\omega_R/\omega_{He}$  必须如此地大, 使得因吸收频率  $\omega_R$  的辐射而加速的粒子能量[也就是  $\varepsilon \approx m_e c^2 (\omega_R/\omega_{pe})^{1/2}$  和  $\varepsilon \approx m_e c^2 (\omega_R/\omega_{He})^{1/2}$ ] 远大于  $\varepsilon_*$ , 因为否则

在反应堆中将不能形成粒子能量的幂律分布函数. 图 63 表示电子能量分布函数的性质.

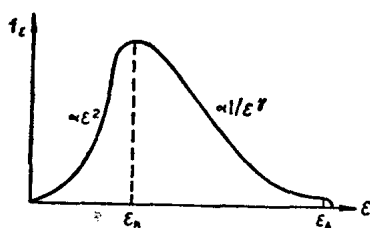


图 63 在等离子体湍动反应堆中被加速的相对论电子分布函数.

最后, 我们应提及加速粒子逃逸出反应堆的重要问题. 粒子通过它的表面层扩散和在“爆发”时喷射出去都是可能的. 因扩散而逃逸或许伴随着粒子分布函数的改变, 而爆发过程可使它保持不变, 虽然这种过程伴随着绝热冷却. 看来, 伴随喷射出相当大部分相对论粒子的这种反应堆“爆发”, 完全可能与宇宙等离子体的各种大尺度运动有关.

射出去都是可能的. 因扩散而逃逸或许伴随着粒子分布函数的改变, 而爆发过程可使它保持不变, 虽然这种过程伴随着绝热冷却. 看来, 伴随喷射出相当大部分相对论粒子的这种反应堆“爆发”, 完全可能与宇宙等离子体的各种大尺度运动有关.

## § 15 星系核, 射电星系和类星体电磁辐射的解释

解释强宇宙源(例如类星体或射电星系)辐射问题不同于诠释太阳射电爆发。我们多少知道太阳上出现等离子体湍动的条件: 已知电子密度和温度, 还可独立估计束中粒子的速度和密度。观测资料使我们能得到过程的时变和获得它的更详细特征。

当我们试图解释宇宙射电源辐射时, 情况就复杂得多。粒子密度、它们的温度、束的速度以及其它参量等都了解得很差。例如, 我们知道辐射谱起源区的  $n_e$  及  $T_e$  值, 但是它们也许不同于射电辐射区和等离子体湍动区的值。

实质上, 能可靠确定的仅仅是谱指数  $\alpha$  (参见图 53) 和总辐射流, 而从辐射流并不能简单地推得谱强度, 这是因为估计这些源大小和它们离我们的距离有很大不确定性。从辐射偏振的研究也能得到某些结论。简言之, 观测资料还不能提供足够的信息, 以使目前可能对观测到的宇宙强辐射源作出多少是明确的, 一般定性的, 尤其是定量的诠释。

诚然, 起初似乎是很易解释宇宙源的射电辐射, 这时天体物理学家实质上仅知道一种辐射机制——同步加速机制。在那时不存在别的选择, 人们根据观测资料试图选定唯一的一组相应参量。这样做虽然常常也行得通, 但有时会出现不可克服的困难。让我们更详细地研究这个问题。

### § 15.1 宇宙源射电辐射的同步加速机制解释

假定从观测资料可以确定谱指数  $\alpha = \frac{1}{2}(\gamma - 1)$ , 谱强度  $I_\omega$  和系统尺度  $R$ 。于是我们也知道电子分布函数的指数  $\gamma$ 。

我们进而假定, 在某个频率  $\omega = \omega_*$  处, 辐射谱有一极大. 这个频率可能处于观测的射电频带之外. 可能有几种原因使谱在低能区衰落下去, 但我们开始认为这个效应只与再吸收有关 (Slysh, 1963). 那么对于谱的上升部分 ( $\omega < \omega_* = \omega_R$ ), 我们从等式 (14.12) 得到 (这里和以后, 我们略去量级为 1 的数字因子)

$$I_\omega \approx \frac{m_e \omega^2}{(2\pi)^3} \left( \frac{\omega}{\omega_{He}} \right)^{1/2}. \quad (15.1)$$

对于谱的下降部分, 公式 (12.16) 给出

$$I_\omega \approx \frac{J_\omega R}{4\pi} \approx \frac{e^2 \omega_{He} n_*}{4\pi c} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-1)} R. \quad (15.2)$$

由于这里已假定谱极大的频率是特征频率 (在此频率处光学厚度成为 1 的量级), 与推得式 (14.9) 的方法相类似, 但是略去由散射引起的“复杂性” (等离子体不是湍动的), 我们还得另一条件:

$$\frac{\omega_*}{\omega_{He}} = \left[ \frac{n_*}{n_e} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma-1} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \frac{\omega_{pe} R}{c} \right]^{2/(\gamma+4)}. \quad (15.3)$$

补充到这些关系式中去的一个明显的等式

$$\omega_* > \omega_{He} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^2, \quad (15.4)$$

以及通常采用的假定: 相对论粒子总能量必须等于磁场能  $H^2 = 4\pi n_* \varepsilon_* \delta$  或者

$$\left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^2 \approx \frac{n_*}{n_e} \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \delta. \quad (15.5)$$

系数  $\delta$  是考虑到相对论离子的贡献. 通常假定  $\delta \approx 1-100$ . 方程系 (15.1) — (15.5) 确定了同步加速辐射区的参量. 分析这个方程系表明, 在某些情况下可以获得物理上合理的解, 而在另一些情况下则不可能. 我们来阐述问题究竟何在.

假定仅仅观测到下降谱:  $I_\omega \propto \omega^{-(\gamma-1)/2}$ . 那么对给定的



$I_{\omega}$  和  $R$ , 方程(15.2)给出了  $\omega_{He}$ ,  $\varepsilon_*$  和  $n_*$  之间的联系. 利用方程(15.5)可以消除这三个参量中的一个. 剩下的量受到不等式(15.4)很大限制, 以致在最后计算中, 这些参量要不是不能唯一地决定就是它们的可能值受到苛刻的限制.

我们的步骤如下. 利用获得的值  $\omega_{He}$ ,  $n_*$  和  $\varepsilon_*$ , 我们必须从式(15.3)确定谱极大频率  $\omega_*$ . 按约定, 它必须位于观测谱极限以下的低频部分. 如果用这种方法所得到的  $\omega_*$  处于观测到的谱区(但没有观测到它的极大)或短波长谱区, 那么所获得的解就不自治, 与实际情况无关. 由于式(15.4)仅仅是等式, 利用其它的自由选择, 我们也可尝试用不同的方法选取另一些参量  $\omega_{He}$ ,  $n_*$  及  $\varepsilon_*$  值, 但是, 通常我们不能得到更多的东西.

如果也观测到极大, 那么条件(15.1)可应用于谱的上升部分. 在这里频率  $\omega_{He}$  就唯一地被确定, 因而如果它与其余关系式(15.2)—(15.5)相容, 那么这个解就可认为是令人满意的, 但是, 往往情况并非如此. 重要的是, 方程(15.1)是很苛刻的.

观测到的谱极大也能用等离子体对同步加速辐射的影响, 也即是条件(12.18)来解释. 于是, 这里出现另一参量  $n_e$ .

这里所叙述的方法曾多次应用于分析宇宙射电源, 分析结果可以在许多文章和书籍(Shklovskii, 1960a; Ginzburg and Syrovatskii, 1964a; Kaplan and Pikel'ner, 1970)中找到, 读者也能在那里找到相应的数字估计. 一般结论如下: 在计算射电星系类型的延展天体时, 所得到的结果是令人满意的, 也就是计算得到的  $\omega_*$  确实落在未观测到的低频射电波段, 或者实际上就观测到它. 可以证明(Kellermann and Paolini-Toth, 1968; Kellermann, Jauncey, Cohen, Shaffer, Clark, Broderick, Rönnäng, Rydbeck, Matveyenko, Moiseyev,

Vitkevitch, Cooper and Batchelor, 1971), 如果厘米波段的有效温度小于  $10^{12}\text{K}$ , 那么这种辐射可用同步加速假说来解释.

但是, 当计算象类星体那样的致密强射电源时, 就不可能自圆其说. 大的强度要求高的极端相对论电子密度, 因此从式(15.3)所得到的频率  $\omega_*$  就显得太高. 射电辐射的观测强度似乎比式(15.1)大很多.

然而, 甚至当方程系(15.1)—(15.5)的解在物理上是允许的这些情况下, 还会出现新的困难. 一个主要困难是与如下考虑有关: 假定相对论电子云各向同性地膨胀, 于是它的磁场将按  $H \propto R^{-2} \propto t^{-2}$  而减小(认为磁通量守恒). 根据渐近不变性条件, 粒子能量按  $\varepsilon \propto \sqrt{H} \propto t^{-1}$  而减小. 密度则按  $n_* \propto R^{-3} \propto t^{-3}$  减小. 因而对于谱的下降部分, 我们就得到辐射流量  $F_\omega \propto R^2 I_\omega$  随时间减小的方式(Shklovskii, 1960 b, 1965 b, 1971 a):

$$F_\omega \propto t^{-2\gamma}. \quad (15.6)$$

在谱的上升部分[式(15.1)], 射电辐射流量按  $t^3$  而增加. 从式(15.3)可得, 谱极大按  $\omega_* \propto t^{-2(2\gamma+3)/(\gamma+4)}$  漂移到谱的低频段. 最后, 由此和从式(15.6)也可发现, 当极大频率变化时, 流量也变化:

$$F_{\omega_*} \propto \omega_*^{(7\gamma+3)/(4\gamma+6)}. \quad (15.7)$$

已经成功观测到流量和极大位置的系统变化(Kellermann and Paolini-Toth, 1968). 取  $\gamma \approx 1$  时, 它就能与公式(15.6)和(15.7)相符合.

但是, 若令  $\gamma \approx 3$ , 我们就得到射电辐射流量如此快地随时间衰减, 以致不甚明白为什么这种膨胀云还没有观测到. 不过我们可以假定, 在膨胀期间指数  $\gamma$  也在变化(Shklovskii, 1971 b); 然而, 在这些情况下  $\gamma$  只是增加(Kardashev, 1964). 我们也应提及奥泽尔诺伊和萨佐诺夫(Ozernoï and Sazonov,

1968; 1969)的工作,为了解释谱的变化,他们假定存在着宏观云和等离子体的极端相对论性的飞散.

归结起来,我们可以指出如下几点:同步加速机制可以解释延伸的以及多少是稳定的天体射电辐射.这种机制应用到快速变化和致密天体就会遇到一些严重的困难,有时它们或可被一些合理假设所消除,但往往这些困难却是难以克服的.

当我们解释光学和 X 射线辐射的强宇宙源时,通常就不存在类似的困难.

## § 15.2 强射电源辐射的等离子体解释

宇宙射电源的辐射既可以是自发的又可以是受激的.我们将研究在这两种情况下的等离子体辐射机制的优点和缺陷.

当与同步加速机制比较时,自发等离子体辐射机制有某些优点,但是在解释观测到的天体时,我们总是必须假定存在相当高能量密度的等离子体湍动.

自发等离子体机制的优点如下:第一,有着更多的参量可供选择,以便解释谱的不同特征,例如在同一天体谱中存在几个极大和极小.第二,在解释偏振观测资料方面也有较大余地.其中重要的是,在等离子体机制中,偏振辐射的电矢量也可以指向磁场强度方向.第三,等离子体辐射机制把相对论电子加速和它们的辐射联系起来.这里我们可获得多种谱型[参见 Getmantsev, 1970, 1971——为了解释 Braude, Lebedeva, Megn, Ryabov and Zhouok (1969)等人的观测资料]以及解释谱的各种时变(Kaplan, 1967),而尤其是,我们也能得到指数  $\gamma$  随时间的减小(Gallitis and Tsytovich, 1964 b).重要的是,等离子体湍动的小“惯性”使它可能解释谱和辐射强度的快速变化.

然而,在考虑到受激过程时,等离子体机制就显示出极大优越性.我们早在 § 12 中就讨论过,虽然同步加速机制完全可能产生电磁波辐射的受激放大,但是却要求相当苛刻的条件,这在宇宙天体中往往不大可能得到满足.

在等离子体机制中,电磁辐射的受激放大受到较少的限制,因此在宇宙条件下这些效应更可能出现.受激过程“增强”了等离子体辐射机制的全部优点.第一,现在我们能获得复杂谱.第二,在此情况下它可能产生 100% 的偏振辐射.第三,我们当然可以预期这儿会出现辐射流和谱的变化,这种变化的时标相当于天体的光变尺度.第四,在湍动等离子体中,受激过程导致迅速加速等离子体相当大部分电子.

在第二本有关等离子体天体物理书的范围内,我们不可能在这里讨论各种具体天体.可以希望,在不远的将来会进行这种研究.在这里,我们限于简短地提及这方面已经作出过的研究和一些初步估计.

当同步加速机制的应用明显地进入到难于克服的困境时,在 1964 年或 1965 年一些人(例如 Shklovskii, Ginzburg and Kardashev)开始讨论类星体或其它致密天体(例如蟹状星云中的小尺度源)射电辐射的等离子体诠释的可能性.

金兹堡和奥泽尔诺伊(Ginzburg and Ozernoï, 1966 b)首先试图给出一个定量估计.在他们文章中假定,类星体辐射可用激波通过它们大气而激起等离子体湍动(以和日冕中激起 II 型爆发时的相同方式)来解释.必须指出,应用等离子体机制来研究任何天体的初次尝试几乎总是归结为利用在研究太阳偶发射电辐射中所获得的结果[参见 Ginzburg, Zheleznyakov and Zaitsev(1969)对脉冲星所作的类似研究].在那样的搬用情况下,太阳射电辐射相应理论的所有缺陷更加扩大了.特别地,在我们刚援引的金兹堡和奥泽尔诺伊的

文章中，他们获得激波中等离子体湍动能密度是一个大得不能接受的值： $W^i \approx 20n_e T_e$ 。此外，为了产生高频辐射，他们要求很大的  $\omega_{pe}$  或  $\omega_{He}$  的值，这也是不可能的。一些人 (Colgate, Lee and Rosenbluth, 1970) 曾考虑了散射时光子频率的增加 (参见 § 5)，但忽略了在湍动等离子体中产生相对论电子以及它们的辐射的重要过程 (§ 5, § 13)。

热列兹尼科夫 (Zheleznyakov, 1967 o) 曾应用同步加速不稳定性概念来解释类星体和其它点源的射电辐射。他估计了增长率和激发条件 (“冷” 等离子体的必需密度和温度)。发现这种等离子体密度必须很高以及它的温度在某些情况下必须可与  $m_e c^2$  相比拟。没有估计非线性效应。顺言之，利用等式 (12.73) 这是很容易做出的。例如为了得到在频率量级为  $\omega \approx 10^9$  秒<sup>-1</sup> 处的强度约  $10^{-8}$  尔格/秒，在假定  $\omega_{pe} \approx 10\omega_H$  时，我们就要求相对论粒子密度为  $n_* \approx 1/\text{厘米}^3$ 。

况且，从 § 12 和 § 13 的分析结果可得知，同步加速不稳定性首先明显地导致纵等离激元湍动的发展，在它转换成电磁波时，并不受到因要求直接激发电磁辐射场而对频率和粒子能量施加那样严格的限制。

本书作者 (Kaplan and Tsytovich, 1970 a) 已作出了增长率的估计，并证明甚至对于这些源的最小尺度，增长率也足够大，以保证通过相对论电子束的康普顿散射而激发电磁辐射。现在，我们可以利用公式 (13.44) 来估计纵等离激元能量密度，并利用公式 (13.47) 也可确定电磁辐射密度，从而就可估计谱强度。

遗憾地，这节一开始谈及的困难——在解释这些源的射电辐射时遇到的关于宇宙源参量信息的不足——在这里充分地表现出来。例如利用公式 (13.47) 我们不能给出  $W^i$  的明确估值，这是由于量  $n_*/n_e$ ， $\varepsilon_*$  和  $\Delta\theta$  未知，即使 (例如) 从关系

(13.44) 我们可明确确定  $W^l$  时, 情况亦是如此。然而, 容易验证, 随意地(但在合理范围内) 选择未知参量, 我们就能获得与观测资料相适应的辐射强度。但是利用观测资料解决问题可能有稍微不同的途径 (Krivorutskii and Tsytovich, 1970)。观测到的辐射来自天体表面区, 那里各向异性粒子和电磁辐射的逃逸导致出现等离子体不稳定性。可粗略地得到逃逸的辐射能量密度。它应该是湍动源, 而与电磁波的辐射机制究竟是什么无关。根据式 (4.57), 可得电磁辐射激起朗缪尔振荡的功率为

$$Q \approx \frac{\omega_{pe}^4}{\omega_*^3} \frac{(W^l)^2}{n_e m_e c^2}. \quad (15.8)$$

这就使我们能估计能量密度  $W^l$  (在上面援引的文章中, 对类星体已得到它可与  $n_e T_e$  相比拟), 其估值表明, 类星体确实是一种强等离子体湍动的天体。

某些宇宙射电源观测谱的陡峭 (例如参见 Braude, Lebedeva, Megn, Ryabov and Zhouck, 1969) 既可用式 (13.71) 所示的湍动韧致辐射影响 (Tsytovich, 1973) 又可用电离损失 (Braude and Kaner, 1973) 来解释。

我们希望, 进一步对观测资料和各种过程更详细的分析将可能获得更为确定的参量估值。无论如何, 在这样的源中可能出现的等离子体过程物理在定性上是可理解的, 而且计算所必需的公式是可得到的。

### § 15.3 星系中心的红外辐射源和等离子体湍动反应堆直接辐射的可能性

在 § 11 我们给出过星系核和类星体红外源的资料。我们可以试图把这些源看作为等离子体反应堆, 按照 § 14 的结果, 在反应堆内可以加速快粒子和形成粒子的幂律分布。在

这种情况下，辐射极大的观测频率  $\omega_{ir} \approx 2.5 \times 10^{13}$  秒<sup>-1</sup> 必须与频率  $\omega_R$  相比拟，后者决定反应堆辐射谱极大。

确实，观测到的红外源强度对频率依赖关系与理论概念符合得很不好（在  $\omega < \omega_{ir}$  时， $I_\omega \propto \omega^{7/2}$  而不是  $I_\omega \propto \omega^{5/2}$ ）。观测谱在高频端也更陡地下降。但是，我们能指出一系列原因（它们能够解释这些差别），其中就包括在这些天体非均匀表面层中的辐射条件。

我们将看到，在把公式(14.38)和(14.39)应用于这些天体时会得到什么样的估计。假定源大小为  $R \approx 10^{19}$  厘米。对两种情况取  $\gamma = 3$ 。于是从式(14.38)可得  $\omega_{pe} \approx 3 \times 10^8$  秒<sup>-1</sup>。然而，等离子体反应堆中被加速的粒子能量

$$\varepsilon \approx m_e c^2 (10^5)^{1/2} \approx 300 m_e c^2$$

只比电子分布函数极大能量  $\varepsilon_* \approx 10 m_e c^2$  大一个量级。因此等离子体反应堆不能在足够宽的能量范围内建立粒子幂律分布。

同步加速反应堆有两个参数： $\omega_{pe}$  和  $\omega_{He}$ 。为了明确起见，我们设  $\omega_{pe} \approx 10 \omega_{He}$ 。那么在其它参量取同样数值情况下可得  $\omega_{pe} \approx 3 \times 10^8$  秒<sup>-1</sup> 和  $\omega_{He} \approx 3 \times 10^7$  秒<sup>-1</sup>。这里，幂律谱出现在从  $\varepsilon_* \approx 60 m_e c^2$  到  $\varepsilon = 10^3 m_e c^2$  的能量范围内。根据式(15.1)，可获得谱极大的辐射强度  $I_\omega \approx 10^{-2}$  尔格/厘米<sup>2</sup>，也就是说，相对观测资料而言具有某些余额。顺便说说，因为红外源光度的弥散达到 5 个量级，这种余额是必需的。

因此， $n_e \approx 10^8$  厘米<sup>-3</sup> 和  $H \approx 2$  奥斯特的等离子体反应堆或许与星系中心红外源的观测资料相一致。

诺曼和特哈尔(Norman and ter Haar, 1972)已指出，在林登贝尔及里斯(Lynden-Bell and Rees, 1971)所发展的星系核黑洞模型中，它的吸积盘里的条件是有利于存在等离子体湍动反应堆，并表明，在此情况下我们可以期望有着红外峰

的电磁辐射。

#### § 15.4 星系际和星系空间中相对论电子束和爆发辐射的解释

当解释从星系迸发到星系际空间的爆发辐射时，目前至少有两个困难。第一个是，束的准线性弛豫应该迅速地使爆发消除，因而就不应观测到这个效应。这个困难实际上是虚假的，当我们考虑到非线性稳定化时，就可以用与太阳 III 型爆发相同的方式来排除它。第二个困难在于，从能量观点看，如果我们认定它的辐射是同步加速辐射，那么由于爆发的扩散，辐射流就要非常快地减小[参见式(15.7)]。

然而，利用等离子体湍动理论概念就有可能较省力地解决这些困难(Motz and Tsytovich, 1972)。这时虽然有一些参量不能从观测资料确定，但人们至少可以确保不与观测发生明显差异。现在有充足的观测证据，对爆发可能是以相对论速度运动的假定有利。因此，我们必须采用相对论束相互作用理论，同时考虑到非线性稳定化效应。

我们将在这里研究一种原则上是可能的情况：从星系核喷射到星系际空间的快粒子束比星系际介质本身更为稠密。于是，我们必须把星系际介质看作为相对论粒子云中的“束”，而且过渡到对相对论粒子云为静止的坐标系统。

设  $u$  是相对论粒子云的平均迁移速度，

$$\varepsilon_* = m_e c^2 (1 - u^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$$

是相应于该速度的电子能量，而  $\Delta\varepsilon_*$  为能量弥散。如果  $\varepsilon_* \approx m_e c^2$ ，那么过渡到固定在云中的坐标系就不会引进任何实质上的变化。 $\varepsilon_* \gg m_e c^2$  的情况是比较重要的。

重要的是考虑改变到运动坐标系时速度弥散的变化。特



别地, 当我们变换到以速度  $u$  运动的坐标系中时, 粒子的速度  $v$  [它的能量是  $\varepsilon = m_e c^2 (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$ ] 就变为

$$v' = \frac{v-u}{1-vu/c^2} \approx c \frac{\varepsilon_*^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon_*^2 + \varepsilon^2}, \quad \frac{|v-c|}{c} \ll 1, \quad \frac{|u-c|}{c} \ll 1. \quad (15.9)$$

这意味着, 在云的坐标系中, 它的粒子速度弥散可以是非相对论的:

$$\frac{\Delta v'}{c} \approx \frac{\Delta \varepsilon_*}{\varepsilon_*} \ll 1, \quad (15.10)$$

因此星系际介质(“束”)粒子的速度弥散  $\Delta v'$  是非常小的:

$$\Delta v' \approx \Delta v \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2. \quad (15.11)$$

换句话说, 在此情况下应该重又出现流体动力学不稳定性, 它导致迅速增大速度弥散, 即是说, 导致加热星系际介质. 在系统过渡到通常运动学不稳定性之后, 所有进一步的研究可以按照前几节叙述的方法进行. 尤其我们能证明, 这种“束”弛豫的特征时标可能是非常长的. 这与非线性效应引起这种束的稳定化有关. 特别地, 估值表明星系爆发可很快地被稳定. 实际上, 如果只存在准线性弛豫, 那么星系的爆发简直立即就要停止, 因而也就不可能观测到它们. 例如, 如果我们取  $n_*/n_e \approx 0.1$ ,  $\varepsilon_*/m_e c^2 \approx 10^2$ ,  $\Delta\theta \approx 0.1$ ,  $\omega_{pe} \approx 10^3$  秒<sup>-1</sup>, 从式(12.62)可得  $\gamma^l \approx 10$  秒<sup>-1</sup>, 也就是相应于大约  $10^9$  厘米距离, 它与星系尺度( $\approx 10^{22}$  厘米)相比是微不足道的. 假定, 由于流体动力学不稳定性的发展, 束达到运动学不稳定性的界限, 并且  $(\Delta\theta)^2 \gg (m_e c^2/\varepsilon_*)^2$ , 则我们从公式(12.65)和(12.66)得到

$$(\Delta\theta)^2 \approx \left( \frac{n_*}{n_e} \right)^{1/2} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{1/2} \approx \frac{\Delta k}{k}, \quad (15.12)$$

就是

$$\frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} \approx \left( \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{1/2}. \quad (15.13)$$

我们指出, 云中粒子的“温度”是非相对论的, 但是如果  $\Delta\varepsilon_*$  与  $\varepsilon_*$  差别不太大时, 它与  $m_e c^2$  相比就不会太小, 即实际上  $k_* \ll \Delta k$ , 因此式(12.67)所示的“绝对”稳定化就不会出现. 产生功率决定于公式

$$Q \approx \frac{\gamma^2 (\Delta k)^2}{\alpha^4} \approx 30 \omega_{pe} n_e m_e c^2 \left( \frac{n_*}{n_e} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 \left( \frac{\Delta\varepsilon_*}{\varepsilon_*} \right)^2. \quad (15.14)$$

如同我们已在上章指出的一样, 由于电子散射, 这时在一段由增长率

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^t}{\omega_{pe}} &\approx \frac{Q}{\omega_{pe} n_e m_e c^2} \frac{\varepsilon_*}{\Delta\varepsilon_*} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \frac{n_e}{n_*} \right)^{1/2} \\ &\approx 3 \times 10^4 \frac{\Delta\varepsilon_*}{\varepsilon_*} \left( \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{3/2} \end{aligned} \quad (15.15)$$

所决定的时间以后, 完全的稳定化就开始了. 遗憾的是, 量  $n_*/n_e$  和  $m_e c^2/\varepsilon_*$  并非已知, 但很明显, 从这儿所展开的讨论中, 在比较短的距离上得到束的完全稳定化应是可能的. 例如, 对于  $\Delta\varepsilon_*/\varepsilon_* \approx 0.1$ ,  $n_*/n_e \approx 0.1$  及  $m_e c^2/\varepsilon_* \approx 10^{-2}$ , 特征稳定化长度仅略微大于准线性弛豫长度.

因此, 准线性弛豫方面的困难完全被消除. 另一个困难实际上具有能量特征. 但是, 星系际“束”把能量加到爆发中去, 这是因为甚至在流体动力学阶段(在稳定的运动学阶段之前), “束”能够发出它自身相当部分的能量(Faĭnberg, Shapiro and Shevchenko, 1970). 我们容易获得星系际气流通过云截面的总能流,  $F \approx 4\pi R^2 n_* \varepsilon_* c$ ; 假定  $R \approx 10^{20} - 10^{21}$  厘米, 而  $n_* \approx 10^{-5}$  厘米<sup>-3</sup>, 我们得到  $F \approx 3 \times 10^{41} (\varepsilon_*/m_e c^2)$  尔格/秒. 对于给定的  $\varepsilon_*/m_e c^2$  值, 这与观测到的星系际爆发射电流流量相符合. 因此从能量观点来看, 这里也不出现困难.

我们还必须讨论辐射机制问题。原则上它可以是在爆发区本身磁场或星系际磁场中的同步加速机制，但它也可是等离子体机制。为了比较它们，我们可估计  $W^1$  和  $H^2/8\pi$ 。在星系际空间中， $H^2/8\pi \approx 10^{-15} - 10^{-16}$  尔格/厘米<sup>3</sup> [即是  $H \approx (3-10) \times 10^{-8}$  奥斯特；例如参见 Ginzburg and Syrovatskiĭ, 1964 a]。我们可以按如下方法估计  $W^1$  值。渗透进爆发区的星系际“束”总是快速地经过流体动力学阶段，然后在运动学阶段达到稳定，因此在表面区建立某种湍动能能量密度。随之而来的这种“束”中的粒子在经过流体动力学不稳定时，就已进入湍动等离子体中，因而使之稳定，粒子并不损失能量而继续穿越，它们再发出部分能量，从而在爆发区的下一个层产生湍动。这样的湍动波通过整个爆发区。它的速度

$$v \approx c(\Delta\varepsilon_*/\varepsilon_*)^2,$$

虽则略小于光速，但在  $\Delta\varepsilon_* \lesssim \varepsilon_*$  时就可与光速相比拟。因此，我们可从电子的非线性稳定化的条件估计  $W^1$ ：

$$\frac{W^1}{n_e m_e c^2} \approx \left( \frac{n_*}{n_e} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^{1/2} \frac{\Delta\varepsilon_*}{\varepsilon_*}. \quad (15.16)$$

如果取  $n_* \approx 0.1 n_e$ ,  $m_e c^2 / \varepsilon_* \approx 10^{-2}$ ,  $\Delta\varepsilon_* / \varepsilon_* \approx 0.3$ ,  $n_e \approx 10^{-6}$  厘米<sup>-3</sup>，我们得到  $W^1 \approx 10^{-14}$  尔格/厘米<sup>3</sup>，它大于星系际磁场的能量密度。因此这种场就不大可能抑制星系际“束”穿越爆发区。同时，从估计中显见，为使影响星系际“束”所引起的激发湍动过程以及为使同步加速机制超过等离子体机制，爆发区本身场应该相当强。

星系核的爆发、爆发产生的湍动以及它们稳定化问题，显然对星系宇宙线起源和超新星壳层“扩散”理论 (Ginzburg, 1966; Tsytovich, 1966 a; Parker, 1970) 以及对星系际气体加热理论 (Ginzburg and Ozernoi, 1965, 1966a; Wentzel, 1971) 都是重要的。

## 第四章 脉冲星辐射

### (强磁场中相对论等离子体的湍动过程)

#### § 16 有关脉冲星的观测资料

1967 年赫尤什和他的同事们(Hewish, Bell, Pilkington, Scott and Collins, 1968) 有关脉冲星的发现, 不仅为天体物理学家提供了非常重要的研究对象, 同时也提出了一系列物理学新问题。人们通常认为, 脉冲星是旋转的中子星。脉冲星的理论研究沿两个方向发展。其一是研究中子星物理。涉及第二个方向的工作是研究能产生甚强电磁波(观测到它的一些单个脉冲波形)的辐射机制, 这种电磁波的波长范围包括从射电波开始直到 X 射线的整个波段。

在脉冲星发现以前, 就已经开始研究过中子星。但是, 当时认为中子星的辐射未必有复杂的特性。假定中子星表面温度量级为  $10^7\text{K}$ , 并假定它的辐射是通常热韧致辐射机制所产生的, 那么它的辐射就集中在 X 射线谱端。脉冲星的发现促进了有关中子星结构、它们内部和表面层物质性质及它们动力学特征等研究的进一步发展。所有这些问题都已超出本书范围, 往后我们将不涉及它们。

对脉冲星, 最为困难的问题是寻找对它们辐射特性的解释, 而这种辐射与早先假定的灼热表面的 X 射线辐射毫无共同之处。研究这种辐射机制是本章的主要课题。

由中子星物理所得必要的资料如下: 这些天体的半径约  $10^6$  厘米, 在它们表面存在强磁场, 按某些估计它可达到  $10^9$

奥斯特甚至  $10^{12}$  奥斯特，也不能排除磁场明显地弱一些的可能性。中子星以很大角速度旋转（相应于脉冲星重复出现的周期），而且认为旋转轴和磁场对称轴并不重合，甚至可能相互垂直。脉冲星空间运动速度很大，可能达到每秒几百公里。

## § 16.1 脉冲星的射电辐射

脉冲星——在 1972 年初已知它有 65 颗\* [例如参见 Manchester and Taylor (1972) 的表，以后在该表又补充了 4 颗]——在甚宽频区以精确周期辐射射电波（图 64 给出了某些谱）。但是，这些周期会有某些变化，它们可能平稳地增长或骤然变化（显然，骤然变化最常见的是周期减小，尽管也发现了周期增长）。我们通常认为，脉冲星的周期性是决定于脉冲星的旋转，其周期的平稳变化是由于这种旋转的减慢所致，

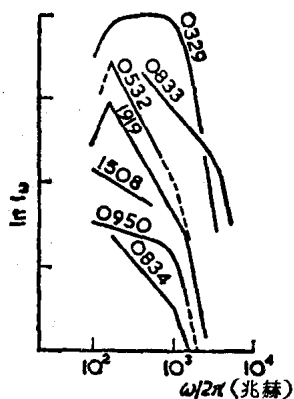


图 64 一些脉冲星的射电谱分布。

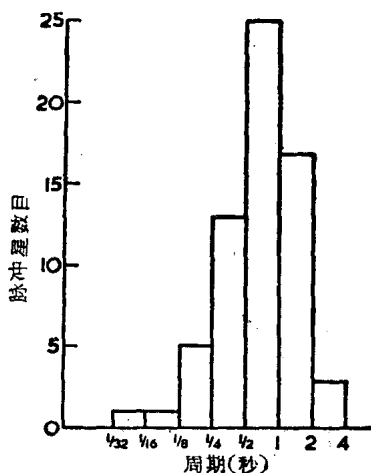


图 65 脉冲星的计数-周期分布。

\* 到 1978 年底，已知有 321 颗脉冲星 [例如参见 *Астрофизика*, 15, Вып 3, 516 (1979)]。——译者注

而骤然改变却是起因于它表面层或内部结构的重新配置(“星震”;例如参见 Pines and Shaham, 1972)。显然, 脉冲星愈年轻, 它的周期愈短, 并且它的周期变化愈大。脉冲星的计数按周期分布绘于图 65, 而在图 66 中给出周期与旋转减慢(即是, 脉冲星存在的特征时间)的统计关系。

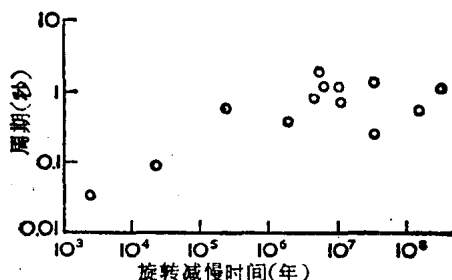


图 66 周期和旋转减慢时间的统计关系。

蟹状星云脉冲星(PSR 0531)的周期最短和年龄最轻。这个脉冲星不同于其它脉冲星之处是它的某些特性, 特别地, 观测到它的光学和 X 射线脉冲。因此, 脉冲星 PSR 0531 将单独进行研究。

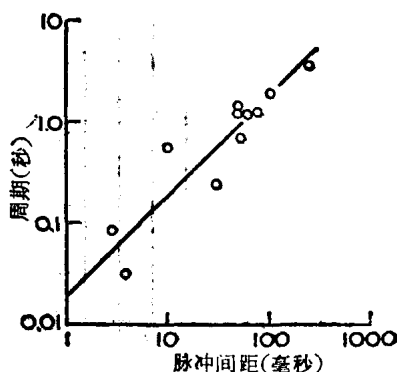


图 67 周期和脉冲间距之间的统计关系。

脉冲的形状和它们的间距  $\Delta t$  并不表现周期那样稳定; 相邻脉冲往往全不相似。虽然仍保持脉冲的平均形状, 但“平均”脉冲的间距却统计地依赖于周期  $P$ (图 67):

$$\frac{\Delta t}{P} \approx \frac{1}{20} - \frac{1}{30}.$$

(16.1)

在图 68 中, 我们给出了一些脉冲星的脉冲平均形状。在这个

图以及其它图和正文中,我们用一些数字标明脉冲星,它们给出脉冲星赤经的时和分,如同曼切斯特和泰勒 (Manchester and Taylor, 1972) 所给出过的一样。脉冲愈短,它的形状就愈简单。在由一些次脉冲构成脉冲的某些情况下,已观测到它们位置的系统位移,它相应于所谓第二个周期性。按照脉冲形状,可把脉冲星分为几种类型: S 型——具有简单脉冲, O 型——复杂脉冲, D 型——具有漂移的次脉冲。

在某些情况下,例如对脉冲星 PSR 0950, 在脉冲间隔内我们已观测到小的“间脉冲”, 它的强度(在 PSR 0950 情况)为主脉冲的 1.5%。脉冲形状有时不对称, 上升段比下降段更陡。很难指出脉冲宽度与波长的依赖关系。

发现某些脉冲星的辐射有强的线偏振(达到 100%), 相反, 另一些的线偏振却相当弱(从 5—10% 到 30%)。在单脉冲期间, 偏振角和偏振度都发生变化(图 69)。在一系列情况下, 也已观测到圆偏振(达到 30%)。

脉冲的强度有很大变化。时常脉冲消失, 几分钟或更长

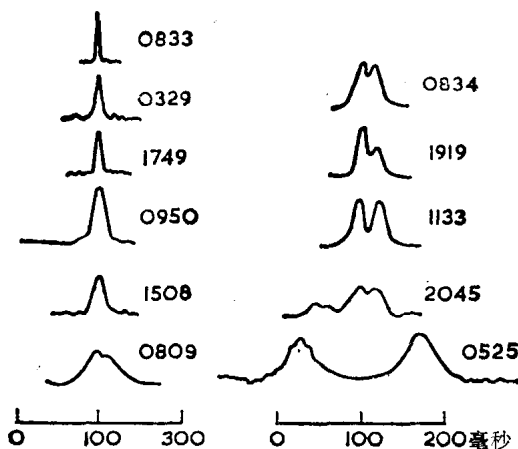


图 68 一些特征平均脉冲形状。

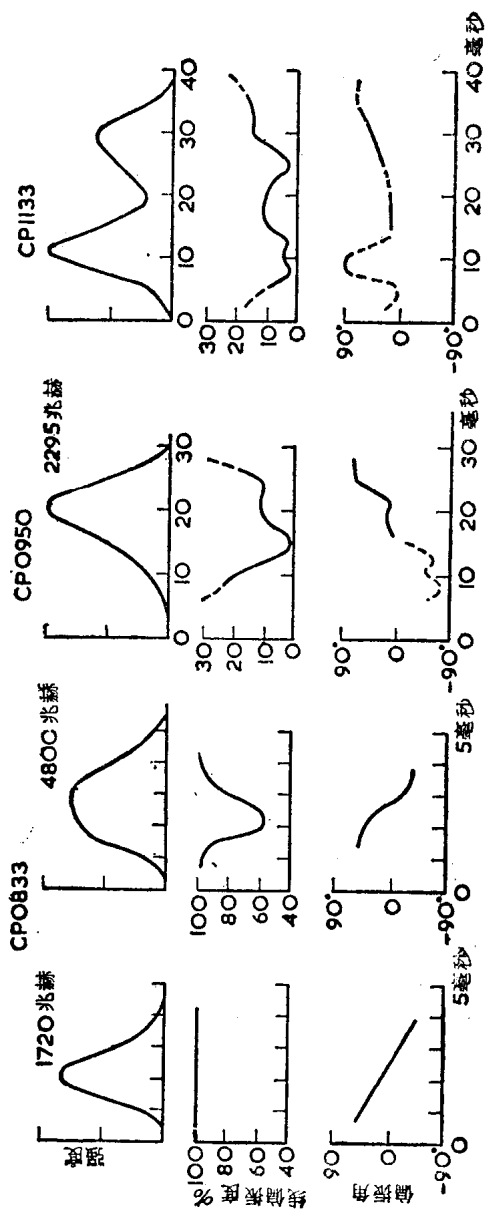


图 69 在一个脉冲期间几个脉冲星的强度、偏振度和偏振角的变化。



一段时间间隔(几周或几个月)之后它又重新出现。图 70 表示某些脉冲星强度的变化(对 8 天期间的资料进行修匀)。

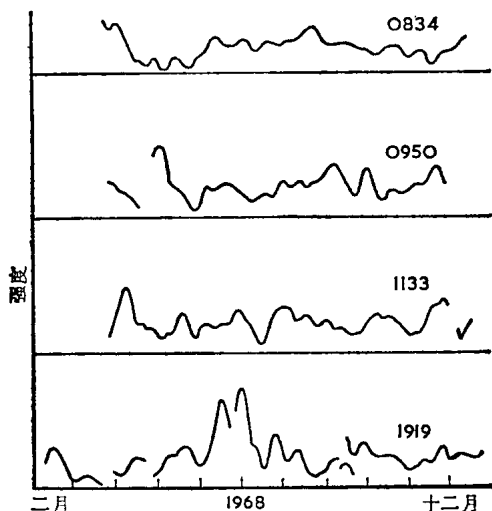


图 70 某些脉冲星射电辐射流量的起伏(对 8 天时间间隔内的资料进行过修匀)。

图 64 所示的脉冲星射电辐射谱通常比其它射电源的谱更为复杂。仅对一些个别谱段才可能表示为幂律形式。显然, 在  $\omega \leq 6 \times 10^8 \text{ 秒}^{-1}$  和  $\omega \geq 10^{10} \text{ 秒}^{-1}$  情况谱很陡地下降。在  $6 \times 10^8 \text{ 秒}^{-1} < \omega < 10^{10} \text{ 秒}^{-1}$  频区, 谱指数在 0.6—2 范围内变化。对一些较高频率, 谱指数增大到 3 或 4。

由于估计脉冲星的距离和大小的不可靠性, 它们的射电辐射谱强度相当不确定。脉冲星的尺度约  $10^6$  厘米。它们的射电辐射区也许更大些, 但我们可从脉冲间距估计它们尺度的上限 ( $R \lesssim \Delta t$ )。看来, 射电辐射区大小和它们离脉冲星表面的距离不大于  $10^7$  厘米 (Drake and Craft, 1968)。于是, 我们可从近于频率  $6 \times 10^8 \text{ 秒}^{-1}$  处观测到的射电流量获得特大的强度  $I_\omega \approx 10^2 - 10^4$  尔格/厘米<sup>2</sup>, 它相应于有效温度  $T_{\text{eff}} \approx$

$10^{23}$ — $10^{25}$ K. 脉冲星的总平均射电功率约  $10^{27}$ — $10^{28}$  尔格/秒.

## § 16.2 蟹状星云中的脉冲星

迄今, 只有一个脉冲星发现有红外、光学和 X 射线辐射.

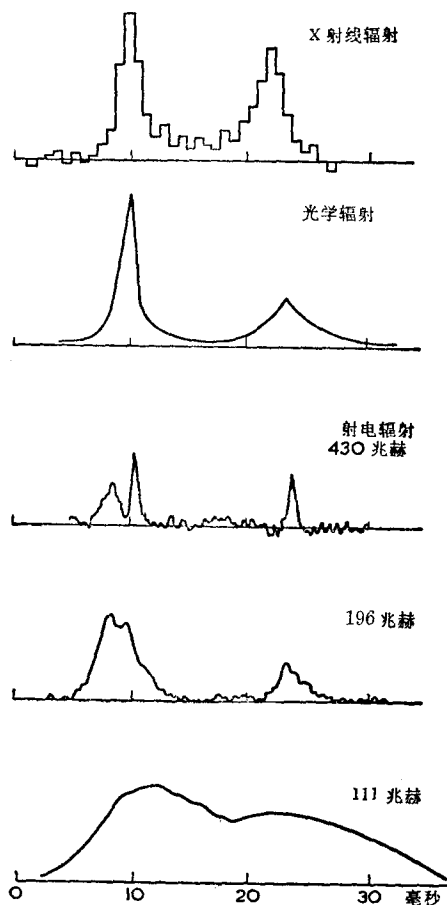


图 71 蟹状星云脉冲星的平均脉冲形状(在不同的辐射频率处).

这个脉冲星就是蟹状星云中的 PSR 0531，它是公元 1054 年爆发的超新星残骸。有一个天体(半人马座 X3)，发现它的 X 射线辐射特征类似于脉冲星。

图 71 给出了不同波长处 PSR 0531 的脉冲平均形状。一般说来，它们是相似的，但也有重大差别，尤其是在频率  $\omega/2\pi \approx 430$  兆赫和 196 兆赫处的精细结构宽度。

在图 72 中，我们给出了 PSR 0531 的谱以及蟹状星云谱。这个脉冲星射电辐射的谱指数  $\alpha=2.9$ ，而在 X 射线波段，它的  $\alpha=1.2$ 。指出这点是重要的：星云的射电波段谱指数  $\alpha=0.3$ ，而在光学和 X 射线波段， $\alpha=1$ ，也就是说，谱指数之间存在着相当大的差别。

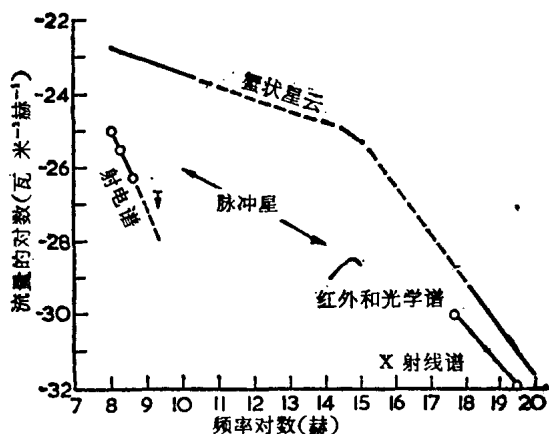


图 72 蟹状星云脉冲星和蟹状星云的谱。

主射电脉冲的偏振度为 80%，而间脉冲的偏振不强，为 11%。然而，小爆发——仅出现在射电波段的主脉冲先兆——有 100% 的偏振。在图 73 中，我们给出了 PSR 0531 光学辐射的偏振。光学辐射的偏振度平均为 25%，在脉冲期间，这个值系统变化，在极大强度附近，达到明确的显著极小。

在射电波段, PSR 0531 辐射谱强度为  $I_{\omega}=10^7$  尔格/厘米<sup>2</sup>, 相应于有效温度  $T_{\text{eff}}\approx 10^{30}\text{K}$ , 而总光度为  $L\approx 10^{31}$  尔格/秒; 在光学波段, 我们有  $I_{\omega}=10^2$  尔格/厘米<sup>2</sup>,  $T_{\text{eff}}\approx 10^{11}\text{K}$ ,  $L\approx 10^{33}$  尔格/秒; 而在 X 射线波段,  $I_{\omega}\approx 10$  尔格/厘米<sup>2</sup>,  $T_{\text{eff}}\approx 10^2\text{K}$ ,  $L\approx 10^{35}$  尔格/秒。

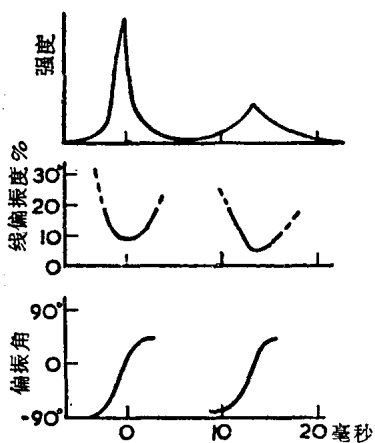


图 73 蟹状星云脉冲星光学辐射的强度、偏振度和偏振角的变化。

还在发现蟹状星云脉冲星以前, 就已观测到一个致密射电源, 在米波段它有甚强辐射。显然, 这就是同一个脉冲星 PSR 0531, 在射电谱的长

波区, 它的脉冲被星际散射弄得模糊不清。

蟹状星云本身的性质, 可能应与脉冲星的特性有关。例如人们通常认为, 它提供相对论电子以维持这个星云连续谱的亮度。确实, 脉冲星和星云辐射的谱特征是不同的, 但考虑到粒子能量的退激发也能对它们作出解释。脉冲星的和星云的磁场可能有更紧密的联系。

星云(它是超新星壳层, 例如蟹状星云)结构的特征是, 它的气体纤维有比较低的温度和高的密度 ( $T_e\approx 10^4\text{K}$ ,  $n_e\approx 10^3$  厘米<sup>-3</sup>)。纤维的厚度约为  $3\times 10^{16}$  厘米, 比它们的长度小十分之几倍。然而, 这些纤维可能是残留的超新星壳层运动所拖动的星际气体区, 因此与脉冲星无直接关系。

在蟹状星云中, 我们也观测到“束状物”。这是一些在连续光谱可观测到的延伸形成物。它们从星云中心, 就是可能

从脉冲星以约  $1/10$  光速的速度向外运动。存在“束状物”的时间间隔约为几个月。“束状物”的延展可能与磁场有关，我们着重指出在此情况下，它们主要垂直于磁场运动。“束状物”的尺寸约为  $5 \times 10^{16}$  厘米，而它们的体发射系数比云中平均发射系数约大 100 倍。

人们也观测到更大尺度 ( $\sim 10^{18}$  厘米) 的其它形成物，它们在云中更缓慢地但也是从中心向外围漂移。很明显，脉冲星是整个壳层的活动中心。

蟹状星云的例子清楚表明了，脉冲星可能曾是超新星爆发时形成的。已能证认更多一些脉冲星有星云，它是残留的超新星壳层的遗迹。但是，在其它类似星云中没有观测到脉冲星，这可能用它们的辐射方向图很窄来解释。我们指出，在这些情况下存在着一些活动中心。

人们可以在许多评论性文章中找到脉冲星和超新星壳层的更为详尽的资料 (Shklovskii, 1968; Hewish, 1970; Ginzburg, 1971; Woltjer, 1971; Kardashev, 1970; Smith, 1972)。最为完全的资料总结包含在特哈尔的评论性文章中\* (ter Haar, 1972)。

## § 17 强磁场中相对论等离子体

从中子星形成和演化的理论计算可得，在它们的表面可以预期存在着强偶极磁场，场强可达  $10^9$ — $10^{12}$  奥斯特，因此，在脉冲星周围的等离子体中也许有甚强磁场。而且，脉冲星的辐射能量密度如此之大，使脉冲星附近空间的等离子体完全可能被加热到极端相对论能量(被辐射和湍动过程所加

---

\* 新近有关脉冲星观测资料的概述文章可参见 M. A. Mnatsakanian: *Астрофизика*, 15, Вып 3, 515(1979)。——译者注

热)。因此,为了研究脉冲星的一些辐射机制,不能不首先分析甚强磁场中极端相对论等离子体的性质。我们现在就来研究这种等离子体,但是,我们先论述不存在磁场时极端相对论等离子体的一些情况。

## § 17.1 不存在磁场时极端相对论等离子体的色散关系

我们将很简要地研究极端相对论等离子体的集体性质,在这种等离子体中各种类型粒子的平均能量  $\varepsilon_{\alpha*}$  虽不尽相同,但总是远大于相应的  $m_{\alpha}c^2$  值。其次,在相对论等离子体中碰撞是很稀少的,因此我们将认为等离子体是完全无碰撞的。在这种等离子体中,粒子的能量分布函数是非麦克斯韦分布,而分布(12.2)可能是最好的近似。此外,在极端相对论等离子体中,也能形成电子-正电子对。

在宇宙条件下曾多次讨论过极端相对论等离子体中的粒子对形成问题(例如参见 Bisnovaty-Kogan, Zel'dovich and Syunyaev, 1971)。但是只有在过程进行慢得使粒子碰撞可产生足量粒子对的情况下,粒子对的形成才对碰撞等离子体性质有明显影响。这里我们研究相反的情况——过程进行的特征时间远小于产生粒子对时间。诚然,在足够稠密的等离子体中,无碰撞产生粒子对也是可能的(Tsytovich, 1961b),但是为此必须使下面所定义的等离子体频率高于  $2m_e c^2/\hbar \approx 2 \times 10^{21}$  秒<sup>-1</sup>。无论如何,我们按等离子体中计及存在异号电荷粒子的相同方法,可以容易考虑等离子体中存在正电子的效应。

每种粒子的等离子体频率由下式规定:

$$\omega_{p\alpha}^2 = \frac{8\pi e^2 c^2}{3} \int \frac{f_{\varepsilon}^{(\alpha)} d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{4\pi(\gamma-1)}{3} \frac{e^2 c^2 n_{\alpha}}{\varepsilon_{\alpha*}}, \quad (17.1)$$

式中我们利用了式(12.2), 而把  $n_a$  理解为所研究的粒子密度。

横电磁波的色散关系(在  $\omega - \omega_p \ll \omega_p$  情况下)具有如下形式(Silin and Rukhadze, 1961):

$$\omega^p(k) = \left( \omega_p^2 + \frac{6}{5} c^2 k^2 \right)^{1/2} \approx \omega_p + \frac{3}{5} \frac{c^2 k^2}{\omega_p} \quad (17.2)$$

式中  $\omega_p^2 = \sum_a \omega_{pa}^2$ , 即包括电子、正电子和离子。

对高频电磁波, 当  $\omega \gg \omega_p$  时有

$$\omega^t(k) = (\omega_l^2 + c^2 k^2)^{1/2} \approx ck, \quad (17.3)$$

式中频率  $\omega_l$  (在高频区它起着等离子体频率作用) 与即将引进的量  $\omega_l$  没有明显的差异。

纵等离激元的色散关系可以写成如下形式:

$$\omega^l(k) = \omega_p \left[ 3\lambda^2 \left( \frac{1}{2} \lambda \ln \frac{\lambda+1}{\lambda-1} - 1 \right) \right]^{1/2}, \quad \lambda = \omega / ck. \quad (17.4)$$

在光锥  $\omega = ck$  与色散曲线相交区, 公式(17.4)就不适用。式(17.4)的适用域由如下条件限制:

$$\lambda - 1 \gg \left( \frac{m_{a*} c^2}{\varepsilon_{a*}} \right)^2, \quad (17.5)$$

即是在超光速区。色散曲线和光锥的交点(记为  $\omega_l$ )可由下式确定:

$$\omega_l^2 = \sum_a \omega_{la}^2, \quad (17.6)$$

其中

$$\omega_{la} = \omega_{pa} \left[ 3 \left( \ln \frac{2\varepsilon_{a*}}{m_{a*} c^2} - C + \frac{1}{2} - \frac{d \ln \Gamma(\gamma)}{d\gamma} \right) \right]^{1/2}, \quad (17.7)$$

这里我们依然取式(12.2)为分布函数, 而  $C = 0.577 \dots$  是欧拉常数, 对  $\gamma = 3$ , 可得

$$\omega_{l\alpha} = \omega_{p\alpha} \left[ 3 \left( \ln \frac{2\varepsilon_{e*}}{m_{\alpha} c^2} - 1 \right) \right]^{1/2}. \quad (17.8)$$

这个等式可以从式(17.4)中以  $\frac{1}{2}(m_{\alpha} c^2 / \varepsilon_{e*})^2$  代替  $(\lambda - 1)$  时而形式地得到. 如果  $\varepsilon_{e*} \approx 10^4 m_e c^2$ , 可得  $\omega_{le} \approx 5\omega_{pe}$ . 如果离子能量并不小于电子能量, 而正电子密度远小于电子密度, 那么我们可得  $\omega_l \approx \omega_{le}$ .

结果, 我们得到下面色散曲线示意图(图 74). 在小波数区, 从点  $\omega = \omega_p, k = 0$  出发有两条曲线, 一条是横波(17.2), 另一条是纵波(17.4), 它对小的  $k$  值(大的  $\lambda$  值)有如下形式:

$$\omega^l(k) = \left( \omega_p^2 + \frac{3}{5} c^2 k^2 \right)^{1/2} \approx \omega_p + \frac{3}{10} \frac{c^2 k^2}{\omega_p}, \quad (17.9)$$

横波曲线一直位于光锥之上, 即它们的相速度总是大于  $c$ . 对于纵波, 在  $\omega < \omega_l$  时, 它们的相速度也大于  $c$ , 而在  $\omega > \omega_l$  则变得小于  $c$ .

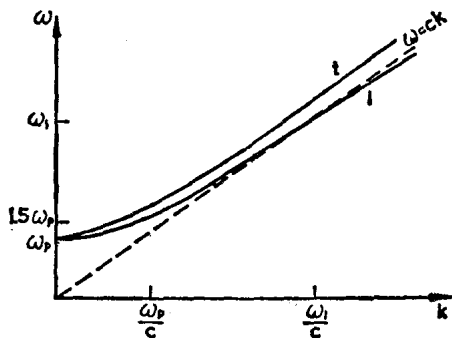


图 74 不存在磁场情况下相对论等离子体中横波和纵波的色散曲线.

显然, 在  $\omega = \omega_l$  附近, 由于粒子速度也很近于  $c$ , 将会出现朗道阻尼. 我们认为, 对于相速相应于能量为  $3\varepsilon_{e*}$  的电子速度的等离子体波, 这种朗道阻尼才是有效的. 于是, 对存在



朗道阻尼的波, 量  $\lambda_d$  为

$$\lambda_d = \frac{v_p}{c} = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{m_e c^2}{3\varepsilon_{**}} \right)^2. \quad (17.10)$$

把式(17.10)代入(17.4), 我们得到等离子体波极大频率(在  $\varepsilon_{**} \approx 10^4 m_e c^2$  时):

$$\omega_d^2 \approx 3\omega_p^2 \left[ \ln \frac{3\varepsilon_{**}}{m_e c^2} - 1 \right] \approx 1.1 \omega_i^2, \quad (17.11)$$

显然, 在小频率间隔  $\omega_d - \omega_l \approx 0.04 \omega_l \approx 0.2 \omega_p$  内, 通过束不稳定性可以在极端相对论等离子体中激起等离子体波. 我们取  $\varepsilon_{**} \approx 10^4 m_e c^2$  作为例子是因为在一系列试图解释脉冲星辐射时, 人们就获得这个  $\varepsilon_{**}$  值或接近于这个值.

## § 17.2 不存在磁场时极端相对论等离子体中的非线性相互作用

无论沿着一种模式色散曲线的能量转移还是从横波转换为纵波或相反转换, 都是由于等离子体本身极端相对论电子的通常康普顿散射所致. 在这里, § 13 中对于波(相速  $v_p > c$ )散射情况所推得的公式也是对的, 但我们必须用上一小节所定义的  $\omega_p$  代替  $\omega_{pe}$ .

在这里两种非线性相互作用都是重要的. 第一, 发生在  $l$  和  $t$  模式之间以及每种模式之内的能量转移(在约为  $\omega_p$  的一些频率处); 第二, 出现从近  $\omega_p$  频区到横电磁波更高频段 ( $\omega \gg \omega_p$ ) 的能量转移.

这儿频率  $\omega_p$  附近的能量转移也由康普顿散射产生, 它不同于非相对论等离子体情况, 那里由于电子的康普顿散射和非线性散射相互抵消, 这种转移只与离子的极化“包层”的非线性散射有关. 利用公式(13.25)和等离子体振荡频率的新定义(17.1), 我们就可估计在约为  $\omega_p$  的一些频率处不同模式

之间和一种模式之内能量转移的增长率:

$$\frac{\gamma^{p,l}}{\omega_p} \approx \frac{W^{p,l}}{n_* \varepsilon_*}, \quad (17.12)$$

式中  $n_* \varepsilon_*$  实质上是极端相对论等离子体的热能

$$(n_* \varepsilon_* = \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varepsilon_{\alpha*}).$$

这儿能量转移也伴随着粒子加热, 在此情况下由于在转移过程中频率改变量可与  $\omega_p$  相比拟, 这个加热量明显地是较大的. 等离子体加热的特征率为

$$\frac{\gamma_*}{\omega_p} \approx \frac{c^2 D_i^{l,p}}{\omega_p \varepsilon_*^2} \approx \left( \frac{W^{l,p}}{n_* \varepsilon_*} \right)^2. \quad (17.13)$$

在电磁模式高频区, 当我们考虑到等离子体频率的新定义时, 能量转移的增长率和衰减率也由公式 (13.25) 和 (13.26) 确定. 在频率区  $\omega < \omega_p (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$ , 我们可得

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^l(t+e \longleftrightarrow t'+e')}{\omega_p} &\approx \frac{\gamma^l(l+e \longleftrightarrow l'+e')}{\omega_p} \\ &\approx \pm \frac{\omega_p}{\omega} \frac{W^{l,t}}{n_* \varepsilon_*}, \end{aligned} \quad (17.14)$$

而在较高频区  $\omega > \omega_p (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$ , 则有

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^l(t+e \longleftrightarrow t'+e')}{\omega_p} &\approx \frac{\gamma^l(l+e \longleftrightarrow l'+e')}{\omega_p} \\ &\approx \pm \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^{(\gamma+1)/2} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+2} \frac{W^{l,t}}{n_* \varepsilon_*}. \end{aligned} \quad (17.15)$$

如同在非相对论等离子体情况一样, 牵涉到增高频率的受激能量转移. 如果它与各向同性分布的粒子散射有关, 则对应于吸收[这时衰减率由公式 (17.14) 和 (17.15) 确定]; 而如果是各向异性分布的粒子进行散射, 则它就对应放大, 在此情况下, 公式 (17.14) 和 (17.15) 就确定了合适的增长率.

我们必须把公式 (17.14) 和 (17.15) 中的  $W^{l,t}$  理解为所

有等离激元(都具有频率  $\omega \approx \omega_p$  的纵和横等离激元)的总能量密度.

在高频区  $\omega \gg \omega_p$ , 也发生象  $t \rightarrow t' + l$  型衰变相互作用. 相应的增长率是

$$\frac{\gamma^t(t \rightarrow t' + l)}{\omega_p} \approx \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^3 \frac{W^t}{n_* \varepsilon_*} \approx \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{\omega_p W_\omega^t}{n_* \varepsilon_*}. \quad (17.16)$$

比较各种增长率, 就可确定由于非线性相互作用所建立的等离子体和电磁波的能级. 例如, 如果激发电磁辐射是决定于极端相对论电子束的康普顿散射, 而能量的损失决定于衰变相互作用, 那么由公式(17.15)和(17.16)的比较可得到

$$W_\omega^t \approx \frac{W^{l,t}}{\omega_p} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^{\gamma/2} \left(\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2}\right)^{\gamma+2}. \quad (17.17)$$

能量  $W^{l,t}$  决定于激发等离子体湍动的条件.

### § 17.3 甚强磁场中极端相对论等离子体的色散关系

为了解释脉冲星现象, 这是一个很重要的情况. 为简单计, 我们通过某些假定——它们被脉冲星现象的物理过程和应用理论解释这些现象的条件证明是合理的——来限定这个课题.

我们假定, 回旋频率(对相对论粒子它只取决于能量而不取决于质量)远大于等离子体频率. 在此条件下电子和离子的质量差异并不很重要, 但它们平均能量的不同却影响着色散关系. 我们指出, 上一小节的结果属于  $\omega_p \gg eHc/\varepsilon_*$  的情况, 而现在我们感兴趣的却是这不等式反向的情况.

在甚强磁场中, 粒子几乎严格平行或反平行于磁力线运动. 这种特性可作多方面解释. 如果电子具有垂直于磁场的相当大的动量分量  $p_\perp$ , 那么同步加速辐射就很强, 而这使此分量迅速变小. 从甚强场区(脉冲星附近)位移到不那么强

的场区时, 由于渐不变量守恒, 任何带电粒子的  $p_{\perp}$  将减小.

在脉冲性质中表现出来的脉冲星辐射的方向性也表明了粒子是在一个很窄的立体角(显然, 它取决于磁场几何位形)内运动. 脉冲宽度与频率无关表明, 粒子按角度  $\theta$  (粒子速度矢量与磁场方向间夹角)的分布, 无论如何在高能情况下显然与它们的能量无关. 这意味着, 粒子速度分布函数可写成两个函数的乘积, 一个是  $f_*$  (仅取决于粒子能量), 而另一个, 我们记为  $f_{\theta}$  (它依赖于角  $\theta$ ). 对第一个函数我们取如下近似式:

$$f_* = \frac{(\gamma - 1) \varepsilon_*^{\gamma-1}}{(\varepsilon + \varepsilon_*)^{\gamma}} n_*. \quad (17.18)$$

我们只在下一节才需要粒子速度的角分布. 如果角分布足够窄, 即所有  $\theta \ll 1$ , 在第一级近似下我们可假定粒子运动是一维的, 运动方向严格沿着磁力线. 写出的函数(17.18)是在等离子体整体为静止的坐标系中的表达式. 在这种情况下, 平行和反平行于矢量  $\mathbf{H}$  运动的概率相等.

分布函数的一维性质略微改变了特征等离子体频率定义中的数字因子. 主等离子体频率现在等于

$$\begin{aligned} \omega_p^2 &= \sum_{\alpha} \omega_{p\alpha}^2 = \sum_{\alpha} 4\pi e^2 \int_{m_{\alpha}c}^{\infty} \frac{\partial}{\partial p_{\alpha}} (v_{\alpha} f_{\alpha}^*) d\varepsilon \\ &= \sum_{\alpha} 2\pi(\gamma - 1) \frac{e^2 c^2 n_{\alpha}}{\varepsilon_{\alpha*}}, \end{aligned} \quad (17.19)$$

式中  $\alpha$  标记粒子类型,  $\varepsilon_{\alpha*}$  是此种粒子的平均能量. 主等离子体频率决定于最低能量的粒子(在非相对论等离子体中, 它取决于最小质量的粒子).

我们用阿尔文速度<sup>1)</sup>  $v_A$  来定义回旋频率  $\omega_{H\alpha}$ . 在具有一

1) 在弱磁场中,  $v_A = H / \sqrt{4\pi n_i m_i}$ . 通常这个量远小于光速. 在强磁场中,  $v_A > c$ , 但真实的阿尔文波传播速度是  $v_A c / \sqrt{v_A^2 + c^2}$ , 它总是小于  $c$ . 记住这点, 在考虑到  $v_A$  并不等于阿尔文速度时我们仍然对  $v_A$  保留阿尔文波速度的名称.

维分布函数的极端相对论等离子体中,  $v_A$  由如下等式给出:

$$\frac{v_A^2}{c^2} = \frac{(\gamma-2)H^2}{8\pi n_* \epsilon_*} = \frac{1}{\sum_{\alpha} \omega_{p\alpha}^2 / \omega_{H\alpha}^2}, \quad (17.20)$$

由此可得  $\alpha$  类型粒子的回旋频率为

$$\omega_{H\alpha} = \left[ \frac{1}{4} (\gamma-1)(\gamma-2) \right]^{1/2} \frac{eHc}{\epsilon_{\alpha*}}. \quad (17.21)$$

当  $\gamma=2$  时, 我们必须用  $[(\gamma-1) \ln \epsilon_{\max}/\epsilon_*]^{-1}$  来代替公式 (17.20) 和 (17.21) 中的  $(\gamma-2)$ . 下面, 我们认为  $v_A \gg c$ .

在这种等离子体中, 我们可用标准方法计算色散关系. 在低频区  $\omega \ll \omega_{H\alpha}$  存在三支曲线. 其一, 在低频端相应于纵波, 即它类似于朗缪尔波支. 其它二支相应于阿尔文波和快磁声波. 对所有这些波, 我们将保留非相对论等离子体情况中所用的同样标记.

我们考虑在与磁场成很大交角  $\vartheta$  时波传播的可能性. 因为按照我们的假定, 所有粒子都严格沿磁力线运动, 那么光锥就相应于条件  $\omega/k_z = \omega/k \cos \vartheta = c$ .

在严格沿磁场 (或精确地说, 沿与磁力线交角为  $\vartheta \ll m_e c^2 / \epsilon_*$  方向) 传播情况下, 对纵“朗缪尔”波分支, 我们有如下关系:

$$\omega^l(k) = \begin{cases} \omega_p + 3k^2 c^2 / 8\omega_p, & kc \ll \omega_p; \\ kc + \omega_p^2 / kc, & kc \gg \omega_p. \end{cases} \quad (17.22)$$

重要的是, 不同于非相对论等离子体, 在这里  $\omega = ck \gg \omega_p$  也是可能的. 直到该支与光锥  $\omega = ck_z$  相交于频率  $\omega_l^2 = \sum_{\alpha} \omega_{l\alpha}^2$  (或当  $\omega_{pe} = \omega_{H\alpha}$  时,  $\omega_l \approx \omega_{H\alpha}$ ) 以前, 关系式 (17.22) 都是对的, 这里

$$\omega_l^2 = \frac{8\pi e^2 c^2 n_*}{(\gamma-2) \epsilon_*} \left( \frac{\epsilon_*}{m_e c^2} \right)^2 \approx \frac{4\omega_p^2}{(\gamma-1)(\gamma-2)} \left( \frac{\epsilon_*}{m_e c^2} \right)^2. \quad (17.23)$$

在高于  $\omega_l$  的频区, 对  $\vartheta \ll m_e c^2 / \epsilon_{*l}$  的纵波, 存在甚强的朗

道阻尼(图75)。阻尼率的大小很强烈地依赖于极大能量  $\varepsilon_{\max, \alpha}$  的选取[但公式(17.18)对它仍然是可适用的], 而且也取决参量  $\gamma$  的值。特别在  $2 < \gamma < 4$  情况下, 我们得到如下朗道阻尼率:

$$\frac{\gamma^i}{\omega^i} \approx - \sum_{\alpha} \frac{\pi \gamma (4 - \gamma)}{16} \left( \frac{m_{\alpha} c^2}{\varepsilon_{\max, \alpha}} \right)^{4 - \gamma} \left( 1 - \frac{\omega^2}{c^2 k_z^2} \right)^{(\gamma - 2)/2}. \quad (17.24)$$

在  $\gamma > 4$  时, 我们必须在此等式中用  $\varepsilon_{\alpha*}$  代替  $\varepsilon_{\max, \alpha}$ , 而且数字因子也要改变。

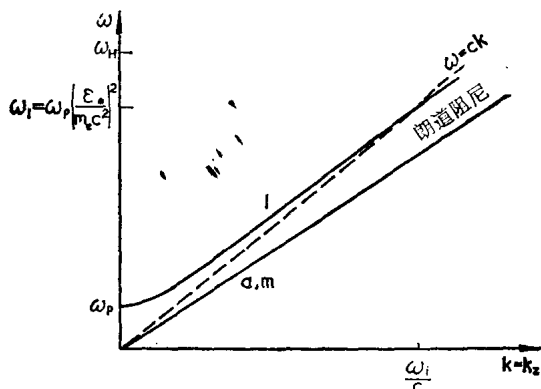


图75 在甚强磁场中低频( $\omega \ll \omega_H$ )波的色散曲线。  
波沿磁场传播的情况( $\theta \ll m_e c^2 / \varepsilon_*$ )。

因此, 不同于非相对论等离子体, 在那儿纵波出现在很窄的频宽范围  $\sim 0.2 \omega_p$ , 或者也与无磁场的极端相对论等离子体不同, 在那里纵波频率间隔约为  $5 \omega_p$ , 在存在磁场的等离子体中纵波出现在甚宽的频率范围内  $\sim \omega_p \varepsilon_* / m_e c^2$ 。

然而, 还有其它一些重要的情况。只有当波沿角  $\theta \ll m_e c^2 / \varepsilon_*$  方向传播情况下, 所研究的等离子体波才是纵波分支。如果  $\theta \gg m_e c^2 / \varepsilon_*$ , 这种波只有在  $\omega_p$  的最接近邻域内才是纵波, 而在  $\omega > \omega_p$  时, 它变成为通常的横电磁波(具有关系  $\omega = ck$ ),

在任何地方都不与光锥相交。显然,在实际条件下纵等离子体波仅集中在频率  $\omega_p$  附近。我们将认为量  $W^1$  (纵等离激元能量密度) 仅属于这些波。

如果不同类型粒子的平均能量很不相同,那么这里会出现一种新型波,它类似于离子声波。让我们研究  $\varepsilon_{i*} \ll \varepsilon_{e*}$  情况,那时按照等式 (17.19),  $\omega_{pi} \gg \omega_{pe}$ 。类似于离子声波,这种波的频率小于  $\omega_{pe}$ 。它们的色散关系具有简单形式:

$$\frac{2\omega_{pe}^2}{c^2 k_z^2 - \omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} = 0, \quad (17.25)$$

因此可得

$$\omega \approx ck_z \left( 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{pi}^2} \right). \quad (17.26)$$

为使这些波不遭受到强朗道阻尼,必须满足如下不等式:

$$\left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_{e*}} \right)^2 \ll \frac{\varepsilon_{i*}}{\varepsilon_{e*}} \ll \left( \frac{m_i c^2}{\varepsilon_{i*}} \right)^2. \quad (17.27)$$

在极端相对论等离子体中,为使纵声波可能存在;  $\varepsilon_{i*}$  和  $\varepsilon_{e*}$  之间的差异就必须很大。

类似于磁声波或阿尔文波的一些波也能在强磁场的等离子体中传播,它们不依赖于各种粒子平均能量的比值。如果它们严格沿磁场 ( $\vartheta \ll m_e c^2 / \varepsilon_{e*}$ ) 纵向传播,那么它们的色散关系相同,而有如下形式 (当  $v_A \gg c$  时):

$$\omega = \frac{kv_A}{\sqrt{1 + v_A^2/c^2}} \approx ck \left( 1 - \frac{c^2}{2v_A^2} \right), \quad (17.28)$$

这些波的相速小于光速,但是等离子体脉动电场垂直于磁场方向和粒子运动方向,因此在这里既没有朗道阻尼,而当粒子分布函数反转时也不会出现波的激励。

现在我们来讨论波沿与外磁场有很大交角 ( $\vartheta \gg m_e c^2 / \varepsilon_{e*}$ ) 方向传播的情况。我们依旧仍假定,粒子严格沿外磁场作一维运动。

这时纵“朗缪尔”波具有近于  $\omega_p$  的频率，也即波数  $k \ll \omega_p/c$ 。代替式(17.22)的第一个等式，我们有

$$\omega \approx \omega_p + \frac{2 + \cos^2 \vartheta}{8\omega_p} c^2 k^2. \quad (17.29)$$

$k$  值很大的波变为横波，它们有相当复杂的色散关系：

$$\begin{aligned} \omega^2 = & (2 + \tan 2\vartheta \ln \sin^2 \vartheta) \omega_p^2 + c^2 k^2 \\ & - \frac{c^2}{v_A^2} \frac{(2 + \sin^2 \vartheta) \cos^2 \vartheta \tan 2\vartheta c^2 k^2}{\tan 2\vartheta + [2\omega_p^2 / ck^2 \cos^2 \vartheta]}. \end{aligned} \quad (17.30)$$

对于第一级近似，这里第二项最大，即  $\omega \approx ck$ ，这是通常的横波色散关系。式(17.30)的第一项是考虑到等离子体频率影响的结果。它总是正的，当角  $\vartheta$  从 0 变到  $\pi/2$  时，它则由  $2\omega_p^2$  变到  $\omega_p^2$ 。第三项是考虑了量级为  $c^2/v_A^2$  的小量修正，它是负的，因此至少原则上可使所研究波的相速降低到小于光速，也就是说可导致朗道阻尼。然而，简单的分析表明，这种使相速减小到低于  $c$  值的情况，仅在角  $\vartheta$  和频率  $\omega$  的如下窄区间内才有可能发生：

$$\frac{c}{v} \gg \vartheta \gg \frac{\omega_p}{\omega}; \quad \frac{\omega_p \varepsilon_{e*}}{m_e c^2} \gg \omega \gg \frac{v_A}{c} \omega_p. \quad (17.31)$$

如前所述， $\vartheta > m_e c^2 / \varepsilon_{e*}$  的磁声波依然没有朗道阻尼，它们的色散关系为

$$\omega^m(k) \approx ck \left[ 1 - \frac{c^2}{v_A^2} \frac{1 + \cos^2 \vartheta}{4} \right]. \quad (17.32)$$

事实上这里粒子没有垂直于磁场的速度分量，不象具有各向同性粒子分布函数的非相对论等离子体情况，在那里对磁声波就存在有朗道阻尼。确实，在所研究的情况下，在磁场方向上存在着波的小电场分量，因此可导致朗道阻尼，但它的相对值为  $\omega^2/\omega_H^2$  量级，从而在低频区这个阻尼是非常小的。

沿任意角度  $\vartheta$  方向传播的类阿尔文波色散关系为



$$\begin{aligned}\omega^s(\mathbf{k}) &\approx c|k_z| \left[ 1 - \frac{c^2}{v_A^2} \frac{\omega_p^2}{2\omega_p^2 + c^2 k_\perp^2} \right] \\ &\approx ck|\cos\vartheta| \left[ 1 - \frac{c^2}{v_A^2} \frac{\omega_p^2}{2\omega_p^2 + c^2 k^2 \sin^2\vartheta} \right].\end{aligned}\quad (17.33)$$

不同于磁声波，这里沿外磁场方向存在着大得多的波电场分量。这就使这儿出现等离子体频率 $\omega_p$ ，而且在所研究的情况下导致阿尔文波的明显朗道阻尼。

在小波数区，阿尔文波の色散关系具有通常形式：

$$\omega = c|k_z| (1 - c^2/2v_A^2),$$

而对大波数区， $\omega = c|k_z|$  (图 76)。然而，在频率

$$\omega_A \approx \omega_p \cot\vartheta \quad (17.34)$$

附近，色散曲线出现弯曲，这里朗道阻尼达到极大。一般形式的朗道阻尼率的计算 (Tsytovich and Kaplan, 1972b) 导致表达式

$$\begin{aligned}\frac{\gamma_k^2}{\omega^3(\mathbf{k})} &= \sum_{\alpha} \frac{16\pi^2 e^2 m_{\alpha} \omega_p^2 c^6 k_\perp^2}{v_A^4 (2\omega_p^2 + c^2 k_\perp^2) (1 - \omega^2/c^2 k_z^2)^{3/2}} \\ &\times \left[ \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (v_{\alpha} f_{\alpha}^{\alpha}) \right]_{\varepsilon = \varepsilon_{\text{res}}},\end{aligned}\quad (17.35)$$

这里我们必须以能量 $\varepsilon_{\text{res}}$ 代替粒子能量， $\varepsilon_{\text{res}}$ 由下式给出：

$$\varepsilon_{\text{res}} = m_{\alpha} c^2 \left[ 1 - \frac{\omega^2(\mathbf{k})}{c^2 k_z^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \approx m_{\alpha} c v_{\alpha} \left[ \frac{2\omega_p^2 + c^2 k_\perp^2}{4\omega_p^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (17.36)$$

在朗道阻尼达到最大的弯曲处 [这儿频率为式 (17.34)]，在分布函数为 (17.18) 情况下可得

$$\frac{\gamma_k^2}{\omega_A} \approx -\pi\gamma \frac{c}{v_A} \frac{\omega_p c^2 k_\perp^2}{(2\omega_p^2 + c^2 k_\perp^2)^{3/2}} \sum_{\alpha} \frac{m_{\alpha} c^2}{\varepsilon_{\alpha}}. \quad (17.37)$$

当 $\omega \ll \omega_A$ 时，阻尼率随频率减小按 $\omega^2$ 而减小。在高频区 ( $\omega \gg \omega_A$ )，等式 (17.35) 虽导致一个定值阻尼，但事实上式 (17.35) 的适用条件应由下式规定：

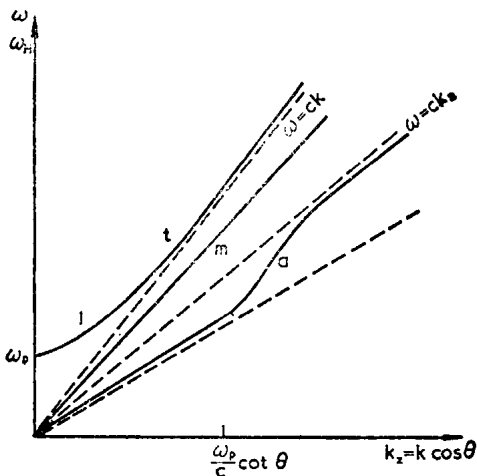


图 76 和图 75 一样,但对于波沿与磁场交角 ( $\theta \gg m_e c^2/e_*$ ) 方向传播的情况。l: 纵振荡色散曲线部分; t: 横波部分; m 和 a 是类似于磁声波和阿尔文波部分。

$$\frac{\omega}{\omega_A} \leq \frac{c^2}{v_A^2} \left( \frac{\varepsilon_{e*}}{m_e c^2} \right)^2. \quad (17.38)$$

在高频端, 阻尼率  $\gamma^a$  重又减小。

我们可以类似地研究在有强磁场存在的极端相对论等离子体中沿一角度方向传播的离子声波情况 (参见 Tsytovich and Kaplan, 1972b)。这里会出现另外两种磁声波——“快”模式的和“慢”模式的。

#### § 17.4 强磁场极端相对论等离子体中阿尔文波不稳定性

当粒子能量分布函数不出现反转, 即当到处满足条件  $\partial f^a / \partial \varepsilon < 0$  时, 我们刚刚给出的朗道阻尼表达式才是正确的。在相反情况下就会通过契连科夫辐射而出现阿尔文波的新激励。这种激励波的增长率可利用下面的契连科夫辐射概率公式来计算:

$$u_k^2 = 4\pi^2 \frac{c^4}{v_A^2} \frac{8\omega_p^2 c^4 k_\perp^2 k_z^2}{(2\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2)^3} \frac{e^2 v^2}{\omega^6} \delta(\omega^0 - k_z v_z), \quad (17.39)$$

式中  $v_z$  是辐射粒子在  $H$  方向的速度分量(为普遍起见, 我们处理这样的情况, 粒子也可沿与磁场成一交角方向而运动). 考虑到在有磁场的极端相对论等离子体中阿尔文波的单位极化矢量为

$$\mathbf{e}_k \approx \left\{ 1, 0, -\frac{c^2}{v_A^2} \frac{c^2 k_\perp k_z}{2\omega_p^2 + c^2 k_\perp^2} \right\}, \quad (17.40)$$

利用计算发射系数的通常方法, 我们就能获得表达式(17.39). 特别是, 利用式(17.39)以及阿尔文波的介电张量分量的直接定义, 就能计算它们的朗道阻尼率(17.35).

在脉冲星周围等离子体复杂的非稳恒条件下, 可能会出现各种粒子分布函数, 其中也可能有反转的, 也就是在这种分布情况下,  $\partial f_\alpha^0 / \partial \varepsilon > 0$ . 对于给定的这种分布函数, 我们总可以计算增长率:

$$\gamma_k^2 = \frac{1}{2} \sum_\alpha \int u_k^2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (v_A f_\alpha^0) dp_\alpha. \quad (17.41)$$

当存在反转的分布函数时, 为估计这种不稳定性, 我们可采用同一表达式(17.37), 改变它的符号并略去量级为 1 的数字因子, 它就为

$$\frac{\gamma^2}{\omega_A} \approx \frac{c}{v_A} \left( \frac{ck_\perp}{\omega_p} \right)^2 \sum_\alpha \frac{m_\alpha c^2}{\varepsilon_{\alpha*}}. \quad (17.42)$$

这种不稳定性所激起的阿尔文波指向与磁场成一有限角度  $\theta$  方向, 而且具有位于区间  $\omega_A \leq \omega \leq \omega_A \sum_\alpha \varepsilon_{\alpha*} / m_\alpha c v_A$  内的一些频率. 换句话说, 它们具有宽角形谱, 特别出现在  $\omega_p$  量级的一些频率处. 增长率(17.42)是相当大的, 因此在实际条件下, 由于准线性弛豫和形成平坦分布, 分布函数的反转性将会很快消失. 下面, 我们将估计准线性弛豫的作用.

粒子分布函数的反转也导致类离子声波的激励, 它们的

增长率为

$$\frac{\gamma_k}{\omega_p} \approx \left( \frac{m_i c^2}{\varepsilon_{i*}} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_{i*}}{\varepsilon_{e*}} \right)^{(\gamma-2)/2}. \quad (17.43)$$

纵“朗缪尔”波不稳定性或许是不重要的, 因为在此情况下只有严格沿磁场运动的波才被激发, 也就是说, 这些波在非常窄的立体角内运动并相应于非常窄的频区。

因此, 最为重要的是阿尔文波的契连科夫不稳定性, 而这将恰好决定了分布反转的准线性弛豫。

强磁场中极端相对论等离子体不稳定性也可能与阿尔文波和其它等离子体波的回旋加速辐射有关。这时条件

$$\omega - k_z v_z = \pm \frac{eHc}{\varepsilon} \quad (17.44)$$

必须满足, 显然, 当等离子体中存在有能量  $\varepsilon \gg \varepsilon_*$  的粒子时, 因为总有  $\omega - k_z v_z < \omega < \omega_H = eHc/\varepsilon_*$ , 这种不稳定性就会出现。

例如, 只有对于能量为

$$\varepsilon > \frac{eHc}{\omega_p} \approx \varepsilon_* \frac{v_A}{c} \quad (17.45)$$

的粒子, 回旋加速机制产生  $k \ll \omega_p/c$  的纵波才是可能的。而对于回旋加速产生阿尔文波, 则要求有如下能量的粒子:

$$\varepsilon > \frac{eHc}{\omega(1 - \omega/c k_z)} > \varepsilon_* \frac{v_A^2}{c^2}. \quad (17.46)$$

回旋加速不稳定性的增长率决定于粒子分布函数的纵向和横向两种导数, 也就是正比于量

$$k_z \frac{\partial f}{\partial p_z} \pm \frac{\omega_H}{v_1} \frac{\partial f}{\partial p_1} = \omega \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \pm \frac{\omega_H}{\varepsilon} \frac{\partial f}{\partial \omega^2} - \frac{2\omega}{\varepsilon} \theta^2 \frac{\partial f}{\partial \theta^2}, \quad (17.47)$$

式中  $f = f_0, f_\theta$  是完整的粒子动量分布函数, 式(17.47)中的双重符号相应于等式(17.44)中的符号。

在式(17.47)中的双重符号取加号而同时满足两个条件

$\theta^2 \ll 1$  和  $\partial f / \partial \theta^2 > 0$  (相对于角分布是反转分布) 情况下, 可以激励相速大于光速的波。看来, 这种情况是不大可能的。

在通常的 (例如) 相对于角变量是高斯分布情况下, 也即  $\partial f / \partial \theta^2 < 0$  时, 阿尔文波和磁声波也可以被激励起来。的确, 这种粒子的能量必须很高:

$$\varepsilon > \varepsilon_* \left( \frac{v_A}{c} \right)^2 \frac{\omega_H}{\omega}. \quad (17.48)$$

对于  $\omega - k_z v_z = -eHc/\varepsilon$  情况, 阿尔文波回旋加速辐射概率为

$$w_k^a = \frac{\pi e^2 v_{\perp}^2}{\omega^a(\mathbf{k}) (1 + c^2 k_{\perp}^2 / 2\omega_p^2)} \times \delta \left( -\omega \frac{c^2}{v_A^2} \frac{\omega_p^2}{2\omega_p^2 + c^2 k_{\perp}^2} + \frac{eHc}{\varepsilon} \right) \quad (17.49)$$

而磁声波的回旋加速辐射概率则为

$$w_k^m = \frac{\pi^2 e^2 v_{\perp}^2}{\omega^m(\mathbf{k})} \delta \left[ -\omega^m(\mathbf{k}) \frac{c^2}{v_A^2} \frac{1 + \cos^2 \theta}{4} + \frac{eHc}{\varepsilon} \right]. \quad (17.50)$$

为计算增长率, 我们可以利用  $f_0$  的表达式 (17.18), 而假定函数  $f_0$  是高斯分布, 其弥散度为  $\bar{\theta}^2$  (它从增长率的最终表达式中消去)。

当存在来自幂律粒子分布函数“尾巴”的回旋加速辐射时, 通过直接的计算我们获得下列阿尔文波增长率的表达式:

$$\frac{\gamma^a}{\omega^a(\mathbf{k})} = \frac{2\pi}{\gamma - 1} \left( \frac{\omega_p}{\omega_H} \right)^2 \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 + c^2 k_{\perp}^2} \times \left( \frac{\omega_p^2}{2\omega_p^2 + c^2 k_{\perp}^2} \right)^{\gamma} \left( \frac{\omega^a(\mathbf{k})}{\omega_H} \right)^{\gamma-2} \left( \frac{c}{v_A} \right)^{2\gamma}. \quad (17.51)$$

频率约为  $\omega_A$  的阿尔文波有最大的激励增长率。在此情况下可得

$$\frac{\gamma_{\max}^a}{\omega_A} \approx \left( \frac{c}{v_A} \right)^{2\gamma}. \quad (17.52)$$

类似地我们可以确定粒子分布“尾巴”引起的磁声波回旋加速

激发的增长率:

$$\frac{\gamma_k^m}{\omega^m(k)} = \frac{\pi}{\gamma-1} \left( \frac{\omega_p}{\omega_H} \right)^2 \left( \frac{\omega^m(k)}{\omega_H} \right)^{\gamma-2} \frac{(1+\cos^2 \vartheta)^{2\gamma}}{4^\gamma} \left( \frac{c}{v_A} \right)^{2\gamma}. \quad (17.53)$$

对于具有甚高频率( $\omega^m \sim \omega_H$ , 也就是接近于频率范围的上限)的这些波, 增长率达到极大. 相应的增长率的极大值为

$$\frac{\gamma_{\max}^m}{\omega_H} \approx \left( \frac{c}{v_A} \right)^{2(\gamma-1)}. \quad (17.54)$$

这里非常重要的一点是, 虽然只是一些高能粒子才参与所研究的回旋加速不稳定性以及这里仅仅一些受限定的波频区被激发出来, 但是, 当粒子分布函数随能量和角度增加而减小时, 也就是对于强磁场的极端相对论等离子体情况这种分布函数的最为可能形式, 回旋加速不稳定性就会出现. 这里准线性弛豫趋向使分布函数变平坦一些, 特别是趋向于使它变得各向同性. 然而, 辐射挤压和粒子在强度减小的场中运动又重新建立各向异性, 因而使这种不稳定性稳定.

这样, 回旋加速不稳定性(特别是对强磁场的极端相对论等离子体中的阿尔文波)具有普适的特征(不同于因函数  $f$  反转所引起的契连科夫不稳定性), 而且它几乎总是可被稳定住, 因此这必定导致在这种等离子体中出现强阿尔文波湍动.

## § 17.5 强磁场极端相对论等离子体中波的非线性相互作用

如同无磁场极端相对论等离子体情况一样, 非线性相互作用实质上是等离子体中电子的康普顿散射过程. 但是, 磁场明显降低了这些过程中能量转移效率. 此外, 我们在这里必须考虑磁化以及粒子运动的一维性质.

运动的磁化导致在非线性转移中只有最小能量的电子才起着实质作用. 这意味着, 等离子体波能量从一支过渡到另

一支, 而频率的变化比较小。这些过程中最为重要的是, 从阿尔文支(由于不稳定性而积累)到纵等离激元(具有频率  $\omega \gtrsim \omega_p$ , 因为在给定情况下  $\omega_A$  可与  $\omega_p$  相当)的能量转移。但是, 这种因康普顿散射而转移的增长率, 由于垂直  $\mathbf{H}$  的波电场小分量决定着这种转移, 它比式(17.12)减小得更厉害。我们可得

$$\frac{\gamma^l(a+e \longleftrightarrow l+e')}{\omega_p} \approx \left(\frac{c}{v_A}\right)^4 \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*}. \quad (17.55)$$

比较增长率(17.52)和(17.55), 我们就可以估计朗缪尔波能量密度和阿尔文波能量密度(在极端相对论等离子体中, 它是由于各向异性分布的回旋加速激发阿尔文波湍动而确立的)。于是, 我们从如下假定出发: 在充分发展了的湍动态中, 纵波和阿尔文波的能量密度可相比拟, 我们有

$$W^l \approx W^a \approx n_* \varepsilon_* \left(\frac{c}{v_A}\right)^{3\gamma-4}. \quad (17.56)$$

我们必须采用高能区的指数  $\gamma$  值, 也即(例如)根据 X 射线辐射谱来估计它。当  $\gamma \approx 4/3$  时, 等离子体湍动能密度将与极端相对论粒子能量密度相当。如果  $\gamma > 4/3$ , 我们有  $W^l \approx W^a \ll n_* \varepsilon_*$ , 就象通常弱湍动情况一样。

如果阿尔文波被稳定的反转分布所激发[具有增长率(17.42), 其中  $\omega_p \approx ck_{\perp}$ ], 那么等离子体能量密度就非常高:

$$W^l \approx W^a \approx n_* m_i v_A^3 / c, \quad (17.57)$$

它大于共振粒子(即反转区内粒子)的能量密度。这就意味着, 在强磁场极端相对论等离子体条件下, 准线性弛豫通常总是有成效地调整反转分布。

确实, 在脉冲星近域非均匀等离子体中, 由于粒子的逃逸, 可能迅速地就确立了分布函数的反转, 但是, 为此必

需存在很大的粒子密度梯度，它的特征非均匀性标长约为 (Tsytovich and Kaplan, 1972b)

$$L \leq \frac{c}{\omega_p} \frac{v_A^2}{c^2}. \quad (17.58)$$

脉冲星周围等离子体如何变成为湍动的问题，迄今仍然是不清楚的。

看来，回旋加速不稳定性及部分来自重复出现反转分布的不稳定性仍然不断地在脉冲星周围等离子体中引起湍动，即在约为  $\omega_p$  频率范围内产生阿尔文波和纵波湍动。这种湍动能密度可能不远低于极端相对论粒子能量密度，而甚至或可与它相比拟。这里存在着许多课题，例如象确定这种湍动谱问题——它仍然完全未搞清楚。

## § 18 强磁场中极端相对论等离子体的辐射

为解释脉冲星，对在强磁场的极端相对论等离子体中产生的辐射特征进行分析是很重要的。首先，这里粒子几乎严格沿磁场运动（就是当  $\varepsilon \gg m_e c^2$  时， $p_{\perp} \ll m_e c$ ），这一点是很重要的。第二个特点是涉及到强磁场中非线性转移的抑制。电磁波传播的条件也改变了。

在上节开始就研究过的无磁场时极端相对论等离子体辐射，它稍微不同于掺杂着相对论粒子的非相对论等离子体情况。因此，在此情况下我们可利用 § 12 和 § 13 结果，并考虑到等离子体频率的适当的新定义。在极端相对论等离子体中，高频电磁波传播条件与在真空中的传播条件很不相同。

如果存在强磁场，那么许多辐射特征就会有根本的改变。在本节我们将需要进行专门的探讨。



## § 18.1 强磁场中的辐射机制

强磁场中有三种主要辐射机制：磁韧致辐射(磁阻尼辐射)、康普顿散射和回旋加速散射。

我们假定粒子以与磁场成小角度  $\theta \ll m_e c^2 / \varepsilon$  而运动，以致它的全部磁韧致辐射集中在第一次谐波上。但是，这种辐射频率并不等于  $\omega_H = eHc/\varepsilon$ ——磁场中粒子回旋角频率。考虑到多普勒效应，可得到在此情况下所产生的辐射的观测频率：

$$\omega \approx \frac{\omega_H}{1 - (v/c) \cos \vartheta} \approx \frac{2\omega_{He} (m_e c^2 / \varepsilon)}{(m_e c^2 / \varepsilon)^2 + \vartheta^2} \leq 2\omega_{He} \frac{\varepsilon}{m_e c^2}, \quad (18.1)$$

不同于前一节，这里我们仍保留  $\omega_{He}$  作为非相对论回旋频率  $\omega_{He} = eH/m_e c$ 。

为明确起见，往后认为辐射的粒子是电子，虽然我们所述的一切同样也适合于其它粒子，例如质子和正电子。

我们称这种磁韧致机制为同步加速机制(因为辐射由相对论粒子产生)或回旋加速机制(因为辐射的主要部分出现在第一次谐频上)。这里我们保留磁韧致机制这个一般名称。辐射的极大频率和辐射粒子能量之间的线性关系使这个机制与同步加速机制区别开来，这一点对往后讨论是重要的。

解方程(18.1)，我们就找到粒子能量、辐射频率和电磁波矢量方向  $\vartheta$  之间的关系：

$$\frac{\varepsilon}{m_e c^2} = \frac{1}{(\omega_{He}/\omega) \pm [(\omega_{He}/\omega)^2 - \vartheta^2]^{1/2}}. \quad (18.2)$$

严格地说，这里角  $\vartheta$  是从速度矢量起算的，但是如果认为  $\vartheta \gg \theta$ ，我们就可把  $\vartheta$  看成电磁波矢量与场方向之间的角度。

所研究的辐射方向图限制在立体角  $\pi \vartheta_{\max}^2 = \pi (\omega_{He}/\omega)^2$

内。具有最大能量和最小能量的两个粒子可在同一频率处沿相同方向辐射。

单电子总辐射功率由周知的磁阻尼机制公式决定：

$$\begin{aligned} -\frac{d\varepsilon}{dt} &= P_1(\varepsilon) = \frac{2}{3} \frac{e^4 H^2}{m_e^2 c^3} \left( \frac{p_{\perp}}{m_e c} \right)^2 \\ &= \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \omega_{He}^2 \left( \frac{p_{\perp}}{m_e c} \right)^2 \\ &= \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \omega_{He}^2 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \theta^2, \end{aligned} \quad (18.3)$$

式中  $p_{\perp}$  是垂直于磁场的粒子动量分量。在所研究的近似下， $p_{\perp} \ll m_e c$ ， $p_{\perp} \approx \varepsilon \theta / c$ 。

象所有磁阻尼机制一样，这里也产生偏振辐射。一般情况下辐射是椭圆偏振，偏振椭圆的两个半轴长度比值等于

$$1 - \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \frac{\omega}{\omega_{He}} = \pm \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_{He}} \vartheta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (18.4)$$

这里我们已经利用了方程(18.2)。当  $\vartheta = \omega_{He} / \omega$  (即在方向图的边缘)时，辐射是线偏振。在这里偏振也达到极大。我们记得，某些脉冲星(特别是蟹状星云脉冲星)辐射的偏振正好具有这些性质。

在脉冲星附近磁场可能存在相当大的弯曲。电子沿弯曲磁力线运动可产生辐射，一般地说，由于它产生于沿弯曲轨道  $2\pi c/R$  ( $R$  是磁力线的曲率半径)运动的高次谐“频”上，我们甚至可称它为同步加速辐射。这种辐射的频率为

$$\omega \approx \frac{2\pi c}{R} \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2, \quad (18.5)$$

而它的总功率是

$$P_2 = \frac{e^2}{c} \left( \frac{2\pi c}{R} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2. \quad (18.6)$$

在小  $R$  情况下(在脉冲星邻域内我们可以预期情况就是如

此), 这种辐射也是显著的。

另一种辐射机制是使等离子体湍动波变为高频辐射的康普顿散射。我们假定这种湍动的全部能量都贮蓄在频率约为  $\omega_p$  的等离激元中。于是散射产生的电磁波辐射频率是

$$\omega = \frac{\omega_p}{1 - (v/c) \cos \vartheta} \leq 2\omega_p \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2. \quad (18.7)$$

从而辐射频率、角  $\vartheta$  和粒子能量之间的关系由下式决定:

$$\frac{\varepsilon}{m_e c^2} = \frac{1}{[2(\omega_p/\omega) - \vartheta^2]^{1/2}}. \quad (18.8)$$

方向图的开度为  $\vartheta_{\max} \leq (2\omega_p/\omega)^{1/2}$ 。然而, 这里与磁阻尼机制相比存在着重要的差别。在那儿辐射多少是均匀地充满立体角  $\pi(\omega_{He}/\omega)^2$  范围内的整个方向图。而现在, 在散射机制中辐射集中在方向图的边缘(这时方向图是一个中空锥)。

这个效应可解释如下: 只有当电磁波的电场在粒子运动方向的投影不为 0(即  $\vartheta \neq 0$ ) 时, 在散射情况下纵波才能转变为横波。这种散射可以看作是吸收纵波和辐射横波的结果, 而在这种辐射情况下粒子的横向动量分量并不改变。这是此种机制和磁阻尼机制之间的一个本质差别。与这个效应有关的是, 辐射功率不再随粒子能量增大而增加, 就象不存在强磁场康普顿散射情况那样。

在强磁场等离子体中通过纵等离激元的康普顿散射, 单个相对论电子辐射电磁波的功率等于

$$\begin{aligned} -\frac{d\varepsilon}{dt} &= P_3 = \frac{8\pi e^4 W^l}{3m_e^2 c^3} \\ &= \frac{4}{3(\gamma-1)} \frac{e^2}{c} \omega_p^2 \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^2 \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*}. \end{aligned} \quad (18.9)$$

由于粒子的一维运动, 在康普顿散射中所产生的辐射仍是线偏振, 如同已在 § 13 中表明的一样。在此情况下, 偏振

度为 100%，而电磁波的电矢量位于通过它的波矢量和磁场强度矢量的平面内。

同一相对论粒子可在磁阻尼机制和康普顿散射机制中的两种不同频率处发出辐射。对于给定能量  $\varepsilon$  的粒子，如果  $\varepsilon < m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  时，它辐射的电磁波极大频率决定于式 (18.1)，而对更高能量的电子，则决定于式 (18.7)。

称为回旋加速散射的第三种辐射机制与康普顿散射的差别仅在于此种机制中，粒子动量的横向分量也要改变。散射的回旋加速机制的性质是前二种机制性质的复合。

纵波的回旋加速散射所产生的电磁辐射频率由下式确定：

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{\omega_p \pm \omega_H}{1 - (v/c) \cos \vartheta} \\ &= 2 \frac{\omega_p \pm \omega_{He} (m_e c^2 / \varepsilon)}{(m_e c^2 / \varepsilon)^2 + \vartheta^2}.\end{aligned}\quad (18.10)$$

由此可见，能量比较低的粒子 ( $\varepsilon \ll m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$ ) 在接近于磁阻尼辐射频率处发出辐射，而更高能量粒子的辐射频率和通常康普顿散射情况中的频率同量级。我们将分别对两种极限情况写出总辐射功率的表达式。

对能量  $\varepsilon \ll m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  的粒子，回旋加速散射的自发辐射总功率为

$$\begin{aligned}-\frac{d\varepsilon}{dt} &= P_4 = \frac{8\pi}{15} \frac{e^4 p_{\perp}^2}{m_e^4 c^5} \left( \frac{\omega_H}{\omega_p} \right)^4 W^1, \\ &= \frac{1}{5} \left( \frac{p}{m_e c} \right)^2 \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_p} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4 P_3 \\ &= \frac{4\pi W^1}{5 H^2} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_p} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4 P_1.\end{aligned}\quad (18.11)$$

对更高能量  $\varepsilon \gg m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  的粒子，回旋加速散射的自发辐射总功率则为

$$\begin{aligned}
-\frac{d\varepsilon}{dt} &= P_5 = \frac{8\pi}{15} \frac{e^4 p_{\perp}^2}{m_e^2 c^2} \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \right)^2 W^l \\
&= \frac{1}{5} \left( \frac{p_{\perp}}{m_e c} \right)^2 \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 P_3 \\
&= \frac{4\pi W^l}{5 H^2} \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 P_1. \quad (18.12)
\end{aligned}$$

(18.11)和(18.12)两式已写成可显见回旋加速散射作用的形式。当能量  $\varepsilon$  与极限值  $m_e c^2 \omega_{He}/\omega_p$  相差不太小时, 则回旋加速散射就不如磁阻尼辐射或康普顿散射来得重要, 因为在这里, 一方面  $p_{\perp} \ll m_e c$ , 另一方面通常  $W^l \lesssim n_* \varepsilon_* \ll H^2/4\pi$  (这可从条件  $\varepsilon_* < m_e c^2 \omega_{He}/\omega_p$  得到)。但是, 在低能区, 回旋加速散射的作用可能成为决定性的。

在低能区, 回旋加速散射给出极大效应。不错, 等式(18.11)是在  $\varepsilon \gg m_e c^2$  情况下推得的, 但是, 没有使(18.11)仍然成立的其它  $\varepsilon$  值的下限。对于固定的角  $\theta$ , 量  $P_4$  随能量增加按  $\varepsilon^{-2}$  而减小。在能量  $\varepsilon > m_e c^2 \omega_{He}/\omega_p$  情况下, 辐射功率随  $\varepsilon$  增加重又增加, 但此增加受推导等式(18.12)所假定的要求  $p_{\perp} \ll m_e c^2 \omega_{He}/\omega_p \varepsilon$  限制, 因此  $P_5$  并不大于等离子体中康普顿损失的通常功率。

后两个机制的相对作用取决于等离子体波能量密度与磁场能量密度的比值。从等式(18.11)和(18.12)可得, 当粒子能量处于如下范围内时:

$$\left( \frac{4\pi W^l}{5 H^2} \right)^{1/4} \ll \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \ll \left( \frac{5 H^2}{4\pi W^l} \right)^{1/2}, \quad (18.13)$$

磁阻尼辐射就超过回旋加速散射。而在这个能量间隔以外, 回旋加速散射的辐射就较强。

在回旋加速散射中辐射的偏振性质在不同的能量区是不同的。当  $\varepsilon \ll m_e c^2 \omega_{He}/\omega_p$  时, 辐射的偏振与磁阻尼辐射情况相同。辐射方向图的形状也和磁阻尼辐射的相同。

然而, 在能量  $\varepsilon \gg m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  时, 回旋加速散射的偏振度略低于康普顿散射情况的偏振度, 因为这里也出现垂直于通过矢量  $\mathbf{k}$  和  $\mathbf{H}$  的平面的电场分量. 这里偏振度近似为  $1 - (\omega_p / \omega_H)^2$ . 辐射方向图是中空锥体.

回旋加速散射和磁阻尼辐射以同样方式依赖于角  $\theta$  或  $p_\perp$ , 因此它们的比值与这些量的选取无关.

康普顿散射[公式(18.9)]和磁阻尼辐射的相对作用很大地依赖于  $p_\perp$  或  $\theta$  值的选取. 比较公式(18.3)和(18.9), 我们可看到, 当  $p_\perp < m_e c (4\pi W^1 / H^2)^{1/2}$  时, 通过磁阻尼辐射的损失小于康普顿损失.

因为我们研究的是极端相对论等离子体, 它的状态明显地受磁场约制, 我们可以假定条件  $4\pi W^1 / H^2 \ll 1$  将满足.

如果我们假定等离子体湍动能密度量级为  $W^1 \approx n_* \varepsilon_*$  (参见 § 17), 那么只有在能量  $\varepsilon < m_e c v_A / \sqrt{(\theta^2)}$  时, 康普顿散射才超过磁阻尼辐射. 在甚高电子能量区, 我们可以忽略在一些频率为  $\omega \approx \omega_p (\varepsilon / m_e c^2)$  处的康普顿及回旋加速散射, 只要角  $\theta$  不是太小.

## § 18.2 谱发射系数

上一小节给出的粒子能量损失的一些功率可对辐射频率和对给定能量的粒子的一些夹角积分辐射概率(列举在附录表中)而获得. 现在我们来确定发射系数的谱关系, 这可由借助于完全确定方式所选取的分布函数对概率进行平均并对角度  $\theta$  进行积分来实现.

这里不可能利用严格一维粒子速度分布函数, 因为辐射概率也依赖于分量  $p_\perp$ . 事实上, 现在分布函数依赖于两个宗量  $\varepsilon$  和  $\theta$ . 作为第一级近似, 我们可作如下假定: 认为按角度  $\theta$  的分布与按能量  $\varepsilon$  分布是各自独立的, 而后者由早已周知

的幂律关系确定。那么我们可以认为  $f_{\varepsilon, \theta} = f_{\varepsilon}^{(1)} f_{\theta}^{(2)}$ , 其中  $f_{\varepsilon}^{(1)}$  (例如) 是函数 (17.18) 而可把  $f_{\theta}^{(2)}$  看作为高斯函数 (弥散度是  $\overline{\theta^2}$ )。

很难说这些假定究竟与脉冲星的实际条件符合到什么程度。看来, 角分布和能量分布是独立无关的, 因为脉冲星的脉冲宽度并未显示出随频率有明显变化。至少在某些频区, 辐射谱具有幂律特征, 因此采用式 (17.18) 也是正确的。下面这点也很重要: 所述的函数形式是在相对论等离子体中湍动和粒子分布问题的自治的精确解 (参见 § 19)。

可用标准方法来计算所有机制的  $J_{\omega}^t$ , 我们将立即给出这些结果。

在比较低的一些频率处, 在  $\varepsilon \ll m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  情况下, 回旋加速散射起着最大的作用。发射系数 (除了量级为 1 的因子外) 等于

$$J_{\omega}^t \approx \frac{\omega_{He}^3}{n_* c^3} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+1} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{\gamma+2} W^t \overline{\theta^2}. \quad (18.14)$$

等式 (18.14) 在频率  $\omega \gg \omega_{He} \varepsilon_* / m_e c^2$  时才是对的。在更低频区, 发射系数近似地正比于  $\omega^{-2}$ 。我们可粗略地估计它的值为

$$J_{\omega}^t \approx \frac{\omega_{He}^3}{n_* c^3} \frac{\omega_{He}^2 \varepsilon_*}{\omega^2 m_e c^2} W^t \overline{\theta^2}. \quad (18.15)$$

在  $\omega > \omega_{He} \varepsilon_* / m_e c^2$  时, 磁阻尼发射系数等于

$$J_{\omega}^t \approx \frac{\omega_{He}^3}{n_* c^3} \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \right)^4 \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+1} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{\gamma-2} \frac{H^2}{4\pi} \overline{\theta^2}. \quad (18.16)$$

在  $\omega < \omega_{He} \varepsilon_* / m_e c^2$  时, 我们得出这个系数  $J_{\omega}^t \propto \omega^2$ 。比较公式 (18.16) 和 (18.14), 我们看到, 在下面频区回旋加速散射比磁阻尼辐射更为重要:

$$\omega < \frac{\omega_{He}^2}{\omega_p} \left( \frac{4\pi W^l}{H^2} \right)^{1/4}. \quad (18.17)$$

当  $\omega < \omega_{He} \varepsilon_*/m_e c^2$  时, 回旋加速散射作用甚至更加重要.

在高频区 ( $\varepsilon > m_e c^2 \omega_{He}/\omega_p$ ), 回旋加速散射导致的发射系数如下:

$$J_\omega^t \approx \frac{\omega_{He}^3}{n_* c^3} \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+7)} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+1} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-3)} W^l \bar{\theta}^2. \quad (18.18)$$

在  $\omega > \omega_p (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$  时上式才是对的. 在更低频区,  $J_\omega^t \propto \omega^{3/2}$ .

最后, 康普顿散射导致发射系数如下:

$$J_\omega^t \approx \frac{\omega_p^3}{n_* c^3} \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+1)} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+1} W^l. \quad (18.19)$$

这里也是  $\omega > \omega_p (\varepsilon_*/m_e c^2)^2$ . 在更低频区,  $J_\omega^t \propto \omega^{-\frac{1}{2}}$ .

我们刚才给出的公式确定了在假定  $\bar{\theta}^2$  不依赖于粒子能量条件下发射谱与频率的依赖关系. 当然,  $\bar{\theta}^2$  对不同能量的粒子可能是不同的. 在此情况下, 辐射谱也将改变, 因为  $\bar{\theta}^2$  对能量依赖性等同于粒子分布函数的变化. 特别地, 如果我们假定横动量分量的平均平方值不依赖于能量 (即  $\overline{p_\perp^2} = \text{常数}$ ), 那么  $\bar{\theta}^2 \propto \varepsilon^{-2}$ , 这导致 (例如) 在式 (18.14) 中出现一个额外因子  $(\omega_{He}/\omega)^2$ , 如此等等.

如果我们用这些公式去获得一些估值时, 就必须记住公式 (18.14), (18.16) 和 (18.18), (18.19) 决定了全部方向图范围内总发射系数. 为确定每单位立体角内的发射系数, 我们必须用立体角的数值除这些表达式, 即用  $(\omega_{He}/\omega)^2$  除公式 (18.14) 和 (18.16), 而用  $\omega_p/\omega$  除公式 (18.18) 及 (18.19).

### § 18.3 再吸收系数

我们也可用标准方法来计算再吸收系数. 我们只必需考



考虑系统的某些特征, 它们与粒子沿磁场运动的方向特性有关。特别我们得到, 导数  $\partial f / \partial \theta^2$  对阻尼率的贡献大于  $\partial f / \partial p_{\parallel}$  的贡献。其次, 阻尼率很强地取决于  $\vartheta$  值。

我们可以证明, 在所研究的一些机制中一般不会出现电磁波的放大。在与回旋加速转移有关的一些机制中, 当具有  $\omega_H$  的更高次谐波状态的粒子数出现变化时, 才会产生放大。在磁阻尼辐射机制和回旋加速散射中, 对  $\varepsilon < m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  情况, 仅相应于  $\omega_H$  的第一谐波转移才是可能的, 而且这里也不出现粒子数的变化。在回旋加速散射中, 对  $\omega_p > \omega_H$  即  $\varepsilon > m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  情况, 虽可能出现粒子数变化, 但这儿光学厚度不大。

在频区  $\omega > \omega_{He} \varepsilon_* / m_e c^2$ , 回旋加速阻尼的表达式有如下形式 ( $\gamma^t = \gamma_+^t + \gamma_-^t$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{\pm}^t(\omega, \vartheta)}{\omega_{He}} &\approx - \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+2} \frac{W^t}{n_* \varepsilon_*} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{\gamma+5} \\ &\times \left\{ 1 \pm \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_{He}} \vartheta \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{\gamma+4} \\ &\times \left[ 1 - \left( \frac{\omega \vartheta}{\omega_{He}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \left[ 2 - \left( \frac{\omega \vartheta}{\omega_{He}} \right)^2 \right]. \quad (18.20) \end{aligned}$$

在更低频率区  $\omega < \omega_{He} \varepsilon_* / m_e c^2$ , 我们得到如下估计:

$$\frac{\gamma^t}{\omega_{He}} \approx - \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^5 \frac{W^t}{n_* \varepsilon_*} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^2. \quad (18.21)$$

再吸收系数 (18.20) 和 (18.21) 的值是比较大的, 正如下节看到的一样, 这有利于在脉冲星周围空间形成等离子体反应堆。

在  $\omega > \omega_{He} \varepsilon_* / m_e c^2$  时, 磁阻尼机制的阻尼率决定于等式

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{\pm}^t(\omega, \vartheta)}{\omega_{He}} &\approx - \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \right)^4 \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+2} \frac{H^2}{4\pi n_* \varepsilon_*} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^{\gamma+1} \\ &\times \frac{2 - (\omega \vartheta / \omega_{He})^2}{[1 - (\omega \vartheta / \omega_{He})^2]^{1/2}} \left\{ 1 \pm \left[ 1 - \left( \frac{\omega \vartheta}{\omega_{He}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{\gamma}. \quad (18.22) \end{aligned}$$

在低频区  $\gamma^{\dagger} \propto \omega^{-1}$ .

在最高频区,  $\varepsilon > m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$ ,  $\omega > \omega_p (\varepsilon_* / m_e c^2)^2$ , 我们可得回旋加速散射阻尼率:

$$\frac{\gamma^{\dagger}(\omega, \vartheta)}{\omega_p} \approx -(\gamma+4) \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+2} \frac{W^{\dagger}}{n_* \varepsilon_*} \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^{\gamma/2} \times \vartheta^4 \left( 1 - \frac{\omega \vartheta^2}{2\omega_p} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+2)}. \quad (18.23)$$

最后, 在  $\omega > \omega_p (\varepsilon_* / m_e c^2)^2$  时康普顿散射再吸收系数等于

$$\frac{\gamma^{\dagger}(\omega, \vartheta)}{\omega_p} = \frac{4\pi\gamma}{\gamma-1} \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^{\gamma+2} \left( \frac{2\omega_p}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma+2)} \times \vartheta^2 \left( 1 - \frac{\omega \vartheta^2}{2\omega_p} \right)^{\frac{1}{4}(\gamma+4)} \frac{W^{\dagger}}{n_* \varepsilon_*}, \quad (18.23')$$

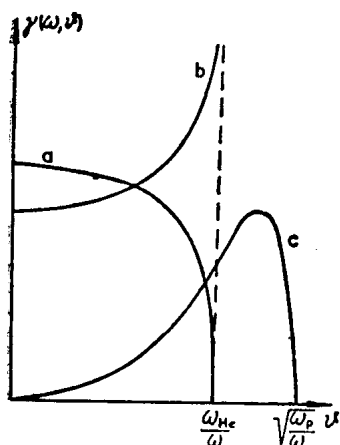


图 77 再吸收系数与波矢量和  
磁场间夹角的关系。

- a——在低频区的回旋加速散射;
- b——磁阻尼辐射;
- c——在高频区的散射。

而在更低频区,  $\gamma^{\dagger} \propto \omega^{-3/2}$ .

图 77 表示再吸收系数与  $\vartheta$  的依赖关系。在一般情况下对任意分布函数会在式 (18.23) 中出现一个因子

$$[4 - (d \ln f_s / d \ln \varepsilon)]$$

(当  $f_s \propto \varepsilon^{-\gamma}$  时它等于  $\gamma+4$ ), 原则上它可导致出现放大, 只要在所研究的粒子能量区  $f_s$  随  $\varepsilon$  增加而很陡地 (比  $\varepsilon^4$  更快) 增加。但是, 由于等式 (18.23) 本身相应于较高能量情况, 很难期望出现  $f_s$  的这种性质。

## § 18.4 粒子朝向磁力线运动的辐射挤压

在磁阻尼机制和回旋加速散射中，电磁波的辐射不可避免地导致丧失粒子的横向动量分量，也即把粒子拉向沿磁力线运动。在小  $\theta$  情况下，横向动量分量比粒子总能量的减小要快得多，以致角  $\theta$  继续更迅速地减小。

利用辐射概率的公式，容易获得表示  $p_{\perp}$  或  $\theta$  变化的公式。对于这里所研究的粒子与磁场成小角度而运动的情况，我们将给出这些公式。

磁阻尼辐射给出  $p_{\perp}^2$  损失值或  $\theta$  减小值如下：

$$\frac{1}{2p_{\perp}^2} \frac{dp_{\perp}^2}{dt} = \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{e^4 H^2}{m_e^3 c^5} \frac{m_e c^2}{\varepsilon}. \quad (18.24)$$

把式(18.24)和(18.3)相比较，我们看到横向动量分量的相对损失确实比能量的相对损失  $P_1(\varepsilon)/\varepsilon$  大，因为在式(18.3)中有一个小附加因子  $(p_{\perp}/m_e c)^2$ 。

当能量为  $\varepsilon < m_e c^2 \omega_{He}/\omega_p$  的粒子回旋加速散射等离子体波时，人们类似地可找到此情况下横向动量分量损失和角  $\theta$  的减小值：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2p_{\perp}^2} \frac{dp_{\perp}^2}{dt} &= \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \\ &= -\frac{8\pi}{15} \frac{e^4 W^1}{m_e^3 c^5} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_p} \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4. \end{aligned} \quad (18.25)$$

这里  $p_{\perp}$  的相对减小也比  $\varepsilon$  要快，即是式(18.25)大于  $P_4/\varepsilon$ ，因为在式(18.11)中存在同样的小因子  $(p_{\perp}/m_e c)^2$ 。

较大能量  $\varepsilon > m_e c^2 \omega_{He}/\omega_p$  的粒子的回旋加速散射虽也导致  $p_{\perp}$  的减小，但减小速度比较慢，这是由于  $\omega_p + \omega_H$  和  $\omega_p - \omega_H$  的转移相互抵销的结果。这时我们有

$$\frac{1}{2p_{\perp}^2} \frac{dp_{\perp}^2}{dt} = -\frac{16\pi}{3} \frac{e^4 W^l}{m_e^3 c^5} \frac{m_e c^2}{\varepsilon}. \quad (18.26)$$

康普顿散射不使  $p_{\perp}$  (辐射功率  $P_3$ ) 发生变化, 当然就不会导致粒子朝向磁力线运动的挤压.

因此, 在低能区量  $W^l$  和  $H^2/4\pi$  的比值并不太小, 也即只要  $s < m_e c^2 (\omega_{He}/\omega_p) (4\pi W^l/H^2)^{1/4}$ , 横向动量的损失和被拉向沿磁力线运动就与回旋加速散射息息相关, 而在高能区, 则与磁阻尼辐射有关.

在这些机制中, 电磁波的吸收使  $p_{\perp}^2$  和  $\theta$  增大. 由于吸收和辐射之间的平衡, 就形成了粒子按  $p_{\perp}^2$  和  $\theta$  的某种分布. 换句话说, 在强磁场等离子体中, 湍动反应堆可产生粒子能量分布函数及粒子按运动方向分布的函数. 我们在下节将讨论相对论等离子体中一些湍动反应堆的理论.

## § 19 相对论等离子体中的湍动反应堆

我们已在 § 14 发展了非相对论等离子体中等离子体湍动反应堆理论. 这种反应堆中形成比较少量相对论粒子的分布函数, 而等离子体的基本部分仍然是非相对论性的. 现在我们来分析相对论湍动反应堆, 其内所有粒子都是相对论性的. 在这里我们也必须从总分布函数中分出表示高能粒子的部分, 而应研究的正是这部分的分布函数形成. 事实上, 湍动的最重要作用恰好在于加速快粒子. 而且, 为了解释观测资料, 获得某种有关快粒子分布函数的概念也是重要的. 当然, 人们原则上可以提出在相对论湍动等离子体中完整的粒子分布函数的课题.

在这一节, 我们将首先把在 § 14 中所发展的湍动反应堆理论推广到比较弱磁场中完全相对论等离子体情况, 然后再

研究强磁场中相对论等离子体情况。

### § 19.1 弱磁场相对论等离子体中的湍动反应堆

这里我们可以直接应用 § 14 中的许多结果, 但要记住相对论等离子体的一些特点 (Kaplan and Tsytovich, 1970b, 1971)。特别地, 在相对论等离子体中可以忽略电离损失, 它随粒子能量增加而迅速地减小。等离子体频率也减小, 它同样减弱了诸如朗缪尔湍动波散射电磁波效应的相对作用。因此, 一般地说这种相对论反应堆理论甚至比非相对论等离子体中反应堆理论更简单。

我们着手研究粒子的加速。当粒子散射朗缪尔湍动波时, 低能粒子就获得了能量。散射过程  $l + e \longleftrightarrow l' + e'$  的特征增长率由等式 (17.12) 决定, 由此我们可立即估计加速率:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \approx \frac{c^2 D_1}{\varepsilon} \approx \omega_p \left( \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*} \right)^2 \frac{\varepsilon_*^2}{\varepsilon}. \quad (19.1)$$

此公式表示了能量小于分布函数极大能量 ( $\varepsilon < \varepsilon_*$ ) 的粒子加速。在反应堆中较高能量的粒子通过“捕获”的电磁辐射的同步加速或康普顿吸收而得到加速。于是加速率由等式 (14.21) 确定。我们把它重写成如下形式:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \approx \frac{e^2}{c} \omega_{He}^2 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2, \quad (19.2)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \approx \frac{e^2}{c} \omega_p^2 \left( \frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*}. \quad (19.3)$$

分布函数极大能量由表示  $\varepsilon < \varepsilon_*$  和  $\varepsilon > \varepsilon_*$  情况的加速曲线的交点决定。在甚弱磁场情况下 ( $H^2 \ll 4\pi W^l$ ), 我们从式 (19.1) 和 (19.3) 可得如下估计:

$$\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \approx 0.3 \left( \frac{c W^l}{m_e \omega_{pe}^3} \right)^{2/7} \approx 0.3 \left( \frac{c^3 n_*}{\omega_{pe}^3} \right)^{2/5} \approx \frac{3 \times 10^6}{n_*^{1/5}}. \quad (19.4)$$

在最后二个等式中我们已取  $W^l = n_* \varepsilon_*$ , 而  $n_*$  以厘米<sup>-3</sup>为单位. 我们记得, 这里  $\omega_{p0}$  是非相对论等离子体频率, 它与相对论等离子体频率  $\omega_p$  相差一个因子  $(\varepsilon_*/m_e c^2)^{1/2}$ .

在更强磁场情况下 ( $H^2 \gg 4\pi W^l$ ), 比较式 (19.1) 和 (19.2) 就能确定能量  $\varepsilon_*$ , 我们得到

$$\frac{\varepsilon_*}{m_e c^2} \approx 0.3 \left( \frac{c W^l}{m_e \omega_{p0}^3} \right)^{2/7} \left( \frac{4\pi W^l}{H^2} \right)^{2/7} \approx 10^7 \frac{n_*^{1/3}}{H^{4/3}}. \quad (19.5)$$

利用公式 (18.23'), 我们可确定频率  $\omega_R$ , 在此频率处等离子体反应堆相对于康普顿散射的吸收是透明的. 采用类似于 § 14 中的方法, 但略去纵等离激元散射电磁波, 可得

$$\frac{\omega_R}{\omega_*} \approx \frac{\omega_R}{\omega_p} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 \approx \left[ \frac{\omega_p R}{c} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \right)^2 \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*} \right]^{2/(\gamma+4)} \quad (19.6)$$

在弱磁场情况下 ( $4\pi W^l \gg H^2$ ), 把式 (19.4) 和  $W^l \approx n_* \varepsilon_*$  代入式 (19.6) 中, 我们得到

$$\frac{\omega_R}{\omega_*} \approx \left( 3^{5/2} \frac{\omega_{pe}^4 R}{c^3 n_*} \right)^{2/(\gamma+4)}. \quad (19.7)$$

如果  $\omega_R \gg \omega_*$ , 那么在能量范围

$$\varepsilon_* < \varepsilon < \varepsilon_* \sqrt{\frac{\omega_R}{\omega_*}}, \quad (19.8)$$

将形成幂律粒子能量分布, 它的指数  $\gamma$  近似地和非相对论等离子体湍动反应堆情况一样, 例如  $\gamma \approx 3$ . 就同步加速反应堆而论, 结果是非常类似的.

把非相对论等离子体反应堆与类似的相对论的相比较, 我们可得出如下结论: 在两种反应堆情况下, 都可形成幂律粒子分布, 具有指数  $\gamma \approx 3$ . 在相对论反应堆中的分布函数极大处, 相对论粒子具有明显较高的能量, 因此幂律分布跨越较大

的能量区域. 在其余条件均相同情况下, 相对论反应堆直到高频为止都是不透明的.

### § 19.2 强磁场光学密相对论等离子体中的谱辐射强度

利用 § 18 所给出的发射和吸收系数表达式很容易计算该量. 在这里考虑到  $I_\omega$  与角度  $\vartheta$  的关系以及等式 (18.21) 中存在两种符号 (即不同能量粒子可能在同一频率和相同方向上发出辐射), 我们将给出更精确的表达式.

在光学密介质中, 在给定的方向上对于一些频率 (在这些频率处在条件  $\varepsilon < m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  下的回旋加速散射成为决定的因素), 谱辐射密度由下式表示:

$$I_\omega = \frac{m_e \omega^5 \bar{\theta}^2}{2(2\pi)^3 \omega_{He}^3} \times \frac{\left\{1 + \left[1 - \left(\frac{\omega \bar{\theta}}{\omega_{He}}\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{\gamma+2} + \left\{1 - \left[1 - \left(\frac{\omega \bar{\theta}}{\omega_{He}}\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{\gamma+2}}{\left\{1 + \left[1 - \left(\frac{\omega \bar{\theta}}{\omega_{He}}\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{\gamma+4} + \left\{1 - \left[1 - \left(\frac{\omega \bar{\theta}}{\omega_{He}}\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{\gamma+4}}. \quad (19.9)$$

对于磁阻尼机制情况下的谱辐射强度, 我们得到同一个公式 (19.9), 不过分子中的  $\gamma+2$  要用  $\gamma-2$  代替, 分母中的  $\gamma+4$  要用  $\gamma$  代替. 在这两种情况下, 在频区  $\omega \ll \omega_{He} / \bar{\theta}$  内可得

$$I_\omega = \frac{m_e \omega^5 \bar{\theta}^2}{8(2\pi)^3 \omega_{He}^3}. \quad (19.10)$$

给定方向上的辐射强度在频率  $\omega_{He} / \bar{\theta}$  处被截断, 而在此点上强度  $I_\omega$  值也由式 (9.10) 确定 (图 78).

在高能粒子回旋加速散射情况下, 我们可得

$$I_\omega = \frac{m_e \omega^{3/2} \bar{\theta}^2}{4(2\pi)^3 (\gamma+4) \omega_{He}^2 \sqrt{2\omega_p}} \frac{1}{[1 - (\omega \bar{\theta}^2 / 2\omega_p)]^{1/2}}. \quad (19.11)$$

这里  $I_\omega$  极大值被回旋加速转移条件  $k_\perp v_\perp \leq \omega_H$  所限制。因此我们得到

$$I_\omega^{\max} = \frac{m_e \omega^{7/2} [\bar{\theta}^2]^{1/2}}{4(2\pi)^3 (\gamma + 4) \omega_{He} \sqrt{2\omega_p}}. \quad (19.12)$$

在  $\omega$  接近于  $\omega_p/\vartheta^2$  时就达到此极大值。

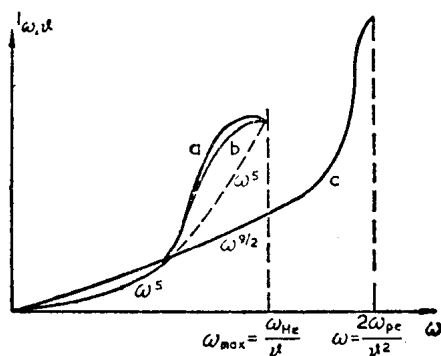


图 78 强磁场湍动相对论等离子体中“捕获”的电磁辐射谱强度: a——在低频区的回旋加速散射; b——磁阻尼辐射; c——在高频区的散射。

对康普顿散射, 我们得到

$$I_\omega = \frac{m_e \omega^{5/2}}{(2\pi)^3 \gamma \sqrt{2\omega_p}} \frac{1}{[1 - (\omega \vartheta^2 / 2\omega_p)]^{1/2}}. \quad (19.12')$$

### § 19.3 吸收电磁辐射而引起的粒子加速

当吸收辐射时, 粒子的扩散加速系数也可由周知的方法确定。在回旋加速散射情况下 ( $\varepsilon \ll m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$ ) 我们得到以下纵扩散系数:

$$D_\parallel^i = \frac{\bar{\theta}^2 \theta^2}{2\pi (\gamma - 1)^2} \frac{\omega_{He}^4}{n_* c^3} \frac{W^i}{n_* \varepsilon_*} \frac{\varepsilon \varepsilon_*^3}{m_e^2 c^5} \Psi_1(\gamma), \quad (19.13)$$

式中  $\Psi_1(\gamma)$  是  $\gamma$  的函数:



$$\Psi_1(\gamma) = \int_0^1 (1-2q)^2 [1 + (1-2q)^2] \times \frac{q^{\gamma+2} + (1-q)^{\gamma+2}}{q^{\gamma+4} + (1-q)^{\gamma+4}} q^4 dq. \quad (19.14)$$

它和其它一些函数的数值列于表中。

对于磁阻尼机制中的散射,我们可得

$$D_1^l = \frac{\bar{\theta}^2 \theta^2}{\pi(\gamma-1)^2} \frac{\omega_p^4}{n_* c^3} \frac{H^2}{4\pi n_* \varepsilon_*} \frac{\varepsilon^5 \varepsilon_*^3}{m_e^6 c^{14}} \Psi_2(\gamma), \quad (19.15)$$

式中

$$\Psi_2(\gamma) = \int_0^1 [1 + (1-2q)^2] \frac{q^{\gamma-2} + (1-q)^{\gamma-2}}{q^\gamma + (1-q)^\gamma} q^4 dq. \quad (19.16)$$

在通过高能粒子回旋加速散射而加速的情况下,对于谱强度式(19.11)我们得到

$$D_1^l = \frac{2\bar{\theta}^2 \theta^2}{21\pi(\gamma-1)^2} \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \right)^4 \frac{\omega_p^4}{n_* c^3} \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*} \frac{\varepsilon^9 \varepsilon_*^3}{m_e^{10} c^{22}} \frac{1}{\gamma+4}. \quad (19.17)$$

对康普顿散射,我们可得

$$D_1^l = \frac{2}{3\pi(\gamma-1)^2} \frac{\omega_p^4}{n_* c^3} \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*} \frac{\varepsilon \varepsilon_*^3}{m_e^2 c^6}. \quad (19.17')$$

$\Psi_n(\gamma)$ 函数表

$\gamma$	$\Psi_1(\gamma)$	$\Psi_2(\gamma)$	$\Psi_3(\gamma)$	$\Psi_4(\gamma)$
-2.2	0.419		0.716	
-2.0	0.236		0.533	
-1.0	0.219		0.310	
0.0	0.216		0.285	
+1.0	0.215		0.279	
+2.0	0.215	0.800	0.278	1.333
+3.0	0.215	0.510	0.277	0.935
+4.0	0.215	0.467	0.277	0.856
+5.0	0.215	0.554	0.277	0.827

正如我们应该预期的那样, 只有当  $\varepsilon > m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$  时, 式 (19.17) (虽然它很强地依赖于能量) 才大于 (19.13).

类似地可确定横扩散系数, 它们表示当吸收电磁波时角度  $\theta$  的增加. 比较方便的是在这里引进  $D_{\perp}^t$  的另一种定义, 也就是使动力学方程中  $p_{\perp}$  的变化可用如下形式的项来表述:

$$\frac{\partial}{\partial p_{\perp}^2} \left[ (m_e c)^2 D_{\perp}^t \frac{\partial f}{\partial p_{\perp}^2} \right]. \quad (19.18)$$

这里我们也已考虑由于总动量变化而引起  $p_{\perp}$  的变化. 当  $\theta \ll m_e c^2 / \varepsilon$  时, 式 (19.18) 中的主要项有如下形式:

$$\frac{\partial}{\partial \theta^2} \left[ \frac{D_{\theta}^t}{(m_e c)^2} \frac{\partial f}{\partial \theta^2} \right], \quad D_{\theta}^t = D_{\perp}^t \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4. \quad (19.19)$$

通过回旋加速散射, 在运动方向角弥散增大情况下可得

$$D_{\theta}^t = \frac{\overline{\theta^2} \theta^2}{2\pi(\gamma-1)^2} \frac{\omega_{He}^4}{n_* c^3} \frac{\varepsilon_*^3 m_e^4 c^6}{\varepsilon^5} \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*} \Psi_3(\gamma), \quad (19.20)$$

式中

$$\begin{aligned} \Psi_3(\gamma) = & \int_0^1 (1-2q)^2 [1 + (1-2q)^2] \\ & \times \frac{q^{\gamma+2} + (1-q)^{\gamma+2}}{q^{\gamma+4} + (1-q)^{\gamma+4}} q^2 dq. \end{aligned} \quad (19.21)$$

类似地, 对于通过吸收电磁波的磁阻尼机制而引起增大运动方向弥散的情况, 可得

$$D_{\theta}^t = \frac{\overline{\theta^2} \theta^2}{\pi(\gamma-1)^2} \frac{\omega_p^4}{n_* c^3} \frac{H^2}{4\pi n_* \varepsilon_*} \frac{\varepsilon_*^3}{\varepsilon c^2} \Psi_4(\gamma), \quad (19.22)$$

式中

$$\Psi_4(\gamma) = \int_0^1 [1 + (1-2q)^2] \frac{q^{\gamma-2} + (1-q)^{\gamma-2}}{q^{\gamma} + (1-q)^{\gamma}} q^2 dq. \quad (19.23)$$

最后, 对于高能粒子的回旋加速散射可得

$$D_{\theta}^t = \frac{2\overline{\theta^2} \theta^2}{21\pi(\gamma-1)^2} \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \right)^2 \frac{\omega_p^4}{n_* c^3} \frac{W^l}{n_* \varepsilon_*} \frac{\varepsilon \varepsilon_*^3}{m_e^2 c^6} \frac{1}{\gamma+4}. \quad (19.24)$$

根据这些公式，人们可获得粒子能量增加和它们沿角度  $\theta$  运动弥散增大的特征时间。我们记住，这些强有力的加速机制仅对于可吸收“捕获”电磁辐射的那些粒子能量值方才生效。

#### § 19.4 强磁场相对论等离子体中的湍动反应堆

当我们写出粒子按能量  $\varepsilon$  和角度  $\theta$  的分布函数的运动学方程时，我们只需保留其中最大的一些项。按小参量  $k_{\perp} v_{\perp} / \omega_H$  展开的表达式中最低次幂是选取一些最大项的形式准则。运用这种准则表明，在所研究的问题中表示扩散加速的最大项是表达式(19.19)，而最大的一些损失与  $p_{\perp}^2$  或角度  $\theta$  的减小有关。保留这两项，我们可把运动学方程写成如下式：

$$\frac{\partial f_{\varepsilon, \theta}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta^2} \left[ \frac{D_{\theta}^t}{(m_e c)^2} \frac{\partial f_{\varepsilon, \theta}}{\partial \theta^2} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta^2} \left( \frac{d\theta^2}{dt} f_{\varepsilon, \theta} \right). \quad (19.25)$$

量  $d\theta^2/dt$  由等式(18.24)——(18.26)决定。

对准稳分布，积分(19.25)可得：

$$\frac{D_{\theta}^t}{(m_e c)^2} \frac{\partial f_{\varepsilon, \theta}}{\partial \theta^2} + \frac{d\theta^2}{dt} f_{\varepsilon, \theta} = 0. \quad (19.26)$$

把等式(18.25)和(19.20)代入(19.26)中，我们就得到方程

$$\psi_3(\gamma) \frac{\partial f_{\varepsilon, \theta}}{\partial \theta^2} = -\frac{8}{15} \frac{f_{\varepsilon, \theta}}{\theta^2}. \quad (19.27)$$

类似地，把等式(18.24)和(19.22)代到(19.26)中我们就获得

$$\psi_4(\gamma) \frac{\partial f_{\varepsilon, \theta}}{\partial \theta^2} = -\frac{4}{3} \frac{f_{\varepsilon, \theta}}{\theta^2}. \quad (19.28)$$

解方程(19.28)使我们能获得一些在磁阻尼损失是重要的能区内粒子分布的参量，而方程(19.27)决定了在回旋加速散射占优势的能区中的  $f_{\varepsilon, \theta}$ 。换句话说，方程(19.28)在能区(18.13)内才是对的，而方程(19.27)则在更低能区才是正确的。

从方程(19.27)和(19.28)立即可得, 粒子按角度  $\theta$  的分布函数具有高斯分布性质, 而角弥散度  $\overline{\theta^2}$  不依赖于能量. 此弥散度不能由粒子分布函数运动学方程的第一级近似确定. 在脉冲星周围空间实际条件下, 参量  $\overline{\theta^2}$  完全可能决定于磁场几何位形和粒子喷射条件. 把分布

$$f_{\epsilon, \theta} \propto \epsilon^{-\gamma} e^{-\theta^2/\overline{\theta^2}} \quad (19.29)$$

代入到式(19.27)和(19.28)中, 我们就得到决定指数  $\gamma$  的方程. 在低能(回旋加速散射)区

$$\Psi_3(\gamma) = \frac{8}{15}, \quad (19.30)$$

而在高能(磁阻尼辐射)区

$$\Psi_4(\gamma) = \frac{4}{3}. \quad (19.31)$$

把方程(19.30)和(19.31)与函数表中  $\Psi_3(\gamma)$  及  $\Psi_4(\gamma)$  数据相比较, 我们可确定在低能区  $\gamma = -2$ , 而在高能区  $\gamma = 2$ .

因此, 强磁场极端相对论等离子体中反应堆方程的自洽解导致更高能量的电子分布函数形式:  $f_{\epsilon} \propto \epsilon^{-2}$ , 这与脉冲星 PSR 0531 的观测资料符合得较好. 在低能区, 我们在这里获得形如  $f_{\epsilon} \propto \epsilon^2$  的分布函数.

这种解破坏了获得上面给出的扩散加速系数的条件, 也就是说, 它并不符合于能区  $\epsilon > \epsilon_*$  的条件. 此外, 分布函数  $f_{\epsilon} \propto \epsilon^2$  在存在磁场的等离子体中表现出强不稳定性(参见 § 17), 它迅速使分布函数展开来, 即导致形成平坦形状. 尽管如此, 这并不意味着湍动反应堆方程的解导致出现不稳定性. 为了决定低能区的  $f_{\epsilon}$ , 我们必须利用在能量  $\epsilon < \epsilon_*$  情况下所计算的扩散系数. 利用这些表达式可以证明, 那时我们得到一个几乎是常数的分布函数, 或更精确地说, 它随能量减小得相当慢. 于是, 渐近式(17.18)是完全令人满意的.

现在,我们就康普顿散射对强磁场湍动反应堆中形成的分布函数的影响作一些评述。因为在这种过程中纵向能量发生改变,从而只有沿能量轴的扩散[由等式(19.17')表示]才可能是重要的。

让我们写出表示因康普顿散射而使能量增加和同一机制中因自发辐射而使能量损失[公式(18.9)]的一些方程。我们得到

$$\frac{\partial f_{\epsilon, \theta}}{\partial \epsilon} = -\frac{P_3}{D_1} f_{\epsilon, \theta} = -\frac{\gamma}{3} f_{\epsilon, \theta}. \quad (19.31')$$

由此可见,康普顿散射形成一种幂律谱,但不能决定指数 $\gamma$ ,后者(例如)可从解方程(19.25)得到。

因此,在粒子分布函数成为幂律形式的区域内,康普顿散射并不改变 $\gamma$ 的数值,甚至如果它们的损失比其它的来得大时,情况亦是如此。而且,这种散射也可把幂律函数延拓到较高能量区。因此,分布函数(17.18)中量 $\epsilon_*$ 可由(18.13)决定,也即由磁阻尼辐射大于回旋加速散射的界限能量所确定:

$$\frac{\epsilon_*}{m_e c^2} \approx \frac{\omega_{He}}{\omega_p} \left( \frac{4\pi W^l}{5H^2} \right)^{1/4}. \quad (19.32)$$

在能量 $\epsilon > m_e c^2 \omega_{He} / \omega_p$ 情况下,回旋加速散射也可导致角度 $\theta$ 的扩散。然而,这里 $p_1^2$ 的损失是比较小的,因此对相应于不等式(18.13)最右边表达式的能量范围,式(19.26)中的第二项就不会与第一项对消。这意味着,电磁辐射吸收使粒子速度弥散增大比因辐射挤压而使弥散减小更为有效。

方程(19.26)的解也可多少是各向同性的分布。我们必须说,可能在这样高的一些频率处等离子体光学厚度不大,因此完全不存在反应堆。然而,如果等离子体光学厚度很大,那么在这里将形成这节开始所研究过的那种类型的各向同性反应堆。我们必须记住,在此情况下强磁场极端相对论等离子

体中与粒子一维运动有关的一切特性(例如阿尔文不稳定性)都要消失。

因此,我们看到,强磁场相对论等离子体中可形成湍动反应堆,其内产生了快粒子的幂律能量分布函数。对不太高的能量,角度 $\theta$ 的分布函数常常具有高斯分布性质,但在理论的第一级近似范围内不可能获得这种分布的弥散度的量值。 $\overline{\theta^2}$ 值可从其它考虑中(例如从粒子在非均匀磁场中运动时的寝渐不变量守恒条件)得到,或者从分析运动学方程的次级近似(由保留按 $k_{\perp}v_{\perp}/\omega_H$ 展式中更高阶项)而获得。为此,我们也必需在辐射概率中考虑按 $k_{\perp}v_{\perp}/\omega_H$ 展式的更高阶项。

## § 20 脉冲星辐射的解释

在发现脉冲星之后,立即就出现了解释它们辐射脉冲性质的首批尝试。已提出了两种假说。其中一种认为,脉冲星是脉动的白矮星,在它们的大气中形成了激波,大致象日冕中发生 II 型爆发那样产生射电辐射爆发。但是,在观测到一些脉冲星具有非常短的周期之后,它甚至用白矮星脉动谱函数都不能得到解释,因而这个假说就被放弃了。按照戈德(Gold, 1968, 1969)首先提出的另一假说,脉冲星是旋转中子星。如果人们假定辐射具有方向特性,那么辐射区的旋转就导致在给定方向上观测到短脉冲式的辐射,它们的相应间距为方向图(图 79)宽度量级。目前,这个假说被认为是最可能的假说。脉冲星电磁辐射的方向性和辐射区的限定通常总归之于磁场的影响。因此,现今的脉冲星理论研究是从强磁场旋转中子星模型出发,而中子星的磁轴并不与旋转轴重合(Hewish, 1970; Ginzburg, 1971; ter Haar, 1972)。

在整个脉冲星课题中,人们多少任意地可分出如下部分:

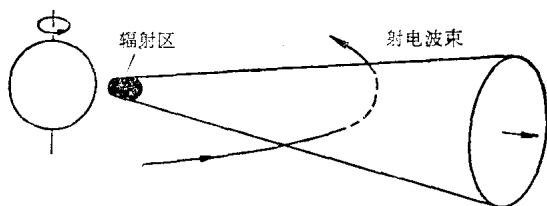


图 79 具有“灯塔”型辐射的旋转中子星模型。活动区以相应于脉冲间隔的角速度旋转。

a) 中子星物理和脉冲星表面物质的性质；b) 旋转能量转移到最接近脉冲星空间的机制和此空间性质(磁场结构、等离子体分布和这个区域内的电场)；c) 在脉冲星周围等离子体中高频(射电、光学和 X 射线)辐射的发射机制，以及 d) 脉冲星活动对远离区(特别是对超新星壳层)的影响。

这里我们将不详细地研究中子星物理和它们表面性质(有关这方面情况可参见一些作者的述评：Ginzburg, 1971; Kirzhnits, 1970 和 Pines, 1970)。等离子体过程对这些性质所起的作用不大。我们仅限于作一些周知的评述。

显然，脉冲星必定是一种致密的体积小而质量大的天体。直到目前为止，我们已知有两种这样的天体：质量可达 1.2 到 1.4\* 太阳质量的中子星和黑洞。黑洞是坍缩到史瓦西球内的恒星。黑洞和中子星不同——除了其它一些特性外——也在于，在黑洞的史瓦西球附近几乎没有磁场\*\*，而在中子星球表面有甚强磁场。这个差异导致辐射条件的重要变化。这种情况可叙述如下。

致密天体附近存在强引力场，黑洞和中子星附近引力场的量级相同，至少离这种天体大约几个半径的距离处是如此。

\* 目前大多数人认为中子星质量上限约为 3 个太阳质量。——译者注

\*\* 除史瓦西黑洞外还有旋转黑洞，据计算旋转黑洞视界附近也有磁场，不过此时磁轴和旋转轴重合。——译者注

这种场导致物质吸积在致密天体表面，因而就伴随着释放巨大能量，它主要以 X 射线形式释放出来 (Zel'dovich, 1964; Salpeter, 1964)。朝向黑洞的不可抗拒的吸积就在它周围产生一个稠密的大气——完全可能是一个盘，它的辐射可能具有热的特征。在密近双星系中，吸积特别重要，在那里致密星把物质从第二个子星拉出来。因此，现在通常认为，最近观测到出现在双星系的大部分 X 射线源可能是黑洞 (有关作为 X 射线源的双星的新近讨论可参考 Burbidge, 1972)。

当具有强磁场的中子星是单星，即当在它的邻域内没有可提供吸积物质的其它恒星时，情况就略有不同。而且，中子星磁场也将明显地阻碍吸积。这里出现的不是吸积而是喷射：物质从它的表面喷出。等离子体密度仍是低的，因而有利于出现各种等离子体过程的条件。因此，脉冲星，也就是具有强磁场的单个中子星，正是在射电波段有着强辐射的天体，可以用等离子体天体物理方法来研究它们。

## § 20.1 旋转能量向近脉冲星周围空间的转移和此空间的性质

脉冲星近域等离子体的性质如何？首先我们将证明这种等离子体是相对论性的。我们可指出两种观测判据，它使我们能估计在产生辐射区内平均电子能量  $\varepsilon_{e*}$  值和电子密度  $n_*$  (Kaplan and Tsytovich, 1972c)。第一，辐射区每单位表面积的总能流  $F$  显然不能大于粒子所携带的能流，即

$$F < n_* \varepsilon_{e*} c. \quad (20.1)$$

第二，在辐射区所有(电磁和等离子体)波的总能量不能超过总粒子能量密度  $n_* \varepsilon_{e*}$ 。因此，由于射电辐射极小频率将为等离子体频率  $\omega_p$  量级，我们就得到射电辐射有效温度的范围：



$$T_{\text{eff}} \leq N_D \varepsilon_{e*} \approx n_* \varepsilon_{e*} \left( \frac{c}{\omega_p} \right)^3 \approx \frac{\varepsilon_{e*}^{5/2}}{(4\pi e^2)^{3/2} n_*^{1/2}}, \quad (20.2)$$

利用 § 16 给出的脉冲星射电辐射的光度和有效温度资料, 我们根据关系式(20.1)和(20.2)就可得到相对论电子平均能量和它们密度的如下估值:  $5 \leq \varepsilon_{e*}/m_e c^2 \leq 10^4$ ,  $10^8 \leq n_* \leq 10^{12}$  厘米<sup>-3</sup>. 为了应用这个理论和作出例证性的估计, 我们假定  $\varepsilon_{e*} \approx 10^3 m_e c^2$  和  $n_* \approx 10^{10}$  厘米<sup>-3</sup>. 我们指出, 一些作者 (Kaplan and Tsytovich, 1971; Levich and Syunyaev, 1971) 较早就研究了脉冲星周围等离子体的相对论特性, 但我们现在给出了直接从观测资料获得的估计, 而不依赖于某些特殊辐射机制的选取.

旋转中子星在周围等离子体中产生某种电磁场位形. 虽然出现了许多有关所谓“脉冲星电动力学”问题的文章, 但我们仍远远没有解决寻找这些场结构的问题. 因此, 我们将限于一些评述, 其中某些或许是新的.

人们通常认为中子星具有磁场, 在第一级近似下可认为它是偶极场. 这种场的偶极矩为  $M \approx H_{\text{max}} R^3$ , 这儿,  $H_{\text{max}}$  是脉冲星表面磁场的极大值, 而  $R$  为脉冲星半径. 脉冲星的旋转轴和偶极磁场的对称轴或许并不重合, 它们完全可能相互垂直. 脉冲星偶极矩在外边产生场强为  $H \approx M/r^3$  的磁场, 它既有不变分量(来自沿旋转轴的偶极矩分量), 又有可变部分(来自垂直旋转轴的偶极矩分量). 可变部分的磁场变化频率等于旋转角速度, 下面把它记为  $\Omega$ .

旋转磁场可感应出宏观电场. 甚至在偶极矩轴和旋转轴相重合时, 也将产生稳恒电场(单极感应). 如果我们忽略周围等离子体影响, 稳恒电场强度为  $E \approx M\Omega R^2/cr^4$ . 垂直于旋转轴的偶极矩分量产生可变场强  $E \approx M\Omega/cr^2$ , 它具有频率  $\Omega$ .

这些电场的存在会导致一些深远的后果(例如参见, Goldreich and Julian, 1969; Michel, 1969; Sturrock, 1971; Cohen and Toton, 1971; Mestel, 1971). 第一, 这些电场将把粒子从脉冲星表面拉出来, 以形成一种围绕脉冲星的稠密磁层, 并导致出现强“脉冲星风”. 在近磁极脉冲星表面区, 物质外流是特别强烈的. 诚然, 正如金兹堡和乌索夫(Ginzburg and Usov, 1972)已指出过的, 巨大的功能函数可以阻碍从脉冲星表面拉出粒子. 在强磁场中物质的电离也出现特殊性质(Kadomtsev, 1970). 第二, 原则上在脉冲星周围空间中电场可把带电粒子加速到甚高能量, 它的量级为

$$\varepsilon \approx eM\Omega/cR^2 \approx H_{\max} e\Omega R/c.$$

第三, 脉冲星周围等离子体可一道被脉冲星旋转所拖曳. 例如, 人们可认为, 直到光速柱以前(即直到离旋转轴距离等于  $c/\Omega$  为止)或是直到使  $H^2/8\pi = n_*\varepsilon_{e*}$  成立的距离为止[即直到距离  $\sim R(H_{\max}^2/8\pi n_*\varepsilon_{e*})^{1/6}$  为止], 整个脉冲星周围等离子体都作刚体旋转. 当然, 在此情况下, 脉冲星周围的电场和磁场结构是完全不同的.

但是, 刚才所述的结论没有一条是确定无疑的. 整个一道拖曳脉冲星周围等离子体并不完全可能. 首先, 这里假定场冻结是不对的, 因为在相对论等离子体中通常不出现这种情况(Tsytoich, 1961a). 其次, 在这里反常阻抗作用也是很大的(Coppi and Ferrai, 1970). 我们稍许详细地研究这个问题. 我们在 § 18 已证明, 在强磁场极端相对论等离子体中, 必然会产生频率约为  $\omega_p$  的阿尔文波和纵波不稳定性. 这种湍动的能量密度甚至可与粒子能量密度相当.

很明显, 由等离子体湍动波引起粒子的散射以及相对论粒子之间的一点也不稀少的碰撞就决定了相对论等离子体的导电率. 湍动能量密度很大时电导率反常低, 强感应电场的

存在导致在脉冲星周围等离子体中出现束不稳定性，也即导致出现额外的等离子体湍动源。一般非常可能的是，在脉冲星周围等离子体中总是存在等离子体湍动，而且这种湍动的能量密度也常常可与粒子能量密度相比拟。在此情况下粒子的特征自由运行时间  $\tau$  将可与  $\omega_p^{-1}(W/n_*\varepsilon_{e*})^{-2}$  相比拟 [参见式(17.13)]，而当  $W/n_*\varepsilon_{e*} \leq 1$  时，它达到  $1/\omega_p$  的值。于是极端相对论等离子体的反常电导率的极小值为

$$\sigma \approx \frac{n_* e^2 c^2}{\varepsilon_{e*}} \tau \approx \frac{n_* e^2 c^2}{\varepsilon_{e*} \omega_p} \approx \frac{\omega_p}{4\pi}. \quad (20.3)$$

于是在电场  $E$  中粒子获得的能量不超过

$$\varepsilon \approx ecE\tau \approx \frac{ecE}{\omega_p} \approx \varepsilon_{e*} \left[ \frac{E^2}{4\pi n_* \varepsilon_{e*}} \right]^{1/2}. \quad (20.4)$$

当湍动态建立时，可能  $W^l \approx n_* \varepsilon_{e*} \approx E^2/4\pi$ 。处于已建立的等离子体湍动态并具有电导率 (20.3) 的介质中，电流密度为  $j \approx \omega_p E/4\pi \approx n_* ec$ 。

在较弱的磁场中 ( $H^2/8\pi \ll n_* \varepsilon_{e*}$ )，等式(20.3)才是对的。在相反情况下，有效碰撞频率近于  $\omega_{H*}$ ，以致

$$\sigma \approx \frac{\omega_p^2}{4\pi\omega_{H*}}. \quad (20.5)$$

这里重要的是，电导率变得非常小并且随离脉冲星距离增加而减小得很利害。人们可认为条件  $H^2/8\pi \approx n_* \varepsilon_{e*}$  把脉冲星附近空间分成为共转区和非共转区。如果情况正是如此，那么共转区就位于光速柱里面。因为在共转和非共转区之间的层中反常电导率出现实质性的降低，那么当与共转等离子体相比较时，我们就可把该区 ( $H^2/8\pi < n_* \varepsilon_{e*}$ ) 等离子体看作是良导体。这可导致磁力线闭合在脉冲星非共转区内，因而明显地减小因脉冲星旋转而使之随时间变化的那部分磁矩。然而，甚至在与碰撞电导率相比时，电导率(20.3)也还是非常小，因此导致磁力线不被冻结的状态。

因此, 不存在冻结和脉冲星周围等离子体的电导率反常低就使我们可以假定, 等离子体不可能一道被脉冲星旋转所完全拖曳。另一方面, 假定脉冲星周围等离子体不动也是不可能的。如果情况确实是这样的话, 那么在无运动等离子体区中, 稳恒部分的磁场和电场也将变得相当强。那里重又出现强环形静磁场, 场强为  $H \approx 4\pi\sigma M\Omega R^2/c^2 r^3$ , 而交变电场和磁场仅渗透到无运动等离子体中的一个趋肤深度

$$c/\sqrt{4\pi\sigma\Omega} \approx c/\sqrt{\omega_p\Omega}.$$

脉冲星的电场和磁场的稳恒和交变部分将对脉冲星周围等离子体施加一种旋转作用, 其力偶为

$$N = \frac{1}{c} \int \mathbf{r} \times (\mathbf{j} \times \mathbf{H}) d^3\mathbf{r} \approx \frac{\sigma}{c} \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) d^3\mathbf{r} \quad (20.6)$$

趋肤层区每单位体积的力偶大小约和稳恒场区中的相同, 并等于  $H_{\max}^2 R^2 \sigma \Omega / c^2$ 。遗憾的是, 考虑到等离子体惯性和粘滞性, 被这种力偶所一道拖曳脉冲星周围等离子体的问题, 迄今还没有研究过。

此问题的另一方面——脉冲星旋转磁矩所引起的低频波辐射——明显吸引更多的注意, 有关电磁辐射的讨论, 可参考一些作者 (Pacini, 1967, 1968; Gunn and Ostriker, 1969; Bertotti, Cavaliere and Pacini, 1969; Kaplan and Eĭdman, 1969, 1971b) 的文章, 而阿尔文波的辐射, 例如已由多库恰耶夫 (Dokuchaev, 1970) 和库尔斯鲁德 (Kulsrud, 1971) 计算过。

如果我们假定, 环绕脉冲星的等离子体并不阻碍这种电磁辐射, 而这种低频波 (频率为  $\Omega$ ) 的相速等于  $c$ , 那么辐射功率等于

$$L \approx M^2 \Omega^4 / c^3. \quad (20.7)$$

因为辐射能量取自脉冲星的旋转能(它正比于  $\Omega^2$ ), 那么脉冲星角速度的减小就由下式给出:

$$\frac{d\Omega}{dt} \propto \frac{L}{\Omega} \propto \Omega^3. \quad (20.8)$$

众所周知(例如参见 ter Haar, 1972), 观测到的这种依赖关系要弱一点:  $(d\Omega/dt)_{\text{obs}} \propto \Omega^{2.2-2.6}$ .

但是, 还不清楚的是, 脉冲星周围等离子体将如何改变这种辐射的特性. 这里我们必须记住, 所研究的电磁波形成于波带区, 即半径为  $c/\Omega$  的光速柱范围以外. 可能这儿等离子体被此辐射所驱散, 因此可认为这里是真空, 以致公式(20.7)仍是对的.

为了估计阿尔文波辐射, 我们必须记住它们的相速度很强地依赖于外磁场与它们波矢量间的夹角  $\vartheta$ . 根据 § 17 材料考虑到极端相对论等离子体中阿尔文波相速近于  $c \cos \vartheta$ , 我们就能得到阿尔文波偶极辐射的总功率:

$$L_A \approx \frac{M^2 \Omega^4}{c^3} \left\langle \frac{1}{\cos^3 \vartheta} \right\rangle, \quad (20.9)$$

式中对方向的平均, 即  $\langle \cos^{-3} \vartheta \rangle$ , 可由考虑方向图而予以完成. 显然, 对阿尔文辐射功率的最大贡献来自具有最小相速  $c \cos \vartheta_{\min}$  的波, 也即具有最小波长  $\lambda_{\min} = 2\pi c \cos \vartheta_{\min} / \Omega$  的波. 如果我们假定  $\lambda$  不依赖于频率[例如假定它取决于发射体的大小, 正如一些作者(Dokuchaev, 1970; Kulsrud, 1971)所认为的那样], 那么从式(20.9)就可得到  $L_A \propto \Omega$  和  $d\Omega/dt \sim$  常数. 于是阿尔文辐射功率仍然反常地高. 但是, 事实上脉冲星所辐射的低频阿尔文波的极小波长取决于脉冲星周围等离子体条件, 特别取决于它的电导率. 因此, 辐射功率与频率的实际依赖关系可能不同于刚才给出的极限情况, 特别是我们或许可以此解释量  $d\Omega/dt$  与观测频率的依赖关系.

总结迄今为止我们所作的论述,人们就可得到下列结论。在脉冲星周围区域,磁场和电场分布的完整图象远没有弄清楚。但是,几乎不可避免地可作出结论:脉冲星旋转在这儿产生强等离子体湍动区,粒子并不被加速到非常高的能量,但产生了一种准稳态,在其中粒子、湍动振荡和电场的平均能量密度都可相比拟。磁场能量密度或许要明显大一些。脉冲星周围等离子体部分地被脉冲星旋转一道拖曳,而且它从强磁场区朝外移动到弱场区。加热脉冲星周围等离子体和使它运动的能量是取自脉冲星的旋转能。

比较接近脉冲星表面、距离约几个脉冲星半径的地方( $10^6$ — $10^7$  厘米),可能存在产生高频射电、光学和 X 射线辐射的一些区域。显然,这些区域也和脉冲星一道旋转。辐射区近于脉冲星表面这个事实,可从射电脉冲相对于光学脉冲不存在明显推迟(Drake, 1971)而得到。辐射近于脉冲星表面(至少对所有 O 型脉冲星)的另一个强有力的证据(ter Haar, 1972)是复杂脉冲的包络经过一些长周期而精确地重复出现。如果辐射产生在远离表面的区域,那么脉冲包络对所有脉冲星都是相同的,或者经过一些长周期它不会重新出现:一些单个脉冲星存在特征脉冲包络似乎表明了中心体的某些不变的特征(而此中心体决定了周期内各种位相值处的辐射强度)。

蟹状星云脉冲星高频辐射的总能量为旋转能损失的量级,它容易从旋转减慢来确定;可能对其它脉冲星也同样如此(Tsytoich, Buckee and ter Haar, 1970a, b)。

## § 20.2 脉冲星辐射的同步加速假说

如同研究许多其它大功率宇宙源情况一样,为解释脉冲星辐射首先被引用的是同步加速机制(Shklovskiĭ, 1969,

1970; Zheleznyakov, 1970b). 在 § 15 中我们已论述了利用同步加速机制分析天体辐射的方法, 因此在这里我们立即给出一些结果.

利用这个机制, 在选取如下一些参量情况下, 我们就可以解释蟹状星云脉冲星的光学和 X 射线辐射. 假定极大强度出现在频率  $\omega_* \approx 10^{15} \text{ 秒}^{-1}$  处, 我们得到  $\omega_{He} \approx 10^{10} - 10^{12} \text{ 秒}^{-1}$  ( $H \approx 10^3 - 10^5$  奥斯特); 辐射电子密度  $n_* \approx 10^{13} - 10^{14} \text{ 厘米}^{-3}$ ; 分布函数达到极大时的电子能量  $\varepsilon_*/m_e c^2 \approx 10 - 100$ . 相对论电子等离子体频率为  $\omega_p \approx 10^{11} \text{ 秒}^{-1}$ , 也即可与  $\omega_{He}$  相比拟, 但大于  $\omega_H \approx eHc/\varepsilon_*$ . 辐射区大小约  $10^7$  厘米. 我们必须强调, 所有这些估计多少是单义性的, 因此如果我们较大地改变一个参量(例如  $n_*$ ), 那就不可能找到另外的自洽解.

所获得的估计虽不和脉冲星周围空间的可能条件相矛盾, 但也有一些其它严重困难. 第一, 电子仅在一个非常短时间内才有辐射. 甚至具有  $\varepsilon \approx \varepsilon_*$  的电子只在  $10^{-2}$  秒内就把它们的能量损失掉, 而产生 X 射线辐射的电子则在大约  $10^{-5}$  秒内就耗完了它们的能量. 这意味着辐射区内必须存在很有效的加速机制, 它也将很大地改变辐射条件.

第二, 等离子体频率  $\omega_p$  明显大于射电频率, 以致我们现在必须假定, 射电辐射区比起光学辐射区处于更远离脉冲星的地方(约远 10 倍或更多), 因而这明显地与观测资料即与脉冲的一致性相矛盾.

第三, 根据所有辐射的方向性, 我们必须认为电子速度分布是各向异性的. 例如曾认为电子基本沿磁场运动(铅笔方向图)或接近于磁偶极赤道平面上运动(扇形方向图). 但是, 相对论电子的这些和其它的分布相对于激发等离子体波和电磁波(在频区  $\sim 10^{11} - 10^{12} \text{ 秒}^{-1}$ )是不稳定的. 一方面这意味着很难实现这种各向异性分布, 而另一方面应当正好在

已观测到脉冲星谱曲线间隙的一些频率处观测到强辐射爆发。

在同步加速假说的框架内，如果我们试图解释脉冲星的射电辐射，甚至还要遇到更大困难。这里需要放大电磁辐射或需要由大量电荷组成的一些束中相干产生电磁辐射，金兹堡(Ginzburg, 1971)称后一种机制为天线机制。

由于折射率的影响，通过同步加速不稳定性就能获得电磁辐射的放大(Zheleznyakov, 1967b; Sazonov, 1969, 1970)。然而，在脉冲星的实际条件下这种效应是不重要的，因为它要求存在冷等离子体，或它仅在非常弱磁场中才有可能。

当所有电子几乎严格在与磁场垂直的平面内 $\left(\left|\theta - \frac{1}{2}\pi\right| \ll m_e c^2 / \varepsilon\right)$ 运动时，就会在同步加速机制中出现另一种的可能放大(Sazonov and Tsytovich, 1968)。但是，相对于其它等离子体模式(例如阿尔文波)而言，这种分布是相当不稳定的(Lerche, 1966)。此外，很快地加热等离子体就会迅速增大速度方向弥散，以致同步加速不稳定性消失。

一些作者(Pacini and Rees, 1970; Gold, 1971)已经提出射电辐射出现在一些相干发射的相对论电子束中。然而，人们可以证明由于同步加速辐射本身原因，这些束会迅速地扩散(Bonch-Osmolovskii, Perel'shtein and Tsytovich, 1969; Bonch-Osmolovskii, Makhankov, Tsytovich and Shchinov, 1971)。束的平均自由程由下式确定：

$$l \approx \frac{c}{\omega_H} \left( \frac{\varepsilon}{e^2 n_e \lambda^2} \right)^{1/2}, \quad (20.10)$$

式中 $\lambda$ 是束的尺寸，同时大约为产生相干辐射的波长。公式(20.10)在 $l \gg \lambda$ 和 $l \gg c/\omega_H$ 时才对。在脉冲星周围空间的条



件下，束的平均自由程在所有方案中仅比它的尺寸大几倍。卡普兰和埃伊德曼 (Kaplan and Eidman, 1971a) 已提出在甚强波场中建立在相干加速电子到相对论能量基础上的射电辐射机制。

也提出了另一些天线和同步加速机制的派生机制以及甚强磁场中十分稠密等离子体的不稳定性 (Chiu and Canuto, 1969, 1971)，但我们不在此讨论它们。

### § 20.3 弱磁场中辐射的康普顿机制假说

我们早就指出过，在辐射区应该激发起强等离子体湍动。甚至如果我们不管其它原因，电磁波的康普顿散射本身也有效地把它们的能量转移给等离子体波。的确，如果我们计算能量从横波（利用观测的强度）转移到纵等离子体激元的增长率，那么相当大的能量交换会发生在脉冲间距的特征时间内。然而，在脉冲星周围空间中，等离子体湍动的产生完全可能直接与能量从脉冲星表面转移到辐射区的机制有关。

在辐射区存在等离子体湍动就可能使康普顿辐射机制起作用。为了获得对 PSR 0531 的估算，例如说我们将从下列一些条件出发 (Kaplan and Tsytovich, 1970b, 1971)。因为脉冲星的辐射谱在  $\omega \lesssim 10^8 - 10^9$  秒<sup>-1</sup> 处减弱下来，人们就可取这个值近于等离子体频率，虽则减弱部分将是由于更低频率处脉冲加宽所致 [参照 Higgins, Komesaroff and Slee (1971) 的工作]。假定在  $\omega_* \approx 10^{15}$  秒<sup>-1</sup> 处红外和光学辐射的谱极大是由于再吸收所致，我们从等式 (19.4) 和 (19.7) 就可得到  $\epsilon_* \approx 3 \times 10^3 m_e c^2$  的估值，这儿已假定  $W^1 \approx 0.1 n_* \epsilon_*$ 。这里相对论电子密度为  $n_* \approx 10^{11}$  厘米<sup>-3</sup>。

光学谱极大的辐射强度  $I_\omega \approx 10^4$  尔格/厘米<sup>2</sup> 甚至比观测值还要来得大。因此，康普顿机制解释光学和 X 射线辐射并

不比同步加速机制更坏而是更加好(去掉了对粒子密度的苛刻要求以及射电辐射也可能出现在光学辐射源区)。

另外我们指出,辐射谱极大也可能有另一种解释,这时它可能与粒子分布函数极大也即与量  $\omega_p(\varepsilon_*/m_e c^2)^2$  有关。在同步加速机制情况下是不可能这样做的,因为那时在低频区  $I_\omega \propto \omega^{1/3}$ , 这显然与观测资料相矛盾。但是,在这里  $I_\omega \propto \omega$  [参见等式(13.22)], 它与观测资料符合得很好。而且这种解释也能说明某些我们早已提到的按观测资料和按光学厚等离子体关系式估计出来的  $I_\omega$  之间的差别。

康普顿机制优越于同步加速机制是解释脉冲星射电辐射的一种引人注目的特点。康普顿机制使电磁辐射场达到放大要容易得多。确实,脉冲星射电辐射出现在大约从  $\omega_p$  到  $10\omega_p$  的频带内,在其中可发生纵和横等离子激元间的强相互作用。顺便提一下,我们记得相对论等离子体中纵波的频率范围约为  $5\omega_p$ 。存在各向异性就使频区宽度因受激转移而增大。在低于  $\omega_p(\varepsilon_*/m_e c^2)^2$  的一些频率处,即在射电辐射区,这种转移的增长率可由等式(17.14)决定,此式表明在脉冲星射电辐射区放大电磁波的光学厚度直至约  $10^{11}$ — $10^{12}$  秒<sup>-1</sup> 的频率都必须为 1 的量级。

我们指出,通过降低频率的高频电磁波康普顿散射也可能直接放大电磁波(参见 § 13 及 Kaplan, Tsytovich and Chikhachev, 1970),为了获得估值,这里必须把等式(13.57)重新写成适用于相对论等离子体情况:

$$\frac{\gamma(t+e \longleftrightarrow t'+e')}{\omega_p} \approx \frac{\omega_p}{\omega} \frac{m_e c^2}{\varepsilon_*} \frac{W_*^t}{n_* \varepsilon_*}. \quad (20.11)$$

把上述参量值代入此式,我们就得到转移的特征时间约为  $10^{-3}$  秒。因此,脉冲星射电辐射放大可用降低频率的康普顿散射引起能量从高频光学及 X 射线波段直接转移到射电波

段来解释。

所有能量的估值也是合理的。例如我们得出射电辐射的有效温度为  $T_{\text{eff}} \approx 2\pi^2 W l c^3 / \omega_p^3 \approx 10^{31} \text{K}$ 。湍动加热的特征增长率相当大[按照式(17.13)  $\tau \approx 1/\gamma$ ，约为  $10^{-6}$  秒]。因此，已接近脉冲星表面的等离子体就被剧烈地加热。为独立估计  $\epsilon_*$ ，我们可以利用在湍动等离子体反应堆理论中所获得的公式(19.4)，从它我们得到  $\epsilon_* \approx 10^4 m_e c^2$ ，它比上面在解释观测资料时所获得的值大三倍，但这个差别是不重要的。

因此，脉冲星辐射的许多特征，特别是射电和光学辐射区的一致性，都能用康普顿机制来解释。但是这些观念也遇到一些困难。首先，还不清楚的是：现在如何解释辐射具有很强方向性及它与频率的无关性。此外，在公式(19.6)所描述的反应堆中，不能获得产生 X 射线辐射的电子极大能量，以致粒子加速到最高能量的问题仍未解决。

## § 20.4 强磁场等离子体的回旋加速和磁阻尼辐射假说

显然，只有假定几乎精确地沿磁场运动的粒子发出辐射才可能解释这种辐射的方向性。最近，布格 (Buckee, 1972) 和米兰达 (Miranda, 1972; 也参见 ter Haar, Buckee and Miranda, 1973) 已证明，在脉冲星周围等离子体中(其内存在有相对论粒子束)可以发出具有观测到功率的射电辐射。他们采用等离子体密度约为  $10^{10} \text{厘米}^{-3}$ ，等离子体温度近  $10^4 \text{K}$ ，而束密度约  $10^8 \text{厘米}^{-3}$  以及束速度约  $10^9 \text{厘米/秒}$ 。在离表面几个脉冲星半径距离处(这儿磁场约  $10^9$  奥斯特)，等离激元的康普顿散射将产生射电辐射，它基本上垂直于磁场而且具有线偏振。此外，格劳斯和特哈尔 (Grounds and ter Haar, 1973) 已证明，偏振将不受辐射穿过脉冲星磁层的影响。重要的是考虑到粒子辐射本身导致它们的运动向磁场挤

压(参见 § 18), 齐托维奇、布格和特哈尔 (Tsytovich, Buckee and ter Haar, 1970a, b) 曾首先把这种效应运用到脉冲星同步加速辐射模型中去。

强磁场等离子体的第二个特征(它对解释脉冲星是重要的)是: 发展了的高频不稳定性(参见 § 18)导致形成各向异性粒子分布(具有不依赖于粒子能量的角弥散)的自洽图象。

上面已叙述过的一切都发生在具有  $\omega_H \gg \omega_p$  的等离子体中。这种等离子体过程的理论已在本章头几节研究过, 我们将利用那儿所获得的关系式。开始, 我们从这样的假定出发: 射电辐射下降频率 ( $\sim 10^8$  秒<sup>-1</sup>) 相应于频率  $\omega_p$ 。但是, 射电辐射频率落到相对论等离子体回旋频率区 (就是  $eHc/\epsilon_*$ ) 的情况也是可能的。

在前一种情况下射电辐射可能与阿尔文不稳定性 and 激发阿尔文波及朗缪尔波有关, 而光学辐射可用 § 18 中研究过的高频辐射机制来解释。这里也可能有各种方案。光学辐射谱极大可解释为再吸收的影响, 或用存在自发辐射谱极大来解释。在这些机制中我们还必须考虑频率与能量的不同依赖关系。

如果我们假定, 光学辐射谱极大相应于再吸收效应, 那么就得到两种辐射机制(即磁阻尼辐射和回旋加速散射)在频率  $\omega_{He}\epsilon/m_e c^2$  处都作出类似的贡献。结果在频率  $\omega_{He}\epsilon_{e*}/m_e c^2$  处的极大接近于因再吸收所产生的极大。我们指出, 在低频区与再吸收有关的谱下降很陡, 近似地按  $I_\omega \propto \omega^5$  [参见式 (19.10)] 陡降。如果极大取决于能量  $\epsilon_*$ , 那么在磁阻尼辐射情况下对低频区可得  $I_\omega \propto \omega^2$ 。

把观测资料与理论关系相比较, 这时可得出参量估值如下:  $\omega_p \approx 10^8$  秒<sup>-1</sup>,  $\omega_{He} \approx 3 \times 10^{12}$  秒<sup>-1</sup>,  $H \approx 10^5$  奥斯特,  $\epsilon_{e*}/m_e c^2 \approx 3 \times 10^2 - 10^3$ ,  $\omega_H \approx 10^{10}$  秒<sup>-1</sup>, 也即确实远大于  $\omega_p$ 。相对论

电子密度约为  $3 \times 10^9$  厘米<sup>-3</sup>，从等式 (19.32) 和 (17.32) 可获得另一种  $\varepsilon_*$  的估值： $\varepsilon_{e*}/m_e c^2 \approx 3 \times 10^3$ ，一般说来它并不与初次估值矛盾，利用散射效应和式 (19.1) 及 (17.13) 估计出的等离子体加热是不太有效的。

利用公式  $T_{\text{eff}} \approx 2\pi^2 W^1 c^3 / \omega_p^3$  来估计射电辐射的有效温度，得到其值约为  $10^{29} - 10^{30}$  K。这个值等于观测到的量级，但我们还应该考虑到吸收，其它一些脉冲星的有效温度要低得多，但要求它们有另一些等离子体参量，因为至今还未观测到的高频辐射有较低的强度并且极大位于较低频区。

基于旋转减慢的全部能量都在高频谱端辐射出来的假定，齐托维奇、布格和特哈尔 (Tsytoovich, Buckee and ter Haar, 1970a, b) 给出了一些脉冲星的  $\omega_*$  的可能估值。结果，这些频率为  $10^{13} - 10^{14}$  秒<sup>-1</sup> 量级。如果考虑到极大辐射强度正比于  $(\omega/\omega_{He})^3$ ，由此立即可得到其它一些脉冲星的高频辐射不仅位于谱的红外区，而且它们的强度比蟹状星云脉冲星还低 3—6 个量级。 $\varepsilon_*$  和  $n_*$  的估值也大约低 1—2 个量级，这也使射电辐射的有效温度降低 2—5 个量级。

这种解释使我们至少定性上能说明辐射的偏振。正如我们在 § 18 中指出的，在方向图范围内磁阻尼辐射和回旋加速散射会使偏振出现明显的变化——方向图边缘出现极大而在中心则极小。从图 73 可看出，蟹状星云脉冲星的光学辐射偏振正好显示出这些特征。

就射电辐射偏振而论，它取决于磁活动等离子体中电磁波传播条件 (Zheleznyakov, 1970b) 或湍动等离子体中电磁波传播的条件。在后一种情况下，当辐射通过更高层时，偏振就与它的再吸收性质有关。这里再吸收决定于 § 18 所描述的一些机制，因此射电辐射偏振有和高频波那样的相同性质。

光学辐射的方向性取决于所研究的模型中粒子几乎严格

沿磁力线运动。利用公式(18.24)和(18.25), 我们就能得到在辐射区辐射挤压时间的估值, 它们约为几秒, 但在更深层, 该处磁场大于  $3 \times 10^5$  奥斯特, 挤压时间就短得多。这意味着, 粒子的纵向运动(即实质上是辐射的方向性)是在较深层内产生的。在这些情况下由于粒子极其迅速地向磁力线坍塌, 可能就不会出现辐射。在穿进较弱场区时, 一方面由于寝渐不变量守恒, 粒子获得较小的  $p_{\perp}$  值, 另一方面由于磁力线的弯曲, 增大了它们的交角。因为这里辐射挤压还不够大, 故将会出现较强的辐射。换句话说, 脉冲星辐射区可由减弱辐射挤压的条件来决定。脉冲宽度即总辐射的方向性取决于磁力线发散的条件。

在所研究的方案中, 康普顿散射[在频率  $\omega_p(\varepsilon/m_e c^2)^2$  区]并不能决定辐射区参量, 但它对 X 射线辐射可能是重要的。验证这个假定的可能判据最好是发现 X 射线谱区有 100% 的偏振。

在解释观测资料的另一种方案中, 人们可假定光学谱区的辐射取决于在频率  $\omega_p(\varepsilon/m_e c^2)^2$  处的康普顿散射, 而辐射极大相应于频率  $\omega_p(\varepsilon_*/m_e c^2)$ 。于是只在明显较低的一些频率处光学深度才达到 1 的量级。频率小于  $\omega_p(\varepsilon_*/m_e c^2)^2$  的辐射强度这时就表现为  $I_{\omega} \propto \omega^{-1/2}$ 。

这种方案给出的参量估值为  $n_* \approx 3 \times 10^{11}$  厘米<sup>-3</sup>,  $H \approx 3 \times 10^5$  奥斯特,  $\varepsilon_*/m_e c^2 \approx 3 \times 10^3$ 。因此, 这里需要较大的相对论电子密度。这时辐射偏振度近于 100%, 而脉冲中心并不出现下降。

还有一种解释方案是基于假定观测到的射电频率相应于回旋频率  $eHc/\varepsilon_*$ 。在此情况下辐射区的参量如下:

$$H \approx 3 \times 10^4 \text{ 奥斯特,}$$

$$n_* \approx 10^9 \text{ 厘米}^{-3},$$

$$\varepsilon_*/m_e c^2 \approx 3 \times 10^3.$$

等离子体频率约为  $3 \times 10^7$  秒<sup>-1</sup>。在光学谱区系统是透明的。这种方案似乎不可取的理由如下：弱磁场不能保持挤压，因而不能保持辐射的方向性。等离子体频率近于回旋频率，因此人们很难期望在小于  $10^8$  秒<sup>-1</sup> 的一些频率处会出现下降，但应该记住，脉冲加宽可以产生这种下降。在这种方案中所获得的弱磁场并不符合在强磁场中脉冲星周围等离子体特征的整体概貌。

现在，回到刚研究过的最有利的方案，我们再次强调在现代等离子体理论范畴内可定性地理解脉冲星辐射的特征是：a) 方向性，即辐射的脉冲特性；b) 它的偏振；c) 射电辐射的高有效温度的可能性（可用强磁场中的不稳定性来解释）。仍然一直不清楚的是，人们如何才能把粒子加速到高能——对 X 射线辐射要求  $\varepsilon/m_e c^2 \approx 10^5$ 。

在强磁场极端相对论等离子体中可能形成 § 19 中研究过的那种湍动反应堆，在其内也会发生粒子加速。然而，估计表明这种反应堆应该处于脉冲星表面近域。由于支配总能量损失的辐射挤压效应，在其内被加速的快粒子就严格沿磁力线而进入远离脉冲星表面的辐射区。

等离子体反应堆或许可能也存在于坍缩星周围空间内。的确，物质吸积期间强激波的形成可以产生等离子体湍动，并且可长期维持它。在量级为  $10^{18}$ — $10^{19}$  厘米<sup>-3</sup> 的等离子体高密度（通常对双星系统中的吸积采取这种量级值）情况下，湍动反应堆就建立起来。此反应堆辐射的极大频率至少为  $10^{17}$  秒<sup>-1</sup> 量级。

## § 20.5 脉冲星和超新星壳层的活动

众所周知，在蟹状星云中我们观测到从脉冲星 PSR 0531

传播出来的扰动。它们可能与脉冲星表面喷出的粒子流有关。这个脉冲星应该提供为解释（例如）星云 X 射线辐射所必需的高能粒子。因此我们就遇到“脉冲星风”问题。

我们在上面已指出，为解释整个波长区脉冲星的辐射只要求有与磁场成一角度而运动的比较少量的粒子。但是，可能有更大量的粒子严格沿磁力线逃逸或从脉冲星磁层中扩散而不产生明显辐射。

从给出的辐射区一些参量可估计出极小粒子能流约为  $10^{30}$  尔格/秒，或粒子流量约为  $10^{33}$  粒子/秒。这种流量和辐射本身在脉冲星周围很大距离上产生了等离子体湍动区域。从束不稳定性增长率 (12.60) 和从放大电磁波增长率 (4.59) 估计得出，此区的尺寸约为  $10^{11}$ — $10^{13}$  厘米。

在这个区域内，主等离子体的粒子数约为  $10^{40}$ 。等离子体湍动对它们加热和加速，因此这些区域可能是次级宇宙线粒子源。在此区域中相对论粒子密度约低 2 个量级。

可能，在被脉冲星辐射及从脉冲星喷出的粒子流所激起的等离子体湍动区内，也应形成如在蟹状星云中所观测到的那样一些“束状物”及其它宏观形成物。这些问题的讨论已超出了本书的范围。



## 结 束 语

### (等离子体天体物理进一步发展问题)

在本书中，我们已较为完整地研究了一些等离子体天体物理问题，一方面这些问题对我们来说是最为重要的，另一方面在理论的现阶段允许我们在宇宙等离子体已知性质的范围内来研究它们。当然，在本书中我们全然没有研究所触及到的问题的所有方面。在某些情况下，我们只讨论了问题的提法以及解决它的可能途径。但是，在许多场合我们能获得相当满意的定量解。

对于其它一些重要问题，甚至连解决它们的途径都还不清楚。现在，我们将简短地讨论在已提及到的课题中未解决的一些问题以及对一些新问题的可能处理。

#### 1. 等离子体天体物理中未解决的问题

有关朗缪尔湍动理论的一些问题在确定的近似下已相当充分地研究过，但离子声湍动问题还远没有解决。虽然如此，它的结果对解释太阳、行星际介质和地球磁层等许多不稳态过程仍是很重要的。它对脉冲星周围空间电动力学问题也是十分重要的。特别是在色球耀斑理论中离子声湍动能转变为快粒子的能量是很重要的。迄今实验上已详细研究了这个问题，因此人们应该希望这种效应的复杂理论及实验研究将使我们能找到相应的天体物理问题的解答。显然，阿尔文波和磁声湍动性质的更为详细的了解对解释发生在太阳风中的现象将有重大价值。

我们也需要详细分析天体物理(特别是湍动等离子体)中非线性辐射转移的各个方面. 考虑转移的非线性性质就可能得出它对观测来自强宇宙源(例如类星体或脉冲星)辐射的特性有着重要的影响. 本书对湍动等离子体中辐射转移仅在第一级近似下作出估计, 其中忽略了等离子体非均匀性及折射等等. 当然, 将来必须对此问题作更为精细的分析.

虽然束与等离子体相互作用是等离子体物理中充分研究过的问题之一, 但它在天体物理方面却包含了许多未解决的课题, 例如与束从星系核中喷射有关的一些问题. 那时所出现的等离子体天体物理的宏观效应对天体物理来说是重要的.

我们也需要深化对湍动等离子体反应堆, 特别是辐射及粒子从反应堆逃逸问题的理论研究. 为此, 我们需要分析辐射和粒子向近邻空间的自洽扩散. 我们还需要详细发展均匀反应堆理论, 从而考虑到(例如)在弱磁场情况下粒子和辐射的各向异性, 或考虑到强磁场情况下高谐回旋加速共振.

## 2. 宇宙线谱的问题

反应堆理论的重要成就是预测了粒子的幂律谱. 原则上这使我们能提出在一些源中宇宙线谱问题, 根据等离子体湍动性质的现代观念, 在其内形成了这种谱. 我们记得, 观测到宇宙线的离子谱表现有明确的幂律特征, 它的指数  $\gamma$  对于  $10^9$  到  $10^{15}$  电子伏的宽能量范围都等于一个单一的值 2.6. 当  $\epsilon \approx 10^{15}$  电子伏时谱指数增大到  $\gamma = 3.2$ , 而当  $\epsilon \approx 10^{18}$  电子伏时它可能又等于 2.7(图 80). 在从  $10^{18}$  到  $10^{20}$  电子伏的能量范围没有可靠的资料. 宇宙线电子有同样的能量幂律谱, 在从  $10^8$  到  $10^{12}$  电子伏能量范围大约有相同的  $\gamma$  值(图 81). 宇宙线的高度各向同性是它们重要的观测特性之一. 金

兹堡和瑟罗瓦茨基 (Ginzburg and Syrovatskiĭ, 1964a) 在他们的书中详细地描述了宇宙线的性质。一些作者 (Bulanov, Dogel' and Syrovatskiĭ, 1971) 已讨论了电子成分的性质。

直接在源中形成谱以及宇宙线粒子穿过星际和星系际空间时的畸变是形成观测谱最为重要的问题。在这两个问题中等离子体过程可能起着重要作用。宇宙线在空间的传播问题是较为简单的问题。首先必须指出,等离子体不稳定性的发展可以保证宇宙线的各向同性。在这些不稳定性中我们可以提到朗缪尔不稳定性 (Ginzburg, 1966; Tsytovich, 1966b; Pikel'ner, 1969) 和阿尔文不稳定性 (Lerche, 1967; Pikel'ner, 1968; Pikel'ner and Tsytovich, 1969b)。显然,这些不稳定性的联合作用可以保证宇宙线非常高度的各向同性。在这里非线性稳定效应是重要的。金兹堡、普丘斯金和齐托维奇 (Ginzburg, Ptuskin and Tsytovich, 1973) 已详细分析了这些不稳定性对我们银河系中宇宙线各向同性和扩散的可能作用。按照目前概念,在  $10^{15}$  和  $10^{18}$  电子伏之间的一些能量处谱的弯曲 (参见

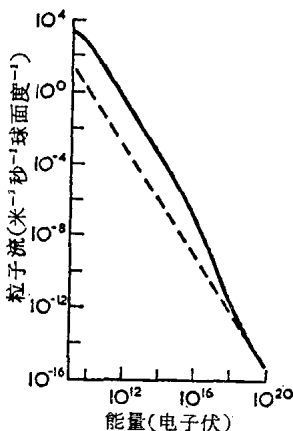


图 80 宇宙线离子成分的观测能谱。

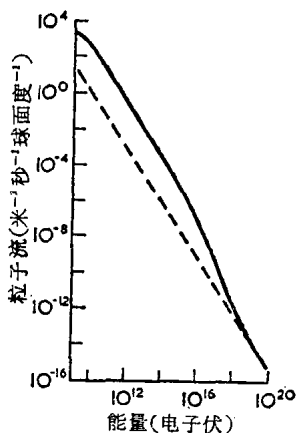


图 80 宇宙线离子成分的观测能谱.

较为主要的问题是解释在一些源中形成幂律谱的条件 (Ginzburg and Syrovatskiĭ, 1964a; Tsytovich, 1972a). 这样的一些谱在等离子体湍动反应堆中被“制造”出来. 虽然在非相对论等离子体反应堆情况下 (在非相对论等离子体中相对

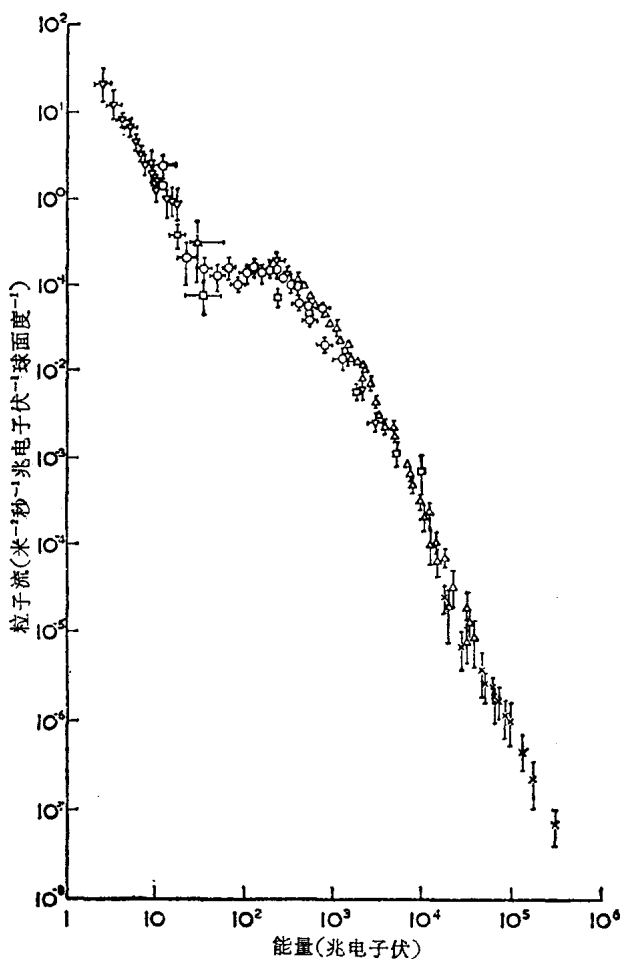


图 81 宇宙线高能电子成分的观测能谱。

论粒子占很小部分), 在比较宽的能量范围可以形成电子的幂律谱, 但是在这种反应堆中要形成这样的离子谱就需满足相当苛刻条件。这是与离子再吸收系数远小于电子有关的。的确, 如果注入条件是离子数比电子数大三个量级, 那么离子

的幂律谱也能被“制造”出来。确实，人们可以说当存在低频湍动时，比较重的粒子的注入是很可取的 (Melrose, 1968; Tsytovich, 1969a)。

在相对论湍动反应堆中，形成离子幂律谱的条件明显要松得多。而且，这时电子和离子可形成相同的谱，因为康普顿散射概率仅取决于粒子能量。电离损失——它在非相对论反应堆中很大地限制了“制造”幂律谱的可能性——不再起如此大作用。

在脉冲星附近，相对论等离子体湍动反应堆是完全可能存在的，但它们的尺寸不大，因此看来它们不可能在很宽的能量范围内“制造”出幂律谱。为了产生宇宙线离子成分的幂律谱，需要存在相当稠密相对论等离子体的大尺度天体。可能此类天体存在于星系核中。必须指出最近许多研究者都已同意宇宙线是在星系核中形成的这种概念。天体物理的未来发展也许使我们可能探测到这种类型的新天体。

## 附 录

### (等离子体过程的平均概率表)

引进辐射、散射和衰变概率使我们容易求得发射、再吸收、扩散粒子加速、电磁辐射散射等等系数。利用这些概率，我们也容易写出等离子体波和粒子的动力学方程。在原先的一些论文中，人们通常得到作为许多变量函数的复杂概率表达式。在具体天体物理应用中，利用这些表达式需要一些补充计算，而可以说天体物理学家或实验家不总是能做到这一点。

在下列一些表中，我们尽可能完整地给出天体物理条件下最为重要的等离子体过程平均概率的一览表。这些表达式的大部分已重新计算过。然而，甚至在已知过程的概率情况下，我们也对那些应用上与其依赖关系并不重要的参量进行平均。

例如，在计算各向同性等离子体湍动中波的非线性散射时，知道对粒子速度矢量与等离子体波波矢量之间角度平均的概率就足够了。此外，甚至在各向异性湍动情况下，我们也完全可以利用这种平均概率，因为在天体物理应用中计算量级为1的因子通常是没有特别价值的。

概率的平均表达式非常简单，物理上也很直观，在分析天体物理等离子体过程的绝大多数情况中可用于获得一些估值。在本书中我们已详细叙述了对各种过程利用这些概率的方法。

在下列一些表中我们给出了一些平均概率 $\bar{u}$ 的表达式

(在某些情况下也保留一些未平均的表达式)，而符号是全书中通用的。对每种过程我们都指出了所获得的表达式的应用范围。

## I. 等离子体波的辐射概率

我们给出  $\sigma$  类型波的平均辐射概率，平均是对辐射粒子速度矢量  $\mathbf{v}$  与被辐射波的波矢量  $\mathbf{k}$  之间夹角进行的。

对于具有给定动量分布函数  $f_p$  的各向同性分布粒子情况，这些概率使我们能通过对动量绝对值  $p$  的简单积分而立即决定每单位波数的发射系数  $J_k^\sigma$  以及阻尼率  $\gamma^\sigma(k)$ 。我们可得

$$J_k^\sigma = \frac{\omega^\sigma(k) k^2}{2\pi^2} \int_0^\infty \bar{u}^\sigma(k, v) f_p dp, \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^\sigma(k)}{\omega^\sigma(k)} &= \int_0^\infty \bar{u}^\sigma(k, v) \frac{d}{dp} \left( \frac{f_p}{p^2} \right) p^2 dp \\ &= -\frac{1}{T} \int \bar{u}^\sigma(k, v) f_p dp \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

式中  $T$  是温度；对麦克斯韦分布情况就得到后一等式。

只有对各向同性分布粒子，我们才可利用平均概率  $\bar{u}^\sigma(k, v)$  来获得  $J_k^\sigma$  和  $\gamma^\sigma(k)$  的精确值，但是为得到一些估值，就是对任意分布也可采用这些量值。特别是，我们得到束不稳定增长率：

$$\frac{\gamma^\sigma}{\omega^\sigma} \approx \frac{\bar{u}^\sigma(\omega^\sigma/v_0, v_0)}{m_* (\Delta v_0)^2} n_*, \quad (\text{A.3})$$

式中  $v_0$  和  $\Delta v_0$  是束（密度为  $n_*$  及质量为  $m_*$ ）中粒子平均速度和速度弥散。对于能量弥散很大的相对论束，量  $m_*(\Delta v_0)^2$  必须代之以平均能量  $\epsilon_*$ 。

我们也可类似地计算其它一些参量。例如我们得到严格各向同性等离子体湍动中扩散加速系数：

$$D_1^\sigma(v) = \int \frac{\bar{u}^\sigma(k, v)}{v^2} W_k^\sigma[\omega^\sigma(k)]^2 dk, \quad (\text{A.4})$$

式中  $W_k^\sigma$  是等离子体波的谱能密度。

在表 I 我们给出了在波长远小于拉莫尔半径, 即

$$k \gg \omega_H/v = eHc/\varepsilon v$$

情况(非磁化粒子)下所有等离子体波的契连科夫辐射概率, 因为仅仅在此情况下契连科夫辐射概率才不很小。因此, 为了应用这里所给出的表达式, 往后必须记住这个波数的下限。

表 I 等离子体波辐射概率

等离子体波模式	平 均 概 率
1. 在弱磁场 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 中的纵等离激元 ( $\omega^j \approx \omega_{pe}$ )。	$\bar{u}^j = \frac{\pi}{2} \frac{m_e}{n_e v} \frac{\omega_{pe}^3}{k^3} \begin{cases} 1, & \omega_{pe}/k < v; \\ 0, & \omega_{pe}/k > v. \end{cases}$
2. 在弱磁场 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 中回旋频率等离激元 ( $\omega^h \approx \omega_{He}  \cos \theta $ ), $k \approx \omega_{pe}/c$ , $v < c\omega_{He}/\omega_{pe}$ 时的极大概率。	$\bar{u}^h = \frac{\pi}{8} \frac{m_e}{n_e v} \frac{\omega_{He}^3}{k^3} \begin{cases} 1, & \omega_{He}/k < v; \\ 2 \left( \frac{kv}{\omega_{He}} \right)^2, & \omega_{He}/k > v. \end{cases}$ $\bar{u}_{\max}^h = \frac{\pi}{8} \frac{m_e c^3}{n_e v} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \right)^3.$
3. 在强磁场 ( $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$ ) 中纵等离激元 ( $\omega^j \approx \omega_{pe}  \cos \theta $ ), $k \lesssim \omega_{He}/v$ 的非相对论电子的极大概率。对离子和相对论电子, 其极大值 $\bar{u}_{\max}^j$ 比表中的大 $(e/mc^2)^2$ 倍。	$\bar{u}^j = \frac{\pi}{4} \frac{m_e}{n_e v} \frac{\omega_{pe}^3}{k^3} \begin{cases} 1, & \omega_{pe}/k < v; \\ \left( \frac{kv}{\omega_{pe}} \right)^2, & \omega_{pe}/k > v. \end{cases}$ $\bar{u}_{\max}^j = \frac{\pi}{4} \frac{m_e v^2}{n_e} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \right)^3.$
4. 在强磁场 ( $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$ ) 中回旋频率等离激元 ( $\omega^h \approx \omega_{He}$ )	$\bar{u}^h = \frac{2\pi}{3} \frac{m_e}{n_e v} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}} \right)^4 \frac{\omega_{He}^3}{k^3} \begin{cases} 1, & \omega_{He}/k < v; \\ 0, & \omega_{He}/k > v. \end{cases}$



(续表 I)

等离子体波模式	平 均 概 率
5. 在弱磁场 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 中哨声波 ( $\omega^w = \omega_{He} c^2 k^2  \cos \theta  \times 1/\omega_{pe}^2$ ).	$\bar{u}^w = \frac{\pi}{4} \frac{m_e}{n_e v} \frac{\omega_{He}^3}{k^3} \left\{ \begin{array}{l} \ln 2 \left( \frac{kv}{\omega_{He}} \right)^2 + (3 \ln 2 - 2) \left( \frac{kc}{\omega_{pe}} \right)^4, \\ \omega_{He} c^2 k / \omega_{pe}^2 < v; \\ \left( \frac{kc}{\omega_{pe}} \right)^4 \left( \frac{\omega_{pe}^2 v}{\omega_{He} c^2 k} \right)^2, \quad \frac{\omega_{He} c^2 k}{\omega_{pe}^2} > v. \end{array} \right.$
6. 在频区 $\omega > \omega_{Hi}$ 的离子声波 [ $\omega^s = v_s k / (1 + k^2 d_e^2)^{1/2}$ ].	$\bar{u}^s = \frac{\pi}{2} \frac{m_i}{n_e v} \frac{(\omega^s)^3}{k^3} \left[ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right] \approx \frac{\pi}{2} \frac{m_i v_s^2}{n_e v} \left[ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right]$ <p style="text-align: right;">如果 <math>k \ll d_e^{-1}</math>, <math>v_s &lt; v</math>; <math>v_s &gt; v</math>.</p>
7. 在满足条件 $c \gg v_A \gg v_s$ 的磁场中的阿尔文波 ( $\omega^a \approx v_A k  \cos \theta $ ). 等式适用的条件是 $\omega_H / v < k < \omega_{pi} / c$ . $v \gg v_A$ 的粒子的极大概率.	$\bar{u}^a = \frac{\pi}{16} \frac{m_i}{n_e v} \left( \frac{\omega_{pi}}{ck} \right)^2 v_A (v_A^2 + 2v^2) \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad v_A < v; \\ \frac{4v^2}{v_A^2}, \quad v_A > v. \end{array} \right.$ $\bar{u}_{\max}^a = \frac{\pi}{8} \frac{m_i v_A v^3}{n_e c^2} \left( \frac{\omega_{pi}}{\omega_H} \right)^2.$
8. 在满足条件 $c \gg v_A \gg v_s$ 的磁场中的快磁声波 ( $\omega^m = v_A k$ ). 公式的适用范围是 $\omega_H / v < k < \omega_{pi} / c$ .	$\bar{u}^m = \frac{\pi}{8} \frac{m_i}{n_e v} \left( \frac{\omega_{pi}}{ck} \right)^2 v_A (v^2 - v_A^2) \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad v_A < v; \\ 0, \quad v_A > v. \end{array} \right.$
9. 在满足条件 $c \gg v_A \gg v_s$ 的磁场中的慢磁声波 ( $\omega^{ms} \approx v_s k  \cos \theta $ ). 公式的适用范围是 $\omega_H / v < k < \omega_{Hi} / v_s$ . $v \approx v_s$ 的粒子的极大概率.	$\bar{u}^{ms} = \frac{\pi}{4} \frac{m_i v_s^3}{n_e v} \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad v_s < v; \\ \left( \frac{v}{v_s} \right)^2, \quad v_s > v. \end{array} \right.$ $\bar{u}_{\max}^{ms} \approx \frac{m_i v_s^2}{n_e} \approx \frac{T_e}{n_e}.$

## II. 过热粒子对等离子体波非线性散射(导致产生电磁波)的概率

当朗缪尔和回旋频率等离激元以及离子声波被过热粒子散射时,就产生了频率为  $\omega \gg \omega_{pe}$  或  $\omega \gg \omega_{He}$  的高频辐射。这些粒子假定是非磁化的,  $v \gg \omega_H/k$ 。我们在表 II 给出了对所有角变量(也即对速度矢量与入射等离子体波的波矢量之间角度以及对速度矢量与辐射的电磁波波矢量之间的角度)平均过的概率。在粒子速度  $v$  和等离子体波矢量  $k_1$  各向同性分布情况下每单位频率的发射系数可用下式计算:

$$J_{\omega}^t = \frac{\omega^3}{\pi^2 c^3} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \bar{u}_{\sigma}^t(\omega, k_1, v) f_p W_{k_1}^{\sigma} \frac{dk_1 dp}{\omega^{\sigma}(k_1)}. \quad (A.5)$$

这里我们利用了电磁波的色散关系  $\omega = ck$ ;  $k_1$  是谱能密度为  $W_{k_1}^{\sigma}$  的等离子体波的波数。

类似地,我们可得衰减率(由于电磁波逆转换为  $\sigma$  型等离子体波):

$$\begin{aligned} \frac{\gamma^t(\omega)}{\omega} &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \bar{u}_{\sigma}^t(\omega, k_1, v) \frac{W_{k_1}^{\sigma}}{\omega^{\sigma}(k_1)} p^2 dp \frac{d}{dp^2} \frac{f_p}{p^2} \\ &= -\frac{1}{T} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \bar{u}_{\sigma}^t(\omega, k_1, v) f_p W_{k_1}^{\sigma} \frac{dk_1 dp}{\omega^{\sigma}(k_1)}. \end{aligned} \quad (A.6)$$

我们也可类似地获得各向异性分布的近似公式。

表 II 过热粒子对等离子体波非线性散射概率

转 换 过 程	平 均 概 率
1. 弱磁场中 ( $\omega^t \approx \omega_{pe}$ ) 朗缪尔波散射。 在强磁场中 ( $\omega^t \approx \omega_{pe}  \cos \theta $ ) 转换概率低达 2 倍。	<p>电子 (<math>l + e \rightleftharpoons t + e'</math>)</p> $\bar{u}_l^t = \frac{\pi}{10} \frac{\omega_{pe}}{n_0^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^3 \frac{\omega_{pe}}{k_1 v_e c^2} \left( v_e^2 - \frac{\omega^2}{k_1^2} \right) \begin{cases} 1, & \omega/k_1 < v_e; \\ 0, & \omega/k_1 > v_e. \end{cases}$ <p>离子 (<math>l + i \rightleftharpoons t + i'</math>)</p> $\bar{u}_l^t = \frac{\pi}{6} \frac{\omega_{pe}}{n_0^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^3 \frac{\omega_{pe}}{k_1 v_i} \begin{cases} 1, & \omega/k_1 < v_i; \\ 0, & \omega/k_1 > v_i. \end{cases}$

转 换 过 程	平 均 概 率
2. 弱磁场中 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 回旋频率等高 激元散射 $(\omega^h \approx \omega_{He}  \cos \theta )$ . 在强磁场情况下 ( $\omega^h \approx \omega_{He}$ ) 概率必须乘以 $(\omega_{pe}/\omega_{He})^4$ .	电子 ( $h+e \rightleftharpoons t+e'$ ) $\bar{u}_h^t = \frac{\pi}{15} \frac{\omega_{pe}}{n_e^2} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^3 \frac{\omega_{pe}}{k_1 v_e c^2} \left( v_e^2 - \frac{\omega^2}{k_1^2} \right) \begin{cases} 1, & \frac{\omega}{k_1} < v_e; \\ 0, & \frac{\omega}{k_1} > v_e. \end{cases}$ 离子 ( $h+i \rightleftharpoons t+i'$ ) $\bar{u}_h^t = \frac{\pi}{24} \frac{\omega_{pe}}{n_e^2} \left( \frac{\omega_{He}}{\omega} \right)^3 \frac{\omega_{pe}}{k_1 v_i} \begin{cases} 1, & \omega/k_1 < v_i; \\ 0, & \omega/k_1 > v_i. \end{cases}$
3. 离子声波散射 $[\omega^s = v_s k_1 (1 + k_1^2 d_s^2)^{-1/2}]$	电子 ( $s+e \rightleftharpoons t+e'$ ) $\bar{u}_s^t = \frac{\pi}{10} \frac{\omega_{pe}}{n_e^2} \left( \frac{\omega^s}{\omega} \right)^3 \frac{m_i}{m_e} \frac{\omega_{pe}}{k_1 v_e c^2} \times \left( v_e^2 - \frac{\omega^2}{k_1^2} \right) \begin{cases} 1, & \frac{\omega}{k_1} < v_e; \\ 0, & \frac{\omega}{k_1} > v_e. \end{cases}$ 离子 ( $s+i \rightleftharpoons t+i'$ ) $\bar{u}_s^t = \frac{\pi}{6} \frac{\omega_{pe}}{n_e^2} \left( \frac{\omega^s}{\omega} \right)^3 \frac{m_i}{m_e} \frac{\omega_{pe}}{k_1 v_i} \begin{cases} 1, & \omega/k_1 < v_i; \\ 0, & \omega/k_1 > v_i. \end{cases}$

### III. 相对论电子对等离子体波康普顿散射 (伴随着把它们转换为高频电磁波) 的概率

按所有角度和偏振平均的散射概率可用无量纲参量  $q$  的无量纲函数  $\Phi^\sigma(q)$  来表示, 因此平均概率本身为

$$\begin{aligned} \bar{u}_\sigma^t(\omega, k_1, \varepsilon) &= \frac{(2\pi)^3 e^4 \omega_{pe} \varepsilon^2}{4m_e^4 c^4 \omega^4} \Phi^\sigma(q) \\ &= \frac{\pi}{8} \frac{\omega_{pe}}{n_e^2} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^4 \left( \frac{\varepsilon}{m_e c^2} \right)^2 \Phi^\sigma(q). \quad (\text{A.7}) \end{aligned}$$

在表 III 中列出一些函数  $\Phi^\sigma(q)$ . 除情况 2, 5 和 7 外, 参量  $q = q_1 = (\omega/2k_1 v) (m_e c^2/\varepsilon)^2$ . 在情况 2, 5 中,  $q = q_2 = (\omega/2\omega_{pe}) \times (m_e c^2/\varepsilon)^2$ , 而在情况 7 中,  $q = q_3 = (\omega/2\omega_{He}) (m_e c^2/\varepsilon)^2$ .

表 III 相对论电子康普顿散射概率

被转换波的模式	函数 $\Phi^{\sigma}(q)$
1. 弱磁场 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 中纵等离激元 ( $\omega^i \approx \omega_{pe}$ ). 小相速情况 ( $v_p = \omega_{pe}/k_1 \ll c$ ).	$\Phi^i = \Phi_1 = \frac{8}{3} q [(1-q)^3 - 3q^2(1-q + \ln q)],$ $q = q_1 \leq 1.$
2. 弱磁场 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 中纵等离激元 ( $\omega^i \approx \omega_{pe}$ ). 大相速情况 ( $v_p = \omega_{pe}/k_1 \gg c$ ).	$\Phi^i = \Phi_2 = \frac{8}{3} q^2 (1 - 2q + 2q^2), \quad q = q_2 \leq 1.$
3. 弱磁场 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 中回旋频率等离激元 ( $\omega^h \approx \omega_{He}  \cos \theta $ ), 这里相速 $\omega_{He}/k_1$ 总是小于光速.	$\Phi^h = \frac{1}{4} (\omega_{He}/\omega_{pe})^3 \Phi_1, \quad q = q_1 \leq 1.$
4. 强磁场 ( $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$ ) 中纵等离激元 ( $\omega^i \approx \omega_{pe}  \cos \theta $ ). 小相速情况 ( $v_p \ll c$ ).	$\Phi^i = \frac{1}{2} \Phi_1, \quad q = q_1 \leq 1.$
5. 强磁场 ( $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$ ) 中纵等离激元 ( $\omega^i \approx \omega_{pe}$ ). 大相速情况 ( $v_p \gg c$ ).	$\Phi^i = \Phi_2, \quad q = q_2 \leq 1.$
6. 强磁场 ( $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$ ) 中回旋频率等离激元 ( $\omega^h \approx \omega_{He}$ ). 小相速情况 ( $v_p \ll c$ ).	$\Phi^h = (2\omega_{pe}/3\omega_{He}) \Phi_1, \quad q = q_1 \leq 1.$
7. 强磁场 ( $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$ ) 中回旋频率等离激元 ( $\omega^h \approx \omega_{He}$ ). 大相速情况 ( $v_p \gg c$ ).	$\Phi^h = (2\omega_{pe}/3\omega_{He}) \Phi_2, \quad q = q_3 \leq 1.$

被转换波的模式	函数 $\mathcal{D}^{\sigma}(q)$
8. 在条件 $v_A \ll c\sqrt{m_e/m_i}$ 时的哨声波 ( $\omega^w = \omega_{He}  \cos \theta  c^2 k_1^2 / \omega_{pe}^2$ ). 波数范围为 $\omega_{pe}/c < k_1 < \omega_{pe}/c$ .	$\mathcal{D}^w = \frac{4}{3} q (10 + 9q^2 - 19q^3 + 30q^2 \ln q) \omega_{He} k_1^2 c^2 / \omega_{pe}^3,$ $q = q_1 \leq 1.$
9. 在条件 $v_s \ll c$ 时的离子声波 $[\omega^s \approx k_1 v_s (1 + k_1^2 \alpha_s^2)^{-1/2}]$ .	$\mathcal{D}^s = [(\omega^s)^3 / \omega_{pe}^2 \omega_{pe}] \mathcal{D}_1 \begin{cases} 1, & \omega_{H1}/v_s < k_1, \\ \frac{1}{2}, & \omega_{H1}/v_s > k_1, \end{cases}$ $q = q_1 \leq 1.$
10. 弱磁场情况 $(\omega_{H1} \ll \omega_{Fe}; v_s \ll v_A \ll c)$ 的阿尔文波 ( $\omega^a \approx v_A k_1  \cos \theta $ ).	$\mathcal{D}^a = \frac{4}{3} q (1 + 3q^2 - 4q^3 + 3q^2 \ln q) (v_A k_1 / \omega_{pe}),$ $q = q_1 \leq 1.$
11. 弱磁场情况 $(v_s \ll v_A \ll c)$ 的快磁声波 ( $\omega^m \approx v_A k_1$ ).	$\mathcal{D}^m = \frac{4}{3} q (8 + 3q^2 - 11q^3 + 24q^2 \ln q) (v_A k_1 / \omega_{pe}),$ $q = q_1 \leq 1.$
12. 强磁场情况 $(v_A \gg c)$ 中的阿尔文波 $[\omega^a = v_A c k_1  \cos \theta  \times (v_A^2 + c^2)^{-1/2} \approx c k_1  \cos \theta ]$ .	$\mathcal{D}^a = \frac{4}{3} q \left[ -2(1 + 2 \ln 2) q^3 + \frac{32}{5} \left( \frac{16}{5} + 3 \ln 2 + \frac{3}{8} \ln q \right) q^2 - \left( \frac{77}{24} + 36 \ln 2 + \frac{11}{2} \ln q \right) q + \frac{40}{21} \right] (c k_1 / \omega_{pe}), \quad 0 \leq q = q_1 \leq 1;$ $\mathcal{D}^a = \frac{4}{3} q \left( \frac{8}{525} q^7 - \frac{7}{8} q^5 + \frac{16}{9} q^4 - \frac{67}{3} q^3 + 4q^3 \ln \frac{q}{2} + \frac{664}{25} q^2 + \frac{140}{5} q^2 \ln \frac{q}{2} + \frac{80}{21} q + \frac{14}{3} \right) (c k_1 / \omega_{pe}), \quad 1 \leq q = q_1 \leq 2.$
13. 强磁场情况 $(v_A \gg c)$ 的快磁声波 $[\omega^m = c v_A k_1 (v_A^2 + c^2)^{-1/2} \approx c k_1]$ .	$\mathcal{D}^m = \frac{4}{3} q^2 \left[ 58 - 15q + 3q^2 - 5q^3 + 6(6q - 1) \ln \frac{q}{2} \right] \left( \frac{c k_1}{\omega_{pe}} \right),$ $q = q_1 \leq 2.$

利用式(A.7)我们可通过在第 II 节说明中给出的一些等式来计算发射和再吸收系数。特别是我们可得每单位频率的发射系数为

$$J_{\omega}^t = \frac{2\pi e^4}{m_e^4 c^7} \frac{\omega_{pe}}{\omega} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \Phi^{\sigma}(q) W_{k_1 f}^{\sigma} \frac{dk_1 \varepsilon^2 d\varepsilon}{\omega^{\sigma}(k_1)}. \quad (\text{A.8})$$

电磁辐射的其它参量也可类似地计算出来。

#### IV. 通过相对论离子的非线性散射而把等离子体波转换为电磁波的概率

按所有角度平均的散射概率可通过无量纲量  $q$  的无量纲函数  $\Phi^{\sigma}(q)$  来表示, 而平均概率本身可由下式给出:

$$\bar{u}_{\sigma}^t(\omega, k_1, \varepsilon) = \frac{\pi^3 Z^2 e^4 \omega_{pe}}{m_e^2 \omega^5} k_1 c \Phi^{\sigma}(q). \quad (\text{A.9})$$

其中  $Z$  是离子电荷数。函数  $\Phi^{\sigma}(q)$  列于表 IV 中。在情况 1, 3 到 5 及 7 到 9 中, 参量  $q = q_4 = (\omega/2k_1 v) (m_i c^2/\varepsilon)^2$ ; 在情况 2 时  $q = q_5 = (\omega/2\omega_{pe}) (m_i c^2/\varepsilon)^2$ , 而在情况 6 时  $q = q_6 = (\omega/2\omega_{He}) (m_i c^2/\varepsilon)^2$ 。对下列离子能量范围, 上式才是对的:

$$m_i c^2 \ll \varepsilon \ll (m_i/m_e) m_i c^2. \quad (\text{A.10})$$

在各向同性湍动中, 对于由各向同性分布粒子散射波情况电磁辐射的谱强度可用下式计算:

$$J_{\omega}^t = \frac{\pi Z^2 e^4 \omega_{pe}}{m_e^2 c^2 \omega^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \Phi^{\sigma}(q) W_{k_1 f}^{\sigma} \frac{k_1 dk_1 d\varepsilon}{\omega^{\sigma}(k_1)}. \quad (\text{A.11})$$

其它一些转换特征也可类似决定。

我们不给出阿尔文波和快磁声波的转换概率, 因为它们由于矩阵元中一些量相消而变得非常小。

表 IV 相对论离子产生的等离子体波的转换概率

被转换波的模式	函数 $\Phi^\sigma(q)$
<p>1. 弱磁场 (<math>\omega_{pe} \gg \omega_{He}</math>) 中纵等离子激元 (<math>\omega^j \approx \omega_{pe}</math>)。小相速情况 (<math>v_p \ll c</math>)。</p>	$\Phi^j = \Phi_3 = q - 1 - \ln q, \quad q = q_4 \leq 1.$ <p>极大强度出现在 <math>q_{\min} \approx (m_i c^2 / e)^2</math>。</p>
<p>2. 弱磁场 (<math>\omega_{pe} \gg \omega_{He}</math>) 中纵等离子激元 (<math>\omega^j \approx \omega_{pe}</math>)。大相速情况 (<math>v_p \gg c</math>)。</p>	$\Phi^j = (1 - q) (2k_1 c / \omega_{pe}), \quad q = q_8 \leq 1.$
<p>3. 弱磁场 (<math>\omega_{pe} \gg \omega_{He}</math>) 中回旋频率等离子激元 (<math>\omega^h \approx \omega_{He}  \cos \theta </math>)。相速小于光速 (<math>v_p \ll c</math>)。</p>	$\Phi^h = \frac{1}{4} (\omega_{He} / \omega_{pe})^3 \Phi_3, \quad q = q_4 \leq 1.$
<p>4. 强磁场 (<math>\omega_{pe} \ll \omega_{He}</math>) 中纵等离子激元 (<math>\omega^j \approx \omega_{pe}  \cos \theta </math>)。小相速情况 (<math>v_p \ll c</math>)。</p>	$\Phi^j = \frac{1}{2} \Phi_3, \quad q = q_4 \leq 1.$
<p>5. 强磁场 (<math>\omega_{pe} \ll \omega_{He}</math>) 中回旋频率等离子激元 (<math>\omega^h \approx \omega_{He}</math>)。小相速情况 (<math>v_p \ll c</math>)。</p>	$\Phi^h = \frac{p}{3} (\omega_{pe} / \omega_{He}) \Phi_3, \quad q = q_4 \leq 1.$

(续表 IV)

被转换波的模式	函数 $\mathcal{D}^{\sigma}(q)$
6. 强磁场 ( $\omega_{pe} \ll \omega_{He}$ ) 中回旋频率等离激元 ( $\omega^h \approx \omega_{He}$ ). 大相速情况 ( $v_p \gg c$ ).	$\mathcal{D}^h = \frac{2}{3} (k_1 c / \omega_{He}) (1 - q), \quad q = q_6 \leq 1$
7. 弱磁场 ( $\omega_{pe} \gg \omega_{He}$ ) 中哨声波 ( $\omega^w = \omega_{He}  \cos \theta  c^2 k_1^2 / \omega_{pe}^2$ ).	$\mathcal{D}^w = \frac{1}{4} (\omega_{He} / \omega_{pe})^3 (k_1 c / \omega_{pe})^4 \mathcal{D}_3, \quad q = q_4 \leq 1.$
8. 在条件 $\omega^s \gg \omega_{He}$ , $v_s \ll c$ 时的离子声波 [ $\omega^s = v_s k_1 \times (1 + k_1^2 d_e^2)^{-\frac{1}{2}}$ ].	$\mathcal{D}^s = (m_e / m_i)^{1/2} (k_1 d_e)^3 (1 + k_1^2 d_e^2)^{-3/2} \mathcal{D}_3, \\ q = q_4 \leq 1.$
9. 在条件 $\omega^{ms} \ll \omega_{He}$ , $v_s \ll c$ 时的慢磁声波 ( $\omega^{ms} = v_s k_1  \cos \theta $ ).	$\mathcal{D}^{ms} = \frac{1}{2} (m_e / m_i)^{1/2} k_1^3 d_e^3 \mathcal{D}_3, \quad q = q_4 \leq 1.$

## V. 由热离子和通过合成过程的非线性散射在一种模式之内或各种模式之间的等离子体波的微分转移系数

按一些角度平均散射概率和假定所有等离子体湍动模式是各向同性的, 我们就可以获得在微分转移情况下的微分表达式, 它决定了等离子体波谱强度随时间的变化.

在计算横和纵等离子体波之间转移时我们在表 V 利用了“纵”波数标度 (参见 § 3).



表 V 等离子体微分转移系数

散射或合成过程	谱密度变化公式	散射和转换系数
1. 一种模式内纵等离激元 $(\omega^j \approx \omega_{pe})$ 的转移 $(l+i \longleftrightarrow l'+i', l+s \longleftrightarrow l'')$	$\frac{\partial W_k^j}{\partial t} = \alpha^{ll'} W_k^j \frac{\partial W_k^j}{\partial k},$	$\alpha^{ll'} = \alpha^j = \frac{\pi}{27} \cdot \frac{\omega_{pe}^3}{n_e m_i v_{Te}^3} \cdot \frac{1}{(1 + T_e/T_i)^2}, \quad T_e < 3T_i;$ $1, \quad T_e \gg T_i,$
2. 纵等离激元 $(\omega^j \approx \omega_{pe})$ 转变为横等离激元 $(\omega^p \approx \omega_{pe})$ $(l+i \longleftrightarrow l'+i', l+s \longleftrightarrow l'')$	$\frac{\partial W_k^p}{\partial t} = \alpha^{ll'} W_k^p \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial k} (k W_k^j),$	$\alpha^{ll'} = \alpha^j.$
3. 横等离激元转变为纵等离激元 $(p+i \longleftrightarrow l'+i', p+s \longleftrightarrow l'')$	$\frac{\partial W_k^p}{\partial t} = \alpha^{ll'} W_k^p \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{W_k^j}{k} \right),$	$\alpha^{ll'} = \alpha^j.$
4. 横等离激元转变为横等离激元 $(p+i \longleftrightarrow l'+i', p+s \longleftrightarrow l'')$	$\frac{\partial W_k^p}{\partial t} = \alpha^{pp} W_k^p \frac{\partial W_k^p}{\partial k},$	$\alpha^{pp} = 9 \frac{v_{Te}^2}{c^2} \alpha^j$

(续表 V)

散射或合成过程	潜密度变化公式	散射和转换系数
5. 高频横波 ( $\omega \gg \omega_{pe}$ ) 的转变 $(i + e \longleftrightarrow i' + e',$ $t + l \longleftrightarrow t').$	$\frac{\partial W_{\omega}^i}{\partial t} = \alpha^{ie} W_{\omega}^i \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{W_{\omega}^i}{\omega} \right),$	$\alpha^{ie} = \frac{\pi}{6} \frac{\omega_{pe}^2}{n_e m_e c^2}.$
6. 哨声波转变为哨声波 $(w + i \longleftrightarrow w' + i').$	$\frac{\partial W_{\omega}^w}{\partial t} = W_{\omega}^w \left( \alpha_1^{iw} \omega^2 \frac{\partial W_{\omega}^w}{\partial \omega} + \alpha_2^{iw} \omega W_{\omega}^w \right),$	$\alpha_1^{iw} \approx \alpha_2^{iw} \approx \frac{\pi}{4} \frac{\omega_{pe}^2}{(1 + T_e/T_i)^2 \omega_{He} n_e m_e c^2}.$
7. 哨声波转变为离子声波 $(w + i \longleftrightarrow s + i').$	$\frac{\partial W_{\omega}^s}{\partial t} = \alpha^{ws} W_{\omega}^s \omega^2 \frac{\partial W_{\omega}^w}{\partial \omega},$	$\alpha^{ws} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{(1 + T_e/T_i)^2 n_e m_e v_A^2}.$
8. 离子声波转变为哨声波 $(s + i \longleftrightarrow w + i').$	$\frac{\partial W_{\omega}^w}{\partial t} = \alpha^{sw} W_{\omega}^w \omega \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega^2 W_{\omega}^s),$	$\alpha^{sw} = \alpha^{ws}.$
9. 离子声波转变为离子声波 $(s + i \longleftrightarrow s' + i')$ 和慢磁声波 转变为慢磁声波 ( $ms + i \longleftrightarrow ms' + i').$	$\frac{\partial W_{\omega}^i}{\partial t} = \alpha^s W_{\omega}^s k^2 \frac{\partial}{\partial k} (k W_{\omega}^i),$	$\alpha^s = \frac{4\pi}{15} \frac{T_i}{n_e m_i^2 v_s^2},$ $\alpha^{ms} = \alpha^s$

10. 快磁声波和阿尔文波  
两者在一种模式内和从一种模  
式到另一种模式的转变  $(a+i \rightleftharpoons a'+i'; m+i \rightleftharpoons m'+i';$   
 $m+i \rightleftharpoons a'+i')$ .

$$\frac{\partial W_{\omega}^m}{\partial t} = \alpha^{mm} W_{\omega}^m \omega^2 \times \left( \omega \frac{\partial W_{\omega}^m}{\partial \omega} + W_{\omega}^m \right),$$

$$\alpha^{mm} \approx \alpha^{ma} \approx \alpha^{aa} \approx \alpha^{mm} \approx \frac{\pi}{4} \frac{1}{(1+v_A^2/c^2) n_0 m_e v_A^2}.$$

11. 阿尔文波、快和慢磁声  
波之间的转变

$$(m+i \rightleftharpoons ms+i')$$

$$(a+i \rightleftharpoons ms+i')$$

$$(ms+i \rightleftharpoons m+i')$$

$$(ms+i \rightleftharpoons a+i')$$

$$\frac{\partial W_{\omega}^{ms}}{\partial t} = \alpha^{m,ms} \omega^4 W_{\omega}^{ms} \times \left( \omega \frac{\partial W_{\omega}^m}{\partial \omega} + 2W_{\omega}^m \right),$$

$$\frac{\partial W_{\omega}^{ms}}{\partial t} = \alpha^{a,ms} \omega^4 W_{\omega}^{ms}$$

$$\times \left( \omega \frac{\partial W_{\omega}^a}{\partial \omega} + 4W_{\omega}^a \right)$$

$$\frac{\partial W_{\omega}^m}{\partial t} = \alpha^{ms,m} \omega^4 W_{\omega}^m$$

$$\times \left( \omega \frac{\partial W_{\omega}^{ms}}{\partial \omega} + 2W_{\omega}^{ms} \right),$$

$$\frac{\partial W_{\omega}^a}{\partial t} = \alpha^{ms,a} \omega^4 W_{\omega}^a$$

$$\times \left( \omega \frac{\partial W_{\omega}^{ms}}{\partial \omega} - 2W_{\omega}^{ms} \right),$$

$$\alpha^{m,ms} \approx \alpha^{a,ms} \approx \alpha^{ms,m} \approx \alpha^{ms,a} \approx \alpha^{ms} \approx \frac{\pi}{4} \frac{(T_e/T_e)^2}{\omega_H^2 n_0 v_A^2 m_e}.$$

表 VI 由等离子体波合成产生辐射的系数

合成和衰变过程	谱密度变化公式	合成系数
1. 纵等离激元合成频率 $\omega' \approx 2\omega_{pe}$ 的电磁波 ( $l+l' \rightarrow t$ ). 纵波相速小于光速.	$\frac{\partial W_t}{\partial t} = \beta^l \left[ \left( \frac{W_{k_1}^l}{k_1} \right)^2 dk_1, \right]$	$\beta^l = \frac{4\sqrt{3}\pi}{5} \frac{\omega_{pe}^4}{n_e m_e c^5}.$
2. 两个回旋频率等离激元合成频率 $\omega' \lesssim 2\omega_{He}$ 的电磁波 ( $h+h' \rightarrow t$ ).	$\frac{\partial W_t}{\partial t} = \beta^h \left[ \left( \frac{W_{k_1}^h}{k_1} \right)^2 dk_1, \right]$	$\beta^h = \frac{32\pi}{5} \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{He}^2}{n_e m_e c^5}.$
3. 纵等离激元和离子声波的合成 ( $l+s \rightarrow p$ ).	$\frac{\partial W_p^l}{\partial t} = \beta^{ls} \frac{W_k^l W_s^s}{k},$	$\beta^{ls} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{\omega_{pe}^3}{n_e m_e v_{Te} c^3}.$
4. 涉及离子声波的横等离激元衰变 ( $p \rightarrow l+s$ ).	$\frac{\partial W_p^l}{\partial t} = -\beta^{rs} \frac{W_k^l W_s^s}{k},$	$\beta^{rs} = \frac{\pi}{18} \frac{\omega_{pe}^3}{n_e m_e v_{Te} c^3}.$
5. 纵等离激元和哨声波的合成 ( $l+w \rightarrow p$ ).	$\frac{\partial W_p^l}{\partial t} = \beta^{lw} \frac{W_k^l W_w^w}{k},$	$\beta^{lw} = \sqrt{2} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2 n_e m_e c^4}.$
6. 涉及哨声波的横等离激元衰变 ( $p \rightarrow l+w$ ).	$\frac{\partial W_p^l}{\partial t} = -\beta^{pw} \frac{W_k^l W_w^w}{k},$	$\beta^{pw} = \frac{\pi}{8} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2 n_e m_e c^4}.$
7. 纵等离激元和快磁声波的合成 ( $l+m \rightarrow p$ ).	$\frac{\partial W_p^l}{\partial t} = \beta^{lm} \frac{W_k^l W_m^m}{k^{3/2}},$	$\beta^{lm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{fd}^2}{n_e m_e v_A^{3/2} c^3}.$
8. 涉及磁声波的横等离激元衰变 ( $p \rightarrow l+m$ ).	$\frac{\partial W_p^l}{\partial t} = -\beta^{sm} \frac{W_k^l W_m^m}{k},$	$\beta^{sm} = \frac{\pi}{8} \frac{\omega_{pe}^2}{n_e m_e v_A^3}.$

## VI. 导致在频率 $\omega_{pe}$ , $2\omega_{pe}$ 和 $2\omega_{He}$ 附近产生和吸收电磁辐射的波的合成和衰变系数

按一些角度平均合成和衰变概率并假定所有等离子体湍动模式都是各向同性的, 我们就可获得各种模式的合成和衰变过程的表达式, 它们决定了一些等离子体波谱密度随时间变化(表 VI).

## VII. 高频电磁波与等离子体波合成和衰变概率

我们在表 VII 中给出了频率为  $\omega \gg \omega_{pe}$  和  $\omega \gg \omega_{He}$  的电磁波同所有可能的等离子体湍动波(波数为  $k_1$ )的合成和衰变

表 VII 高频电磁波衰变概率

合成和衰变过程	平均概率系数
1. 涉及纵离激元的电磁波合成和衰变 ( $t \longleftrightarrow t' + l$ ). 在强磁场过程情况, $\omega^l \approx \omega_{pe}  \cos \theta $ , 在系数中还出现因子 $\frac{1}{2}$ .	$\frac{1}{12\pi} \frac{e^2}{m_e^2} \frac{\omega_{pe} k_1^2}{\omega^2} = \frac{1}{48\pi^2} \frac{\omega_{pe} k_1^2}{n_e m_e} \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2.$
2. 涉及强磁场中回旋频率离激元的合成和衰变 ( $t \longleftrightarrow t' + h$ ).	$\frac{1}{18\pi} \frac{e^2}{m_e^2} \frac{\omega_{pe}^2 k_1^2}{\omega_{He} \omega^2}.$
3. 涉及哨声波的合成和衰变 ( $t \longleftrightarrow t' + w$ ).	$\frac{1}{48\pi} \frac{e^2}{m_e^2} \frac{\omega_{pe}^2 k_1^2}{\omega_{He} \omega^2}.$
4. 涉及离子声波的合成和衰变 ( $t \longleftrightarrow t' + s$ ).	$\frac{\sqrt{m_e/m_i}}{12\pi} \frac{e^2}{m_e^2} \frac{\omega_{pe}^2 \omega^s}{v_{Ts}^2 \omega^2}.$
5. 涉及阿尔文波的合成和衰变 ( $t \longleftrightarrow t' + a$ ).	$\frac{1}{48\pi} \frac{e^2}{m_e^2} \frac{c^2 k_1^3}{v_A \omega^2}.$
6. 涉及快磁声波的合成和衰变 ( $t \longleftrightarrow t' + m$ ).	$\frac{1}{18\pi} \frac{e^2}{m_e^2} \frac{\omega_{pe}^2 k_1}{v_A \omega^2}.$

概率。只有在考虑到合成和衰变过程守恒律的  $\delta$  函数情况下才对这些概率系数平均，因此这种过程的概率  $u_{k, k', k_1}$  可以按下式用表中给出的量  $\bar{u}(\omega, k_1)$  来表示：

$$u_{k, k', k_1} = (2\pi)^6 \bar{u}(\omega, k_1) \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{k}_1) \times \delta[\omega^\dagger(k) - \omega^\dagger(k') - \omega^\sigma(k_1)]. \quad (\text{A.12})$$

特别是在我们得到 § 5 中后面的一些公式后，就必须把式 (A.12) 代入到等式 (5.20) — (5.22) 中去。

为了决定  $\omega \gg ck_1$  的电磁波的弹性散射截面，我们利用简单的近似公式

$$\sigma_{\perp} = \frac{(2\pi)^3}{\omega^2} \int \bar{u}(\omega, k_1) W_{k_1}^{\sigma} \frac{ck_1}{\omega^{\sigma}(k_1)} dk_1. \quad (\text{A.13})$$

### VIII. 在甚强磁场极端相对论等离子体中的粒子散射情况下，电磁波的辐射概率和等离子体波变为电磁波的转换概率 (第四章)

这里我们将给出各种概率的未平均表达式以及在辐射方向图范围内平均的表达式。假定粒子沿与磁场成一小角度 ( $\theta \ll mc^2/\varepsilon$ ) 方向运动。磁场强到使下列条件满足：

$$\omega_{H*} = \frac{eHc}{\varepsilon_*} \gg \omega_p \approx \left( \frac{4\pi n_* e^2 c^2}{\varepsilon_*} \right)^{1/2}, \quad (\text{A.14})$$

式中  $\varepsilon_*$  为平均粒子能量。在下面所给出的公式中， $\omega_H = eHc/\varepsilon$  和  $\omega_{He} = eH/m_e c$ 。我们在第四章已叙述了在甚强磁场中利用辐射概率的方法。

#### 1. 与磁力线交角为 $\vartheta$ 的磁阻尼辐射概率：

$$u_k^i(\omega, \vartheta, \varepsilon) = \frac{(2\pi)^3}{8\pi} \frac{e^2 c^4 p_1^2}{\varepsilon^2 \omega} \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2 \right\} \times \delta \left\{ \frac{\omega}{2} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 + \vartheta^2 \right] - \omega_H \right\}.$$

在立体角  $\Omega = \pi(\omega_{He}/\omega)^2$  内平均, 就给出

$$\begin{aligned}\bar{u}^i(\omega, \varepsilon) &= \frac{(2\pi)^3}{4\pi} \frac{e^2 c^4 p_{\perp}^2}{\varepsilon^2 \omega_{He}^2} \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2 \right\} \\ &\approx \frac{\pi}{2} \frac{\varepsilon_*}{n_e} \left( \frac{\omega_p}{\omega_{He}} \right)^2 \left( \frac{c p_{\perp}}{\varepsilon} \right)^2 \\ &\quad \times \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2 \right\}.\end{aligned}$$

2. 当横向动量分量不变化时, 伴随变为电磁波的纵等离激元(频率为  $\omega_{pe}$ , 与磁场交角为  $\vartheta$ ) 散射概率:

$$\begin{aligned}u_k^i(\omega, \vartheta, \varepsilon) &= (2\pi)^3 \frac{e^4 c^4 \omega W^1}{\varepsilon^2 \omega_p^4} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4 \vartheta^2 \\ &\quad \times \delta \left\{ \frac{\omega}{2} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 + \vartheta^2 \right] - \omega_p \right\}.\end{aligned}$$

对立体角  $\Omega = 2\pi\omega_p/\omega$  平均, 给出

$$\begin{aligned}\bar{u}^i(\omega, \varepsilon) &= (2\pi)^3 \frac{2e^4 c^4 W^1}{\varepsilon^2 \omega_{pe}^4} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4 \left[ 1 - \frac{\omega}{2\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right] \\ &\approx \frac{\pi}{2} \frac{W^1}{n_e^2} \left( \frac{\varepsilon_*}{\varepsilon} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4 \left[ 1 - \frac{\omega}{2\omega_{pe}} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right].\end{aligned}$$

3. 等离子体波回旋加速散射概率——粒子动量的横向分量有变化, 且当  $\omega_H \gg \omega_p$  时:

$$\begin{aligned}u_k^i(\omega, \vartheta, \varepsilon) &= \frac{(2\pi)^3}{4} \frac{e^4 c^4 W^1 \omega_H^2 c^2 p_{\perp}^2}{\varepsilon^4 \omega_p^4 \omega} \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2 \\ &\quad \times \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right] \right\} \delta \left\{ \frac{\omega}{2} \left[ \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 + \vartheta^2 \right] - \omega_H \right\}.\end{aligned}$$

对立体角  $\Omega = \pi(\omega_{He}/\omega)^2$  平均, 给出:

$$\begin{aligned}\bar{u}^i(\omega, \varepsilon) &= \frac{(2\pi)^3}{2} \frac{e^4 c^6 p_{\perp}^2 W^1}{\varepsilon^4 \omega_p^4} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2 \\ &\quad \times \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2 \right\} \\ &\approx \frac{\pi}{4} \frac{W^1}{n_e^2} \left( \frac{\varepsilon_*}{\varepsilon} \right)^2 \left( \frac{c p_{\perp}}{\varepsilon} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2\end{aligned}$$

$$\times \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2 \left\{ 1 + \left[ 1 - \frac{\omega}{\omega_H} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2 \right\}.$$

4. 等离子体波回旋加速散射概率——粒子动量的横向分量有变化, 且当  $\omega_H \ll \omega_p$  时:

$$u_{\star}^i(\omega, \vartheta, \varepsilon) = \frac{(2\pi)^3}{4} \frac{e^4 c^6 p_{\perp}^2 W^1 \omega^3}{\varepsilon^4 \omega_H^2 \omega_p^4} \\ \times \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4 \vartheta^4 \delta(\omega - \omega_p - k_{\varepsilon} v_{\varepsilon} \pm \omega_H).$$

对立体角  $\Omega = 2\pi\omega_p/\omega$  平均, 给出:

$$\bar{u}^i(\omega, \varepsilon) \approx \pi \frac{W^1}{n_e^2} \left( \frac{\omega_p}{\omega_H} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_{\star}}{\varepsilon} \right)^2 \left( \frac{cp_{\perp}}{\varepsilon} \right)^2 \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^4 \\ \times \frac{\omega}{\omega_p} \left[ 1 - \frac{\omega}{2\omega_p} \left( \frac{m_e c^2}{\varepsilon} \right)^2 \right]^2.$$

## IX. 一些等离子体过程(其中量子效应是重要的)概率

在非常稠密的等离子体中, 波的频率高到可使量子效应较为明显. 在这里我们给出象表 I 那样平均过的该类型的某些过程概率.

1. 动量为  $\mathbf{p}$ , 能量为  $\varepsilon(\mathbf{p})$  的带电粒子通过契连科夫机制辐射任一纵波[介电常数为  $\varepsilon^l$ , 色散关系为  $\omega^l(k)$ ], 即过程  $e \rightarrow e' + l$ . 当  $\hbar k \geq mc$  时( $m$  为粒子质量)就会出现量子效应. 按一些角度平均的概率为

$$\bar{w}_{\vartheta}^i(k, \varepsilon) = \frac{4\pi^2}{k^3} \frac{e^2 \varepsilon(\mathbf{p})}{\hbar p c^2 \left. \frac{\partial \varepsilon^l}{\partial \omega} \right|_{\omega^l(k)}} \\ \times \left[ 1 - \frac{\hbar \omega^l(k)}{\varepsilon(\mathbf{p})} + \frac{\hbar^2 [\omega^l(k)]^2 - \hbar^2 c^2 k^2}{4[\varepsilon(\mathbf{p})]^2} \right].$$

2. 动量为  $p_{\nu}$  的中微子通过契连科夫机制辐射等离子体波, 即过程  $\nu \rightarrow \nu' + l$ . 平均概率为



$$\bar{u}_\nu^i(k, \varepsilon) = \frac{2}{k^3} \frac{g^2}{e^2} \frac{\hbar [\omega^i(k)]^4}{c^3 \left. \frac{\partial \varepsilon^i}{\partial \omega} \right|_{\omega^i(k)}} \left[ \left( \frac{kc}{\omega^i(k)} \right)^2 - 1 \right]^2 \\ \times \left\{ 1 - \frac{\hbar k}{2p_\nu} \left( \frac{\omega^i(k)}{kc} \right)^2 - \frac{\hbar^2 k^2}{4c^2 p_\nu^2} \left[ 1 - \left( \frac{\omega^i(k)}{kc} \right)^2 \right] \right\},$$

式中  $g = 3 \times 10^{-12} (\hbar/mc)^2$  是弱相互作用  $(e\nu)(e\nu)$  的耦合常数。当  $\omega^i(k) < ck$ ,  $\hbar k < p_\nu$  时公式才是对的。在  $\omega^i(k) \approx kc \approx p_\nu c/\hbar$  情况下, 中微子和电子的辐射概率比值由下式给出:

$$\frac{\bar{u}_\nu^i}{\bar{u}_e^i} = 10^{-20} \left( \frac{p_\nu}{m_e c} \right)^4.$$

3. 纵等离子体波产生电子-正电子对, 即过程  $l \rightarrow e + \bar{e}$ . 总概率为

$$\bar{u}_i^{e,\bar{e}}(k) = \frac{e^2}{3\hbar c} \frac{1}{\left. \frac{\partial \varepsilon^i}{\partial \omega} \right|_{\omega^i(k)}} \left[ 1 + \frac{2m_e^2 c^4}{\hbar^2 [\omega^i(k)]^2 - \hbar^2 k^2 c^2} \right] \\ \times \left( 1 - \frac{4m_e^2 c^4}{\hbar^2 [\omega^i(k)]^2 - \hbar^2 k^2 c^2} \right)^{1/2}.$$

这种效应的能阈为  $\hbar \omega^i(k) > (4m_e^2 c^4 + \hbar^2 c^2 k^2)^{1/2}$ , 也即对朗缪尔波,  $\omega_{pe} > 2m_e c^2/\hbar$ .

4. 纵等离子体波产生中微子-反中微子对, 即过程  $l \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ . 总概率为

$$\bar{u}_i^{\nu,\bar{\nu}}(k) = \frac{g^2}{6\pi^2 e^2} \frac{\hbar [\omega^i(k)]^4}{c^3 \left. \frac{\partial \varepsilon^i}{\partial \omega} \right|_{\omega^i(k)}} \left[ 1 - \left( \frac{ck}{\omega^i(k)} \right)^2 \right]^2.$$

由于产生对而总损失的功率为

$$Q_l^{\nu,\bar{\nu}} = \int u_i^{\nu,\bar{\nu}}(\varepsilon, k) \hbar \omega(k) N_k \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \approx 10^{-23} W^i \omega_{pe} \left( \frac{\hbar \omega_{pe}}{m_e c^2} \right)^4.$$

这里因为  $m_\nu = 0$ , 故不存在能阈。

在天体物理中, 有关利用这些概率所描述的效应的讨论可参阅一些作者的文章 (Adams, Ruderman and Woo, 1963; Tsytovich, 1961b, 1962, 1964).

## 参 考 文 献

有关等离子体物理的论文都发表在许多很难以得到的杂志和评论性书刊上。但是，简短的结果通常可以在等离子体物理和电离气体的国际会议的会议录中找到，这种会议几乎每年举行一次。特别是，在本书第六节所给出的许多参考文献都可在下列会议录中找到：

I. Eighth International Conference on Phenomena in Ionized Gases, Contributed Papers, Vienna, August 27–September 2, 1967; printed by the IAEA.

II. A Survey of Phenomena in Ionized Gases, Invited Papers, IAEA, Vienna, 1968.

III. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. Conference Proceedings, Novosibirsk, 1–7 August, 1968, IAEA, Vienna, 1969.

IV. Ninth International Conference on Phenomena in Ionized Gases, 1969, Contributed Papers, Bucharest, Roumania, September 1–6, 1969.

V. Fourth European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Rome, Italy, 31 August–4 September, CNEN, 1970.

引证这些会议录中的文章用罗马数字标明，紧接着的是页数。

在参考文献中，我们尽可能给出英译的俄文文章。我们也用星号标明那样一些文章，它们的译文可能已在或将在定期翻译的杂志中——其中某些翻译杂志是脱期的。

T. B. Adams, M. A. Ruderman, and G. H. Woo 1963 *Phys. Rev.* **129**, 1383.  
J. Adlam and J. Allen 1958 *Phil. Mag.* **3**, 448.

A. I. Akhiezer and Ya. B. Fainberg 1951 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **21**, 306.

A. I. Akhiezer, I. A. Akhiezer, R. V. Polovin, A. G. Sitenko, and K. N. Stepanov 1967 *Collective Oscillations in a Plasma*, Pergamon Press, Oxford.

H. Alfvén 1950 *Cosmical Electrodynamics*, Oxford University Press.

H. Alfvén and P. Carlquist 1967 *Solar Phys.* **1**, 220.

S. G. Alikhanov, N. I. Alinovskii, G. G. Dolgov-Savel'ev, V. G. Eiselevich.

R. Kh. Kurtmullaev, V. K. Malinovskii, Yu. E. Nesterikhin, V. I.

Pil'skii, R. Z. Sagdeev and V. N. Semenov 1969 III, Vol. I, p. 47.

L. A. Artsimovich 1970 *Sov. Phys.-Uspekhi* **12**, 810.

- U. Ascoli-Bartoli, S. Martelluci and M. Martone 1965 IAEA Conference Culham, CP-2475.
- D. Bekefi 1966 *Radiation Processes in Plasmas*, Wiley, New York.
- A. K. Berezin, Ya. B. Fainberg, L. I. Bolotin and G. P. Berezina 1965 *Interaction between Beams of Charged Particles in a Plasma*, Naukova Dumka, p. 7.
- B. Bertotti, A. Cavaliere and F. Pacini 1969 *Nature* **223**, 1351.
- G. S. Bisnovatyĭ-Kogan, Ya. B. Zel'dovich, and R. A. Syunyaev 1971 *Sov. Astr.-AJ* **15**, 17.
- D. Bohm and E. P. Gross 1949 *Phys. Rev.* **75**, 851.
- A. G. Bonch-Osmolovskii, V. G. Makhan'kov, V. N. Tsytovich and B. G. Shchinov 1971 Dubna preprint No P9-5622; *Plasma Phys.* (in course of publication).
- A. G. Bonch-Osmolovskii, A. E. Perel'shtein and V. N. Tsytovich 1969 Dubna preprint No E9-1751; *Proc. Erevan Accelerator Conf.*
- S. Ya. Braude and E. A. Kaner 1973 *Ap. Space Sc.*, **20**, 59.
- S. Ya. Braude, O. M. Lebedeva, A. V. Megn, B. P. Ryabov and I. N. Zhouck 1969 *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.* **143**, 289.
- B. N. Breizman and D. D. Ryutov 1971 *Sov. Phys. -JETP* **33**, 220.
- J. W. Buckee 1972 Unpublished Oxford D. Phil. thesis.
- C. V. Bulanov, V. A. Dogel' and S. I. Syrovatskii 1971 Lebedev preprint No 119; *Kosm. Issled.* **10**, No 4.
- O. Buneman 1959 *Phys. Rev.* **115**, 503.
- G. Burbidge 1972 *Comments Ap. Space Phys.* **4**, 105.
- G. Burbidge and M. Burbidge 1967 *Quasi-Stellar Objects*, W. H. Freeman, San Francisco.
- \*P. Ya. Burchenko, B. C. Vasilenko, E. D. Volkov, V. A. Potapenko and V. T. Tolok 1969 *Atomnaya Energiya* **27**, 114.
- A. S. Chikhachev 1971 *Proc. Moscow Phys. Engin. Inst., Plasma Physics*, **3**, 90.
- H. Y. Chiu and V. Canuto 1969 *Phys. Rev. Lett.* **22**, 415.
- H. Y. Chiu and V. Canuto 1971 *Ap. J.* **163**, 577.
- J. M. Cohen and E. T. Toton 1971 *Ap. Lett.* **7**, 213.
- S. A. Colgate 1967 *Ap. J.* **150**, 163.
- S. A. Colgate, E. P. Lee and M. N. Rosenbluth 1970 *Ap. J.* **162**, 549.
- B. Coppi and A. Ferrari 1970 *Lett. Nuovo Cim.* **3**, 93.

- B. Coppi and A. Friedland 1971 *Ap. J.* **169**, 379.
- C. C. Daughney, L. S. Holmes and J. W. M. Paul 1970 *Phys. Rev. Lett.* **25**, 497.
- C. C. Daughney, L. S. Holmes, J. W. M. Paul and D. D. R. Summers, 1970 V, p. 57.
- \*B. A. Demidov, N. I. Elagin and S. D. Fanchenko 1966 *Atomnaya Energiya* **20**, 516.
- B. A. Demidov and S. D. Fanchenko 1964 *Sov. Phys.-JETP* **19**, 337.
- B. A. Demidov and S. D. Fanchenko 1965 *JETP Lett.* **2**, 332.
- N. G. Denisov 1957 *Sov. Phys.-JETP* **4**, 544.
- A. W. De Silva, D. F. Düchs, G. C. Goldenbaum, H. R. Griem, E. A. Hintz, A. C. Kolb, H.-J. Kunze and I. M. Vitkovitsky 1969 III, Vol. I, p. 143.
- \*V. P. Dokuchaev 1970 *Astrofizika* **6**, 471.
- F. D. Drake 1971 Proc. Conference on Pulsars and Supernova Remnants, Rome, 1969.†
- F. D. Drake and H. D. Kraft Jr 1968 *Nature* **220**, 231; *Science* **160**, 758.
- H. Dreicer 1960 *Phys. Rev.* **117**, 329.
- W. E. Drummond and D. Pines 1962 *Nucl. Fusion, Suppl. Pt 3*, 1049.
- Ya. B. Fainberg 1968 II, p. 149.
- Ya. B. Fainberg and V. D. Shapiro 1965 *Sov. Phys.-JETP* **20**, 937.
- Ya. B. Fainberg, V. D. Shapiro and V. N. Shevchenko 1970 *Sov. Phys.-JETP* **30**, 528.
- S. D. Fanchenko, B. A. Demidov, N. I. Elagin and D. D. Ryutov 1964 *Sov. Phys.-JETP* **19**, 337.
- M. Friedland and S. M. Hamberger 1968 *Ap. J.* **152**, 667.
- M. Friedman and S. M. Hamberger 1969 *Solar Phys.* **8**, 104.
- \*A. Gallitis and V. N. Tsytovich 1963 *Radiofizika* **6**, 1103.
- A. Gallitis and V. N. Tsytovich 1964a *Sov. Phys.-JETP* **19**, 1165.
- A. Gallitis and V. N. Tsytovich 1964b *Sov. Astr.-AJ* **8**, 359.
- A. A. Galeev, V. I. Karpman and R. Z. Sagdeev 1965 *Nucl. Fusion* **5**, 20.
- G. M. Garibyan and I. I. Gol'dman 1954 *Izvestiya Akad. Nauk Armenian SSR* **7**, 31.
- B. N. Gershman 1953 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **24**, 453.
- B. N. Gershman 1960 *Sov. Phys.-JETP* **8**, 497.
- B. N. Gershman and V. Yu. Trakhtengerts 1966 *Sov. Phys.-Uspekhi* **9**, 414.

- G. G. Getmantsev 1952 *Dokl. Akad. Nauk USSR* **83**, 557.
- G. G. Getmantsev 1970 Gor'kii reprint No 6.
- G. G. Getmantsev 1971 *Nature* **229**, 199.
- V. L. Ginzburg 1946 *Dokl. Akad. Nauk USSR* **52**, 491.
- V. L. Ginzburg 1966 *Sov. Astr.-AJ* **9**, 877.
- V. L. Ginzburg 1970 *Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*, Pergamon Press, Oxford.
- V. L. Ginzburg 1971 *Highlights of Astronomy*, Reidel, Dordrecht, p. 20.
- V. L. Ginzburg and L. M. Ozernoi 1965 *Sov. Phys.-JETP* **20**, 689.
- V. L. Ginzburg and L. M. Ozernoi 1966a *Sov. Astr.-AJ* **9**, 726.
- V. L. Ginzburg and L. M. Ozernoi 1966b *Sov. Radiophys.* **9**, 153.
- V. L. Ginzburg, V. S. Ptuskin and V. N. Tsytovich 1973 *Ap. Space Sc.* **20**, in press.
- V. L. Ginzburg and A. A. Rukhadze 1970 *Waves in a Magneto-Active Plasma*, Nauka, Moscow.
- V. L. Ginzburg, V. N. Sazonov and S. I. Syrovatskii 1968 *Sov. Phys.-Uspekhi* **11**, 34.
- V. L. Ginzburg and S. I. Syrovatskii 1964a *Origin of Cosmic Rays*, Pergamon Press, Oxford.
- V. L. Ginzburg and S. I. Syrovatskii 1964b *Sov. Phys.-JETP* **19**, 1255.
- V. L. Ginzburg and V. V. Usov 1972 *JETP Lett.* **15**, 196.
- V. L. Ginzburg and V. V. Zheleznyakov 1959 *Sov. Astr.-AJ* **2**, 653.
- V. L. Ginzburg, V. V. Zheleznyakov and V. V. Zaitsev 1969 *Ap. Space Sc.* **4**, 464.
- V. E. Golant and D. D. Piliya 1972 *Sov. Phys.-Uspekhi* **14**, 413.
- T. Gold 1968 *Nature* **218**, 731.
- T. Gold 1969 *Nature* **221**, 25.
- T. Gold 1971 *Proc. Conference on Pulsars and Supernova Remnants*, Rome, 1969.†
- P. Goldreich and W. H. Julian 1969 *Ap. J.* **157**, 869.
- L. M. Gorbunov and V. P. Silin 1965 *Sov. Phys.-JETP* **20**, 135.
- I. M. Gordon 1968a *Sov. Astr.-AJ* **11**, 565, 920.
- I. M. Gordon 1968b *Ap. Lett.* **2**, 49.
- I. M. Gordon 1970 *Ap. Lett.* **5**, 251.
- I. M. Gordon, V. A. Liporovskii and V. N. Tsytovich 1971 *Sov. Astr.-AJ* **15**, 54.

- I. M. Gordon and V. N. Tsytovich 1971 *Sov. Astr.-AJ* **14**, 567.
- T. A. Goreva and E. V. Suvorov 1972 *Sov. Phys.-JETP* **35**.
- S. Grounds 1972 Unpublished Oxford D. Phil. thesis.
- S. Grounds and D. ter Haar 1973 *Ap. Space Sc.* **20**, 39.
- J. E. Gunn and J. P. Ostriker 1969 *Ap. J.* **157**, 1359.
- A. V. Gurevich 1960 *Sov. Phys.-JETP* **11**, 1150.
- D. ter Haar 1972 *Phys. Repts.* **3**, 57.
- D. ter Haar, J. W. Burkee and L. C. M. Miranda 1973 *Adv. Plasma Phys.*  
to be submitted for publication (also in Proceedings 1973 Edinburgh  
ASGARD Conference).
- S. M. Hamberger and J. Jancarik 1971 *Phys. Fluids* Culham preprint CLM  
P-269.
- S. M. Hamberger, J. Jancarik and L. E. Sharp 1969 IV, p. 570.
- A. Hewish 1970 *Ann. Rev. Astr. Ap.* **8**, 265.
- A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott and R. A. Collins  
1968 *Nature* **217**, 709.
- C. S. Higgins, M. M. Komesaroff and O. B. Slee 1971 *Ap. Lett.* **9**, 75.
- A. A. Ivanov and L. I. Rudakov 1967 *Sov. Phys.-JETP* **24**, 1027.
- C. de Jager 1959 *Handb. Phys.* **52**, 80.
- F. C. James 1966 *Ap. J.* **146**, 356.
- J. Jancarik and S. M. Hamberger 1970 V, p. 65.
- B. B. Kadomtsev 1965 *Plasma Turbulence*, Academic Press, New York.
- B. B. Kadomtsev 1970 *Sov. Phys.-JETP* **31**, 945.
- B. B. Kadomtsev and V. I. Karpman 1971 *Sov. Phys.-Uspekhi* **14**, 40.
- B. B. Kadomtsev and V. I. Petviashvili 1963 *Sov. Phys.-JETP* **16**, 1578.
- B. B. Kadomtsev and O. P. Pogutse 1969 *Sov. Phys.-JETP* **26**, 1146.
- B. B. Kadomtsev and O. P. Pogutse 1970 *Rev. Plasma Phys.* **5**, 249.
- B. B. Kadomtsev and V. N. Tsytovich 1970 IAU Symposium No 39, Inter-  
stellar Gas Dynamics, p. 108.
- S. A. Kaplan 1966 *Elementary Radio-astronomy*, Fizmatgiz, Moscow.
- S. A. Kaplan 1967 *Sov. Astr.-AJ* **11**, 416.
- S. A. Kaplan 1968 *Astrophysics* **2**, 221.
- S. A. Kaplan and V. Ya. Eïdman 1969 *JETP Lett.* **10**, 203.
- S. A. Kaplan and V. Ya. Eïdman 1971a *Sov. Astr.-AJ* **15**, 344.
- \*S. A. Kaplan and V. Ya. Eïdman 1971b *Astrofizika* **7**, 310.
- S. A. Kaplan, E. B. Kleiman and I. M. O'iringel' 1972 *Sov. Astr.-AJ* **16**,

No 2.

- S. A. Kaplan and S. B. Pikel'ner 1970 *The Interstellar Medium*, Harvard University Press.
- S. A. Kaplan and V. Yu. Trakhtengerts 1967 *Radiophys. Qu. Electron.* **10**, 5.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1968a *Sov. Astr.-AJ* **11**, 834.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1968b *Sov. Astr.-AJ* **11**, 956.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1969a *Sov. Phys.-Uspekhi* **12**, 42.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1969b *Sov. Astr.-AJ* **13**, 150.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1969c *Ap. Space Sc.* **3**, 448.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1969d *Stars, Nebulae, and Galaxies*, Izd. Akad. Nauk Armenian SSR, p. 57.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1969e *Sov. Astr.-AJ* **12**, 618.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1970a *Astrophysics* **5**, 8.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1970b Lebedev preprint No 14.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1970c *Astrophysics* **4**, 139.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1971 *Proc. Conference on Pulsars and Supernova Remnants*, Rome, 1969.†
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1972a *Sov. Astr.-AJ* **16**, 527.
- \*S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1972b *Radiofizika* **15**, 1464.
- S. A. Kaplan and V. N. Tsytovich 1972c Lebedev preprint No 44; *Nature* (1973).
- \*S. A. Kaplan, V. N. Tsytovich and A. S. Chikhachev 1970 *Astrofizika* **6**, 463.
- \*S. A. Kaplan, V. N. Tsytovich and A. S. Chikhachev 1971 *Radiofizika* **14**, No 2.
- N. S. Kardashev 1964 *Sov. Astr.-AJ* **8**, 217.
- N. S. Kardashev 1970 *Sov. Astr.-AJ* **14**, 375.
- A. I. Karkhov 1969 Thesis, Institute of Atomic Energy, Moscow.
- \*V. I. Karpman 1963 *Zh. Prikl. Mat. Tekhn. Fiz.* No 6, p. 34.
- V. I. Karpman 1964 *Sov. Phys.-Techn. Phys.* **3**, 714.
- V. I. Karpman 1968 Novosibirsk preprint No 25.
- K. I. Kellermann, D. L. Jauncey, M. H. Cohen, B. B. Shaffer, B. G. Clark, J. Broderick, B. Rönäng, O. E. H. Rydbeck, L. Matveyenko, I. Moiseyev, V. V. Vitkevitch, B. F. Cooper and R. Batchelor 1971 *Ap. J.* **169**, 1.

- K. I. Kellermann and I. I. K. Paolini-Toth 1968 *Ann. Rev. Astr. Ap.* **6**, 417.
- C. F. Kennel and H. E. Petschek 1966 *J. Geophys. Res.* **71**, 1.
- I. F. Kharchenko, Ya. B. Faĭnberg, E. A. Kornilov and N. S. Pedenko 1962 *Nucl. Fusion, Suppl.*, pt. 3, 1101.
- \*D. A. Kirzhnits 1970 *Radiofizika* **13**, 1849.
- A. S. Kompaneets 1957 *Sov. Phys.-JETP* **4**, 730.
- A. A. Korchak and Ya. P. Terletskii 1952 *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **22**, 507.
- E. A. Kornilov, O. F. Kovpik, Ya. B. Faĭnberg and I. F. Kharchenko 1965 Interaction between Beams of Charged Particles in a Plasma, *Naukova Dumka*, p. 24.
- E. A. Kornilov, I. F. Kovpik, Ya. B. Faĭnberg, L. I. Bolotin and I. F. Kharchenko 1965 Interaction between Beams of Charged Particles in a Plasma, *Naukova Dumka*, p. 36.
- \*M. S. Kovner 1960 *Radiofizika* **3**, 631, 746.
- M. S. Kovner 1961 *Sov. Phys.-JETP* **13**, 369.
- L. M. Kovrizhnykh 1966 *Lebedev Proceedings*, Plasma Physics series, **32**, 173; English translation published by Consultants Bureau, New York.
- L. M. Kovrizhnykh 1967 *Sov. Phys.-JETP* **24**, 608.
- E. N. Krivorutskii and V. N. Tsytovich 1970 *Sov. Astr.-AJ* **13**, 788.
- R. M. Kulsrud 1971. *Ap. J.* **163**, 567.
- E. V. Levich and R. A. Syunyaev 1971 *Sov. Astr.-AJ* **15**, 363.
- I. Lerche 1966 *Phys. Fluids* **9**, 1073.
- I. Lerche 1967 *Ap. J.* **146**, 689.
- I. Lerche 1968 *Phys. Fluids*. **11**, 1720.
- E. V. Levich and R. A. Syunyaev 1971 *Sov. Astr.-AJ* **15**, 363.
- V. A. Lipеровskii, L. M. Kovrizhnykh and V. N. Tsytovich 1967 *Sov. Phys.-Techn. Phys.* **11**, 1000.
- V. A. Lipеровskii and V. N. Tsytovich 1970 *Sov. Phys.-JETP* **30**, 682.
- A. G. Litvak and V. Yu. Trakhtengerts 1971 *Sov. Phys.-JETP* **33**, 921.
- M. A. Livshits and V. N. Tsytovich 1970 *Nucl. Fusion* **10**, 240.
- F. J. Low and H. H. Aumann 1970 *Ap. J.* **162**, L 179.
- D. Lynden-Bell and M. J. Rees 1971 *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.* **152**, 461.
- V. G. Makhankov, D. M. Sakhokiya and V. N. Tsytovich 1969 *Radiophys. Qu. Electron.* **12**, 113.
- R. N. Manchester and J. H. Taylor 1972 *Ap. Lett.* **10**, 67.



- D. F. Martin 1947 *Nature* **159**, 26.
- N. McCray 1966 *Science* **154**, 3120.
- D. B. Melrose 1968 *Ap. Space Sc.* **2**, 171.
- L. Mestel 1971 *Nature Phys. Sc.* **233**, 149.
- F. C. Michel 1969 *Ap. J.* **158**, 727.
- L. C. M. Miranda 1972 Unpublished Oxford D. Phil. thesis.
- S. S. Moiseev 1965 Proc. Seventh Internat. Conf. Ionized Gases, Vol. II, p. 645, Belgrade.
- H. Motz and V. N. Tsytovich 1972 *Plasma Phys.* **14**, 583.
- M. V. Nezlin 1967 Thesis, Institute of Atomic Energy, Moscow.
- V. A. Nikolaev, V. N. Tsytovich and A. S. Chikhachev 1973 *Sov. Phys.-JETP* **37**, No. 3.
- C. A. Norman 1972 Unpublished Oxford College Fellowship thesis.
- C. A. Norman and D. ter Haar 1972 *Astr. Ap.* **24**, 121.
- L. M. Ozernoi and V. N. Sazonov 1968 *Nature* **219**, 467.
- L. M. Ozernoi and V. N. Sazonov 1969 *Ap. Space Sc.* **3**, 395.
- F. Pacini 1967 *Nature* **216**, 567.
- F. Pacini 1968 *Nature* **219**, 145.
- F. Pacini and M. J. Rees 1970 *Nature* **224**, 160.
- E. N. Parker 1964 *Ap. J.* **140**, 1170.
- E. N. Parker 1968 Proc. Eleventh COSPAR Symposium on Solar Flares.
- E. N. Parker 1970 IAU Symposium No 39 on Interstellar Gas Dynamics, p. 108.
- J. W. M. Paul 1969 Culham preprint CLM-P220.
- H. E. Petschek 1963 AAS-NASA Symposium on the Physics of Solar Flares, p. 426.
- J. Piddington 1954 *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.* **114**, 638.
- S. B. Pikel'ner 1965 Fundamentals of Cosmic Electrodynamics, Fizmatgiz, Moscow.
- S. B. Pikel'ner 1966 *Sov. Phys.-Uspekhi* **9**, 236.
- S. B. Pikel'ner 1968 *Sov. Astr.-AJ* **11**, 737.
- S. B. Pikel'ner 1969 *Sov. Astr.-AJ* **13**, 259.
- S. B. Pikel'ner and M. A. Gintsburg 1964 *Sov. Astr.-AJ* **7**, 639.
- S. B. Pikel'ner and V. N. Tsytovich 1969a *Sov. Phys.-JETP* **28**, 507.
- S. B. Pikel'ner and V. N. Tsytovich 1969b *Sov. Astr.-AJ* **13**, 5.
- D. Pines 1956 *Rev. Mod. Phys.* **28**, 184.

- D. Pines 1970 *Proc. LT 12* (abstracts) p. 62.
- D. Pines and J. Shaham 1972 *Nature Phys. Sc.* **235**, 43.
- A. G. Plakhov, D. D. Ryutov and V. V. Shapkin 1969 III, Vol. 2, p. 709.
- \*I. M. Podgornyi and G. G. Managadze 1968 *Vestnik Akad. Nauk USSR*, No. 7, 38.
- I. M. Podgornyi and R. Z. Sagdeev 1970 *Sov. Phys.-Uspekhi* **12**, 445.
- \*V. V. Pustovalov and V. P. Silin 1972 *Lebedev Proceedings, Plasma Theory* **61**, 42.
- V. A. Razin 1958 *Sov. Astr.-AJ* **2**, 216.
- \*V. A. Razin 1960 *Radiofizika* **3**, 584.
- M. J. Rees 1967 *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.* **135**, 345.
- M. N. Rosenbluth and R. P. Post 1965 *Phys. Fluids* **8**, 547.
- L. I. Rudakov 1970 *Institute of Atomic Energy preprint* No 2004.
- L. I. Rudakov 1971 *Sov. Phys.-JETP* **32**, 1103.
- L. I. Rudakov and L. V. Korablev 1966 *Sov. Phys.-JETP* **23**, 145.
- D. D. Ryutov 1970 *Sov. Phys.-JETP* **30**, 131.
- D. D. Ryutov and R. Z. Sagdeev 1970 *Sov. Phys.-JETP* **31**, 376.
- R. Z. Sagdeev 1958 *Plasma Physics and the Problem of Controlled Thermonuclear Reactions*, No 4, p. 384.
- R. Z. Sagdeev 1962 *Sov. Phys.-Techn. Phys.* **6**, 867.
- R. Z. Sagdeev 1966 *Rev. Plasma Phys.* **4**, 23.
- R. Z. Sagdeev 1967 *Proc. Eighteenth Symposium Applied Mathematics*, p. 281.
- D. M. Sakhokiya and V. N. Tsytovich 1968 *Nucl. Fusion* **8**, 241.
- E. E. Salpeter 1964 *Ap. J.* **140**, 796.
- V. N. Sazonov 1969 *Sov. Phys.-JETP* **29**, 578.
- V. N. Sazonov 1970 *Sov. Astr.-AJ* **13**, 797.
- V. N. Sazonov and V. N. Tsytovich 1968 *Radiophys. Qu. Electron.* **11**, 731.
- †A. G. Scheuer and V. N. Tsytovich 1970 *Ap. Lett.* **7**, 125.
- K. Schindler 1968 *Proc. Internat. Symposium on the Magnetosphere*, Washington.
- A. Schlüter and L. Biermann 1950 *ZA. Naturf.* **5a**, 237.
- M. Seidl and P. Šunka 1969 *Nucl. Fusion* **7**, 232.
- A. B. Severnyi 1960 *Izvestiya Crimea Astr. Observ.* **20**, 22.
- A. B. Severnyi and V. P. Shabanskii 1961a *Sov. Astr.-AJ* **4**, 583.
- A. B. Severnyi and V. P. Shabanskii 1961b *Izvestiya Crimea Astr. Observ.*

- V. D. Shafranov 1967 *Rev. Plasma Phys.* **3**, 1.
- V. D. Shafranov and R. Z. Sagdeev 1961 *Sov. Phys.-JETP* **12**, 130.
- V. D. Shapiro and V. I. Shevchenko 1968 *Sov. Phys.-JETP* **27**, 635.
- L. E. Sharp and S. M. Hamberger 1970 *V*, p. 64.
- I. S. Shklovskii 1946 *Astr. Zh.* **23**, 463.
- I. S. Shklovskii 1960a *Cosmic Radio Waves*, Harvard University Press.
- I. S. Shklovskii 1960b *Sov. Astr.-AJ* **4**, 243.
- I. S. Shklovskii 1965a *Physics of the Solar Corona*, Pergamon Press, Oxford.
- I. S. Shklovskii 1965b *Sov. Astr.-AJ* **9**, 22.
- I. S. Shklovskii 1968 *Supernovae*, Wiley, New York.
- \*I. S. Shklovskii 1969 *Vestnik Akad. Nauk USSR* No 8, 55.
- I. S. Shklovskii 1970 *Ap. J.* **159**, L 77.
- I. S. Shklovskii 1971a *Sov. Astr.-AJ* **14**, 594.
- I. S. Shklovskii 1971b *Proc. Conference on Pulsars and Supernova Remnants*, Rome, 1969.†
- \*V. P. Silin and A. A. Rukhadze 1961 *Electromagnetic Properties of Plasmas and Plasma-like Media*, Atomizdat, Moscow.
- V. I. Slysh 1963 *Nature* **199**, 682.
- S. F. Smerd, J. P. Wild and K. V. Sheridan 1962 *Austral. J. Phys.* **15**, 180.
- D. F. Smith 1971 *Ap. J.* **170**, 559.
- D. F. Smith 1972a *Ap. J.* **174**, 121.
- D. F. Smith 1972b *Ap. J.* **174**, 643.
- D. F. Smith and P. C. W. Fung 1971 *J. Plasma Phys.* **5**, 11.
- F. G. Smith 1972 *Rep. Progr. Phys.* **35**, 399.
- L. D. Smullin 1968 *II*, p. 129.
- L. Spitzer Jr. 1956 *Physics of Fully Ionized Gases*, Wiley, New York.
- T. Stix 1962 *Theory of Plasma Waves*, McGraw-Hill, New York.
- P. A. Sturrock 1964 *AAS-NASA Symposium on Solar Flares*, p. 394.
- P. A. Sturrock 1966 *Nature* **211**, 695.
- P. A. Sturrock 1968 *Astr. J.* **73**, 79.
- P. A. Sturrock 1971 *Ap. J.* **164**, 529.
- \*V. A. Suprunenko 1964 *Atomnaya Energiya* **18**, 14.
- P. A. Sweet 1969 *Ann. Rev. Astr. Ap.* **7**, 149.

- S. I. Syrovatskii 1961 *Sov. Phys.-JETP* **13**, 1257.
- S. I. Syrovatskii 1966a *Sov. Phys.-JETP* **23**, 754.
- S. I. Syrovatskii 1966b *Sov. Astr.-AJ* **10**, 270.
- S. I. Syrovatskii 1971 *Sov. Phys.-JETP* **33**, 933.
- S. I. Syrovatskii, A. G. Frank and A. Z. Khodzhaev 1970 *V*, p. 66.
- R. A. Syunyaev 1971 *Sov. Astr.-AJ* **15**, 199.
- I. E. Tamm and I. M. Frank 1937 *Dokl. Akad. Nauk USSR* **14**, 107.
- V. M. Tomozov 1971 *Sov. Astr.-AJ* **15**, 437.
- V. Yu. Trakhtengerts 1955 *Sov. Astr.-AJ* **10**, 281.
- \*V. Yu. Trakhtengerts 1968 *Geomagnetizm i Aeronomiya* **8**, No 2 and No 5.
- \*V. Yu. Trakhtengerts 1970 *Radiofizika* **13**, 884.
- V. Yu. Trakhtengerts 1971 Gor'kii preprint No 9.
- B. A. Trubnikov 1958 *Sov. Phys.-Doklady* **3**, 136.
- V. N. Tsytovich 1951 *Vestnik Moscow State Univ., Physics series* **4**, 23.
- V. N. Tsytovich 1961a *Sov. Phys.-JETP* **13**, 933.
- V. N. Tsytovich 1961b *Sov. Phys.-JETP* **13**, 1249.
- V. N. Tsytovich 1962 *Sov. Phys.-JETP* **15**, 320.
- \*V. N. Tsytovich 1963 *Radiofizika* **6**, 918.
- V. N. Tsytovich 1964 *Sov. Phys.-Doklady* **9**, 1114.
- V. N. Tsytovich 1965 *Sov. Astr.-AJ* **8**, 796.
- V. N. Tsytovich 1966a *Sov. Phys.-Uspekhi* **9**, 372.
- V. N. Tsytovich 1966b *Sov. Astr.-AJ* **10**, 419.
- \*V. N. Tsytovich 1969a *Izvestiya Akad. Nauk USSR, Physics Ser.* **33**, 1800.
- V. N. Tsytovich 1969b Invited Paper at the IXth Int. Conf. Ionized Gases, Bucharest.
- V. N. Tsytovich 1969c Lebedev preprint No 23.
- V. N. Tsytovich 1969d *Sov. Astr.-AJ* **12**, 806.
- V. N. Tsytovich 1970 Non-linear Effects in a Plasma, Plenum Press, New York.
- V. N. Tsytovich 1971a Theory of a Turbulent Plasma, Atomizdat, Moscow.
- V. N. Tsytovich 1971b *Plasma Phys.* **13**, 741.
- V. N. Tsytovich 1971c Proc. Xth Int. Conf. Ionized Gases, Oxford, p. 333.
- V. N. Tsytovich 1972a Cosmic Plasma Physics (Ed. K. Schindler), Plenum Press, New York, p. 269.
- V. N. Tsytovich 1972b An Introduction to the Theory of Plasma Turbulence, Pergamon Press, Oxford.

- V. N. Tsytovich 1973 *Ann. Rev. Astr. Ap.* **11**, in press.
- V. N. Tsytovich, J. W. Buckee and D. ter Haar 1970a *Phys. Lett.* **32 A**, 471.
- V. N. Tsytovich, J. W. Buckee and D. ter Haar 1970b Oxford preprint 26/70.
- V. N. Tsytovich and A. S. Chikhachev 1969 *Sov. Astr.-AJ* **13**, 385.
- V. N. Tsytovich and A. S. Chikhachev 1971 *Sov. Astr.-AJ* **14**, 385.
- V. N. Tsytovich and S. A. Kaplan 1969 *Sov. Astr.-AJ* **12**, 619.
- \*V. N. Tsytovich and S. A. Kaplan 1972a *Astrofizika* **8**, 441.
- V. N. Tsytovich and S. A. Kaplan 1972b *Sov. Astr.-AJ* **16**, 722.
- V. N. Tsytovich and V. D. Shapiro 1965 *Nucl. Fusion* **5**, 228.
- V. N. Tsytovich and V. D. Shapiro 1966 *Sov. Phys.-Techn. Phys.* **10**, 1485.
- V. N. Tsytovich and A. B. Shvartsburg 1967 *Sov. Phys.-Techn. Phys.* **11**, 1431.
- B. A. Tverskoï 1967 *Sov. Phys.-JETP* **25**, 934.
- B. A. Tverskoï 1968 *Sov. Phys.-JETP* **26**, 821.
- A. A. Vedenov 1967 *Rev. Plasma Phys.* **3**, 229,
- A. A. Vedenov, E. P. Velikhov and R. Z. Sagdeev 1961 *Nucl. Fusion* **1**, 82.
- A. A. Vedenov, E. P. Velikhov and R. Z. Sagdeev 1962 *Nucl. Fusion Suppl.*, pt 2, 465.
- \*V. I. Veksler, I. R. Gekker, E. Ya. Gol'ts, G. A. Delone, B. P. Kononov, O. V. Kudrevatova, G. S. Luk'yanchikov, M. S. Rabinovich, M. M. Savchenko, K. A. Sarksyian, K. F. Sergeichev, V. A. Silin, L. E. Tsopp, M. L. Levin and R. Z. Muratov 1965 *Atomnaya Energiya* **19**, 14.
- A. A. Weiss and R. T. Stewart 1965 *Austral. J. Phys.* **18**, 143.
- D. Wentzel 1971 *Ap. J.* **163**, 503.
- R. Weymann 1965 *Phys. Fluids* **8**, 2112.
- C. B. Wharton, D. S. Prono and F. Sandel 1969 IV, p. 649.
- J. P. Wild 1950 *Austral. J. Sc. Res. A* **3**, 541.
- J. P. Wild, K. V. Sheridan and A. A. Neylan 1959 *Austral. J. Phys.* **12**, 369.
- L. Woltjer 1971 Proc. Conference on Pulsars and Supernova Remnants, Rome, 1969.†
- L. S. Woods 1970 Maryland preprint 910001.

- V. V. Zaitsev 1966 *Sov. Astr.-AJ* **9**, 672.
- V. V. Zaitsev 1967a *Sov. Astr.-AJ* **10**, 919.
- V. V. Zaitsev 1967b *Sov. Astr.-AJ* **11**, 392.
- V. V. Zaitsev 1969 *Sov. Astr.-AJ* **12**, 610.
- V. V. Zaitsev and S. A. Kaplan 1967 *Astrophysics* **2**, 87.
- V. V. Zaitsev, N. A. Mityakov and V. O. Rappoport 1972 *Solar Phys.* **24**, 444.
- E. K. Zavoiskii 1967 *Proceedings Conference on the Peaceful Use of Atomic Energy*, Stockholm.
- E. K. Zavoiskii and L. I. Rudakov 1967 *Plasma Physics (Collective Processes and Turbulent Heating)* *Znanie*, Moscow.
- E. K. Zavoiskii, S. L. Nédoseev, L. I. Rudakov, V. D. Rusakov, V. A. Skoryupin and S. D. Fanchenko 1969 *III*, Vol. 2, p. 679.
- Ya. B. Zel'dovich 1964 *Sov. Phys.-Doklady*, **9**, 195.
- Ya. B. Zel'dovich and R. A. Syunyaev 1969 *Ap. Space Sc.* **4**, 301.
- V. V. Zheleznyakov 1967a *Sov. Phys.-JETP* **24**, 381.
- V. V. Zheleznyakov 1967b *Sov. Astr.-AJ* **11**, 33.
- V. V. Zheleznyakov 1970a *Radio-Emission of Sun and Planets*, Pergamon Press, Oxford.
- \*V. V. Zheleznyakov 1970b *Radiofizika* **13**, 1842.
- V. V. Zheleznyakov and E. V. Suvorov 1968 *Sov. Phys.-JETP* **27**, 335.
- V. V. Zheleznyakov and V. Yu. Trakhtengerts 1966 *Sov. Astr.-AJ* **9**, 775.
- V. V. Zheleznyakov and V. V. Zaitsev 1968 *Sov. Astr.-AJ* **12**, 14.
- V. V. Zheleznyakov and V. V. Zaitsev 1970 *Sov. Astr.-AJ* **14**, 47, 250.
- V. V. Zheleznyakov and E. Ya. Zlotnik 1971 *Solar Phys.* **20**, 85.
- E. P. Zhidkov, V. G. Makhan'kov, V. N. Tsyteyevich and Choi Zai Khen 1970 *Plasma Phys.* **12**, 191.
- H. Zirin 1966 *The Solar Atmosphere*, Blaisdell, Waltham, Massachusetts.

†: These proceedings have been published by the Accad. Naz. D. Lincei. 1972.

统一书号: 13031·1960

定 价: 2.00 元

本社书号: 2660·13-5

科技新书目: 28-46